

量子力学

第一卷

〔法〕A. 梅西亚 著

科学出版社

内 容 简 介

本书是一本量子力学方面的权威著作。全书分为两卷,共有二十一章,叙述详细全面,物理概念清楚,每章后附有习题及有关参考资料,适于大学物理系高年级学生、研究生阅读,也可供教师与科研人员参考。

A. Messiah

MÉCANIQUE QUANTIQUE I

Dunod, Paris (1973)

量 子 力 学

第 一 卷

[法] A. 梅西亚 著

苏汝铿 汤家镛 译

责任编辑 张邦固

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986 年 9 月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1986 年 9 月第一次印刷 印张: 16 7/8

印数: 0001—4,700 字数: 381,000

统一书号: 13031·3284

本社书号: 4415·13—3

定价: 3.95 元

内 容 简 介

本书是一本较为完备的量子力学方面的权威著作.内容比较广泛.全书分为两卷,共有 21 章,叙述详细全面,物理概念清楚,每章后附有习题及有关参考资料,适于大学物理系高年级学生、研究生阅读,也可供教师与科研人员参考.

A. Messiah

MÉCANIQUE QUANTIQUE II

Dunod, Paris (1973)

量 子 力 学

第 二 卷

〔法〕A. 梅西亚 著

陈学俊 余加莉 译

何成钧 校

责任编辑 张邦固

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986 年 3 月第 一 版 开本:787×1092 1/32

1986 年 3 月第一次印刷 印张:21

印数:0001—4,300 字数:481,000

统一书号:13031·3106

本社书号:4416·13—3

定 价: 4.90 元

第四部分 近似方法

第十六章 定态微扰

第十七章 运动方程的近似解

第十八章 变分法及有关问题

第十九章 碰撞理论

第五部分 相对论量子力学基础

第二十章 狄拉克方程

第二十一章 场的量子化 辐射理论

附录 C 矢量相加系数和转动矩阵

附录 D 群论基本知识

序 言

目前,如果对量子力学没有透彻了解,几乎无法认真地探讨物理学的任何一个分支.我希望,本书的陈述方式足够简练,可以为学生理解,同时仍然保持相当完整,可以作为正在工作的物理学家的参考书.

本书是 1953 年以来在萨克莱(Saclay)的核研究中心所教授的课程发展起来的.我同学生们以及同事们的许多讨论,大大地帮助我改进了本书的陈述方式.我曾把部分手稿送给一些人以征求看法,他们都友好地提出了评述意见;在这些人中,我应提及 Edmond Bauer 先生和 Jean Ullmo 先生,他们对一些原理的陈述提出了有益的意见,使我感激不尽.我还要特别感激 Roger Balian 先生,他非常认真地审阅了大部分手稿,并且提出了许多改进建议.最后,我希望感谢那些好意地为我核对正文和各章计算、而且帮助我核对校样的学生们.

列在各章末的习题是这样选取的,因为它们不但有教育价值,而且指出了某些值得注意的性质.正因为如此,它们中有一些相对而言难度较大.

引用了几本著作或论文作为参考资料,目的是帮助读者更好地理解某些章节.要列出本书述及的各个课题的全部文献,当然是不可能的.要这样做,一整卷书也是不够的.

阿尔伯特·梅西亚

1985 年 10 月

目 录

第一部分 公式体系及其解释

第一章 量子论的起源	1
1. 引言	
I. 经典时代的终结	2
2. 经典理论物理学 3. 对微观现象认识的进展和物理学中量子的出现	
II. 光量子即光子	9
4. 光电效应 5. 康普顿效应 6. 光量子 and 干涉现象	
7. 结论	
III. 物质系统的量子化	19
8. 原子光谱和卢瑟福经典模型的困难 9. 原子能级的量子化 10. 其它量子化的例子 空间量子化	
IV. 对应原理和旧量子论	25
11. 经典微粒说的不足 12. 对应原理 13. 对应原理在里德伯常数计算中的应用 14. 经典力学方程的拉格朗日形式和哈密顿形式 15. 玻尔-索末菲量子化规则 16. 旧量子论的成就和局限性 17. 结论	
第二章 物质波与薛定谔方程	44
1. 历史概观和以后各章的总计划	
I. 物质波	48
2. 引言 3. 自由波包 相速度和群速度 4. 慢变场中的波包 5. 原子能级的量子化 6. 物质波的衍射	
7. 物质的粒子结构 8. 波粒二象性的普遍性	
II. 薛定谔方程	59

