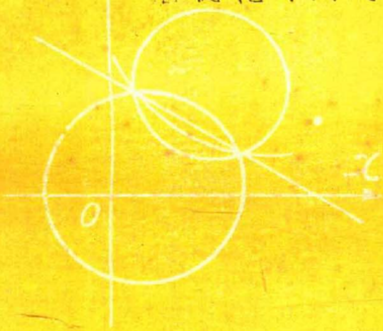
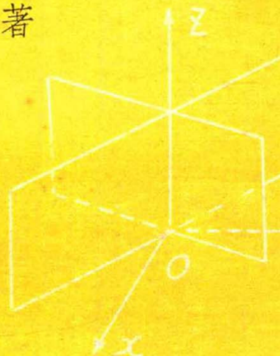
高中数学

高档试题分析

唐德伦等同志编著





部分省市《高档试题分析》编委会编

《高档试题分析》编委会名单

编　者　的　话

全国高考，为了考察学生的实际水平和拉开档次，所命试题都有一定的梯度。若把它分为三个档次：基本型题称为低档题，中等难度的题型称为中档题，则高难度的题型称为高档题。本书包括高档题或部分中档题。

为了开发学生的智力，培养数学能力，适应标准化考试的需要，我们组织全国部分教学第一线的精英，编写了《**高中数学精讲**》（中国城市经济社会出版社已出版），《**高中数学客观题及其解法**》（东北师大出版社已出版）。现在，经有关部门批准（№0001210），我们又编写这本《**高中数学高档试题分析**》。献给我国的中学数学教育事业和广大师生。

本书以全国、上海、广东的高考数学试题为红线，对其高难度的试题进行了分析：考查主要知识点、解法分折、解题指导（引伸或推广）等方面进行了探讨，从而总结了解题规律，熟练数学方法的应用；为了使读者深刻地掌握各种题型所用的数学方法，在每年的试题分析之后，有的除举例进一步分析外，还配备有针对性练习，并在书末给出了解答思路点拨与略解。若读者能综观全书，还能发现高考命题的一些规律的东西，对提高应变能力，变接受性学习为探索性学习，具有较大的作用。

本书由唐德伦、冯喹、岳明义、杨玉声等同志主持编写，参加编写的有：湖南：傅世球、傅其社、田隆岗、何威喜、熊跃农、曹德生、李子愚、刘安龙、黎笃信、唐祥亿、张春松、罗代任、苏光、胡国星，河北：张从文、郑斌、天津：王忠诚

河南：朱增科，山东：于永江，安徽：汪民岳、郎永发、王法思、王红、柯象林、王锡燕，江苏：崔同生、邓传斌、刘晓波浙江：方光雄，上海：李宝山，江西：林文斌、黄高琴、尹矿忠，山西：贺玉生，广东：李满祥、刘显平，四川：张成勇，湖北：尹合明、傅新明等同志。

最后，由刘东海同志审定全书。

由于水平有限，时间仓促，错误难免，恳请批评指教。

编　者

1988.12.

目　　录

第一章　全国高考试题分析

第二章　上海市高考试题分析

第三章　广东高考试题分析

第一章　全国高考试题分析

§1　1978年试题分析

一、（理一4）不查表求$\cos80^\circ\cos35^\circ+\cos10^\circ\cos55^\circ$**的值.**

1、**考查主要知识点**：积化和差、和角的正弦、余弦，差角的余弦，互为余角的三角函数关系等.

2、**解法分析**

解法1　原式$=\sin10^\circ\sin55^\circ+\cos10^