9.物质粒子数守恒定律	10.波动方程的必要性及加于这个方程的条件	11.算符概念	12.自由粒子的波动方程	13.标势中的粒子	14.电磁场中的带电粒子	15.由对应性构造薛定谔方程的普遍规则
III. 不含时间的薛定谔方程						72
16.找稳定解	17.方程的一般性质	能谱的本质				
第三章 一维量子化体系						78
1.引言						
I. 方形势						79
2.一般评述	3.势阶梯	波的反射和透射		4.无限高势垒	5.无限深方势阱	分立谱
6.有限方势阱的研究	共振	7.方势垒的贯穿	“隧道”效应			
II. 一维薛定谔方程的一般性质						101
8.朗斯基式的性质	9.解的渐近行为	10.本征值谱的性质	11.非束缚态	波的反射和透射		12.束缚态的节点数
13.正交关系	14.关于宇称的注记					
第四章 波粒二象性的统计解释和测不准关系						119
1.引言						
I. 波动力学中波函数的统计解释						120
2.粒子位置测量结果的几率和动量测量结果的几率						
3.模方的时间守恒	4.流的概念	5. r 函数的平均值或 p 函数的平均值	6.多粒子体系的推广			
II. 海森伯测不准关系						134
7.量子化粒子的位置-动量测不准关系	8.位置-动量测不准关系的精确陈述	9.推广共轭变量间的测不准关系	10.时间-能量测不准关系	11.光子的测不准关系		
III. 测不准关系和测量过程						144
12.在测量操作期间不可控制的扰动	13.位置测量					
14.动量测量						

IV. 在量子理论中现象的描述 并协性和因果性 ...	154
15. 统计解释引起的问题 16. 微观现象的描述和并协性 17. 并协变量 相容变量 18. 波粒二象性和并协性 19. 并协性和因果性	
第五章 波动力学的的发展及其解释	167
1. 引言	
I. 厄密算符和物理量	168
2. 波函数空间 3. 平均值定义 4. 不存在涨落和本征值问题	
II. 分立谱的研究	176
5. 厄密算符的本征值和本征函数 6. 波函数按正交归一本征函数的级数展开 7. 和一个算符相联系的数量测量结果的统计分布	
III. 一般情况下测量的统计	184
8. 连续谱的困难狄拉克 δ 函数的引入 9. 一般情况下本征函数的级数展式 闭合关系 10. 一般情况下测量结果的统计分布 11. 处理连续谱的其它方式 12. 注释和例子	
IV. 波函数的确定	201
13. 测量过程和波包的“过滤” 理想测量 14. 对易的观测算符和相容变量 15. 对易观测算符的完备系 16. 纯态和混合	
V. 对易子代数和它的应用	211
17. 对易子代数和基本对易子的性质 18. 角动量的对易关系 19. 统计分布的时间依赖关系 运动积分 20. 运动积分的例子 能量 宇称	
第六章 经典近似与 WKB 方法	219
I. 波动力学和经典近似	219
1. 一般评述 2. 厄任费斯脱定理 3. 波包的运动和伸展 4. 薛定谔方程的经典极限 5. 用于库仑散	

射 卢瑟福公式

II. WKB 方法..... 236

6. 方法的原理 7. 一维 WKB 解 8. WKB 近似成立的条件 9. 转折点和联接公式 10. 势垒贯穿 11. 势阱的能级

第七章 量子论的一般形式(A) 数学框架..... 249

1. 叠加原理和动力学态的矢量表示

I. 矢量和算符..... 251

2. 矢量空间 “刃”矢量 3. 对偶空间 “刁”矢量
4. 标积 5. 线性算符 6. 两个矢量空间的张量积

II. 厄密算符 投影算符和观测算符 261

7. 伴算符和共轭关系 8. 厄密(或自伴)算符 正定厄密算符么正算符 9. 本征值问题和观测算符
10. 投影子(投影算符) 11. 投影子代数 12. 具有完全分立谱的观测算符 13. 一般情况下的观测算符 广义的闭合关系 14. 观测算符的函数 15. 与观测算符对易的算符 对易观测算符

III. 表象理论 282

16. 关于有限矩阵的一般评述 17. 方阵 18. 扩展到无限矩阵 19. 矢量和算符的矩阵表象 20. 矩阵变换 21. 表象的代换 22. 算符和矢量的么正变换

第八章 一般形式(B) 物理现象的描述..... 303

1. 引言

I. 动力学态和物理量..... 305

2. 几率的定义 关于测量的假设 3. 量子化体系的观测算符和它们的对易关系 4. 海森伯测不准关系 5. 动力学态的定义以及空间 $\mathscr{H}$ 的建造 6. 具有经典模拟的一维量子体系 7. 由较简单空间的张量积来建造体系的 $\mathscr{H}$ 空间

II. 运动方程 319

8. 演变算符和薛定谔方程	9. 薛定谔“表象”	10. 海森伯“表象”	11. 海森伯“表象”和对应原理	12. 运动常数	13. 平均值的运动方程	时间-能量测不准关系	14. 中间“表象”
III. 理论的各种表象							333
15. 表象的定义							16. 波动力学
17. 动量表象 ($\{p\}$ 表象)							18. 一个例子
自由波包的运动							19. 其它表象
能量在其中为对角的表象							
IV. 量子统计							342
20. 不完全已知的体系和统计混合							21. 密度算符
22. 统计混合在时间上的演变							23. 密度算符的特征性质
24. 纯态							25. 经典统计和量子统计

第二部分 简单体系

第九章 用分离变量法求解薛定谔方程 中心势..... 353

1. 引言

I. 在中心势中的粒子 一般处理..... 354

2. 哈密顿量在球极坐标中的表示式 3. 角度变数的分离 球谐函数 4. 径向方程 5. 径向方程的本征解 谱的性质 6. 结论

II. 中心方阱势 自由粒子 365

7. 球贝塞耳函数 8. 自由粒子 平面波和自由球面波 9. 平面波用球谐函数展开 10. 球方阱的研究

III. 两体问题 质心运动的分离 372

11. 在经典力学中质心运动的分离 12. 量子化的两粒子体系的质心运动的分离 13. 扩展到多于两个粒子的体系

第十章 散射问题 中心势和相移方法..... 381

1. 引言

I. 截面和散射振幅..... 381

2.截面的定义 3.稳定的散射波 4.用一束波包来表示散射现象 5.波包被一个势散射 6.截面的计算 7.两个粒子的碰撞 实验室系和质心系	
II. 被一中心势散射 相移	398
8.分解为分波 相移方法 9.碰撞的半经典表示 碰撞参数	
III. 有限程的势	403
10.相移同对数微商之间的关系 11.相移在低能区 ($k \rightarrow \infty$) 的行为 12.较高阶的分波 级数的收敛 ($l \rightarrow \infty$) 13.被一个硬球散射	
IV. 散射共振	410
14.被一个深方阱散射 15.散射共振的研究 亚稳态 16.亚稳态寿命的观测	
V. 各种公式和性质	419
17.相移的积分表示 18.对势的依赖性 相移的正负号 19.玻恩近似 20.有限程理论 贝推公式	
第十一章 库仑相互作用	427
1.引言	
I. 氢原子	428
2.氢原子的薛定谔方程 3.基态结合能的数量级 4.薛定谔方程在球坐标中的解 5.能谱 简并性 6.束缚态的本征函数	
II. 库仑散射	437
7.库仑散射波 8.卢瑟福公式 9.分解为分波 10.波 ψ_0 的球谐函数展开式 11.用一短程相互作用来修正库仑势	
第十二章 谐振子	450
1.引言	
I. 哈密顿量的本征态和本征矢	451
2.本征值问题 3.算符 $\alpha, \alpha^\dagger$ 和 N 的引进 4. N 的谱和	

基	5. $\{N\}$ 表象	6. 产生算符和消灭算符	7. $\{Q\}$ 表象. 厄密多项式	
II.	应用和各种性质			460
	8. 本征函数 $u_n(Q)$ 的生成函数	9. 海森伯方程的积分	10. 经典和量子化的振子	11. 极小波包的运动和经典极限
	12. 处于热力学平衡的谐振子			
III.	多维各向同性谐振子			472
	13. P 维各向同性振子的一般处理	14. 两维各向同性振子	15. 三维各向同性振子	
附录 A	分布 δ “函数” 和傅里叶变换			484
附录 B	特殊函数和有关公式			503

第一部分 公式体系及其解释

第一章 量子论的起源

1. 引言

直到二十世纪初,物理学家普遍信奉的仍然是**经典学说**.根据这个学说,他们把一定数目的物理量或者说动力学变量赋予他们想要描述其演变的物理系统.而且,每一个这样的物理量在任一时刻都有一个完全确定的数值.一旦指明了这样一组数值,物理系统在该时刻的动力学状态便被确定.人们还认为,一旦知道了物理系统在某一初始时刻的状态,那么,该系统随时间的演变就能完全确定.这一条基本公理在数学上被表示得更为严格,即这些动力学变量作为时间的函数满足一组一阶微分方程.因此,经典理论物理学的工作程序就是先列举出所研究系统的动力学变量,然后再找出能预言该系统演变的运动方程,这种预言要与实验观测相一致.

从牛顿的理性力学*(Rational Mechanics)的建立直到十九世纪末,这个经典工作程序都运用得非常成功.每一项新的发现,或者是通过引入新的变量和新的方程,或者是通过修改老的方程,都在理论方面找到了自己的归宿,从而使新观测到的事实得以纳入原来的总框架.在这一时期,没有任何实验事实,也没有任何发现引起人们对经典程序的可靠性产生怀疑.相反,经典物理学一直在朝着更加简单和更加统一的方向不

* 指牛顿力学的理论体系。——译者注

断取得进展。这种情况一直延续到 1900 年左右。后来,随着我们对微观尺度¹⁾的现象了解得更精确,经典物理学遇到了越来越多的困难和矛盾。人们不久就意识到,原子和亚原子尺度的现象无法纳入经典学说的框架,它们必须依靠一些全新的原理才能得到解释。这些新原理是在经过千辛万苦的摸索之后才逐步发现的。只是到了 1925 年前后,随着量子力学的建立,我们才有了一个协调一致的关于微观现象的理论。这个理论的起源,就是本章要讨论的内容。

本章在对经典理论物理学的全貌作过概括介绍之后,将接着讨论那些能说明放弃经典概念的必要性的主要现象。我们假设读者是熟悉这些现象的²⁾,所以我们只打算提一些它们的要点,着重强调这些现象与经典物理学之间存在的矛盾。本章结尾部分则专门用来扼要介绍为解释这些现象所作的那些最初尝试,即所谓旧量子论。

I. 经典时代的终结

2. 经典理论物理学

在经典时代结束以前,物理学的各个不同分支已经并合成一个协调一致的总的理论结构,这个结构的一些要点如下。人们在宇宙中已分清有两类客体,即**物质**和**辐射**。物质由遵从理论力学牛顿定律的完全可以定域的微粒构成,而每一个

-
- 1) 有必要对本书中常要用到的“微观”和“宏观”两个词下一个定义。我们把“微观”尺度定义为原子或亚原子现象的尺度,所涉及的长度最多只有几埃(1 埃= 10^{-8} 厘米)数量级。“宏观”尺度则是用肉眼或普通显微镜能观察到的现象的尺度,这里最佳分辨率是 1 微米(10^{-4} 厘米)。
 - 2) 参见论述原子物理学的著作,如 M. Born, *Atomic Physics*, 6th. ed. (Blackie, Glasgow, 1957)。在这些书中可以找到关于这些现象的详细讨论。

微粒在任一时刻的状态则由它的位置和速度(或动量)总共六个动力学变量确定。辐射遵从的是麦克斯韦电磁定律,它的动力学变量是空间中每一点电场和磁场的分量,有无穷多个。与物质不同,辐射不能被分割成可以在空间定域而且在其时间演变过程中可以保持这种定域特性的微粒。相反,辐射表现出具有类似波动的特性,特别在大家熟知的干涉和衍射现象中,这种波动特性尤为明显。

物质的微粒说在整个十九世纪不断发展。起初,这种理论只用来处理天体和具有宏观尺度的固体的力学,随后,就越来越显示出,它也是制约微观尺度物质的演变的基本理论,乃至化学家们提出的原子假说也为它所证实。由于不可能把分子孤立出来,单独研究它们之间的相互作用而直接验证原子假说,人们便通过由组成物体的分子的运动规律可以推导出物体的宏观性质这件事来间接地证实它。在数学上,这样处理的是一个非常复杂的问题。根据这个假说,事实上,宏观量是作为一个具有极大数目自由度¹⁾的系统的某些动力学变量的平均值而出现的。准确求解这样一个系统的演变方程是毫无希望的,人们只能求助于统计的研究方法。于是一门新学科,统计力学,便应运而生并发展起来。统计力学的成就,特别是在气体研究方面(气体分子运动论)和热力学研究方面(统计热力学)所取得的成就,使我们能够定性地,而且在几率计算所规定的限度内还能定量地证实物质微粒说的基础。²⁾

与此同时,**辐射的波动说**也牢固地建立起来了。十九世

1) 我们知道,每摩尔的分子数目为 $N = 6.02 \times 10^{23}$ (阿伏伽德罗数)。这个 N 值是洛喜密脱(1895)首先根据全体分子运动论严格确定的。

2) 必须指出,统计力学的所有推理都是以一种统计性质假说即分子的混沌性假说为基础的,只要不放弃统计方法本身,就注定无法摆脱这个假说。虽则这个假说从直觉看似是正确的,但它的严格论证(各态历经定理)却非常微妙,而且仍然存在着争议。

纪上半叶,在光学领域中,由于在波的传播问题的处理方面取得了决定性进展(费涅耳),可以探究波动假说派生出来的所有结论,由来已久的关于光的波动性和微粒性的争论终于暂告结束.所有已知的光学现象,包括几何光学在内,全都可以建立在波动学说的基础之上了.在这期间,电和磁的现象的研究也迅速发展.1855年麦克斯韦建立起基本的电磁方程组,是在这方面迈出的决定性的一步.基于这些方程,他预言了电磁波的存在[这个预言最后为无线电波的发现(赫兹)所证实],并把光波当作一种特定类型的电磁波而完成了光学和电学的统一.

到了十九世纪末,经典方案所取得的成就给人印象极为深刻.所有已知的物理现象似乎都能在一个普遍的物质和辐射的理论中找到它们的解释;倘若遇到无法解释的情况,人们也有理由把失败全都归咎于求解这些问题时出现的数学困难,而不去怪罪基本方程的形式.经典理论的一个引人注目的特点,是它那高度的统一性.把科学的不同分支统一起来一直是物理学家们的迫切愿望,而他们在这方面确实也取得了丰硕成果.事实上,那个时代的物理学家赋予经典理论的统一性已超过了它实际具有的统一性.的确,波的传播并非是电磁学特有的现象.人们研究振动,首先研究的是物质的振动(振动弦,液面波,等等),而且是在光的波动性之前早就发现了声学现象的波动性.再者,物质内存在着波,这与微粒说也决不矛盾,人们在这里处理的不过是一种不难从包括合适的力的定律在内的某些微观定律导出的宏观现象.类似地,经典物理学家们也赋予电磁波以一种承载结构,一种他们称之为“以太”的物质流体,尽管它的结构和性质还有待具体化.于是,物质被看成一种由牛顿理性力学原理所制约的基本实体,这种实体遵从一些力的定律,以致在适当条件下能呈现各

种波动现象；而电磁振动就是这些现象之一。

这种观念后来已完全抛弃，但在我们谈及的那个时期，它却促使人们去做了一系列实验。这些实验未能揭示出能说明以太本性的任何事实，有一个实验反而导致了经典物理学的一场意义深远的危机。这就是著名的迈克耳孙-莫雷实验(1887)。设计这个实验是要找出光相对于地球的传播速度随传播方向的变化，以便揭示地球相对于以太的运动。这个实验的否定结果是人所共知的。经过若干次多少有点牵强附会的解释尝试之后，1905年，爱因斯坦才对时空概念作了批判性的分析，要求摒弃绝对时间概念和牛顿力学中的某些公理，终于在狭义相对论的框架内明确地解释了这一表面上的佯谬。事实上，牛顿力学不过是相对论力学的一种近似，它只在粒子的速度与光速 c 相比可以忽略的极限场合才能成立。我们这里不打算详细阐述相对论原理，在本书末我们学习相对论量子力学时，还有机会来讨论它。这里我们只指出非常重要的一点，那就是，这个原理绝没有让我们对前面介绍的经典学说和经典程序产生怀疑。

3. 对微观现象认识的进展和物理学中量子的出现

在跨入本世纪的那些年代，实验工作者们朝着两个紧密相关的方向在努力工作：一是对物质的微观结构作精密分析；二是去测定物质微粒间的相互作用以及它们与电磁场之间的相互作用。

第一个涉及物质结构的事实是通过研究稀薄气体中放电发出的射线——阴极射线和极隧射线——而得到的，人们把这些射线正确地解释为运动得非常快的带电粒子束。由此，人们发现了电子(J. J. 汤姆孙，1897)，即阴极射线中的那种粒子。人们还用实验确定了有电磁场存在时电子的行为，从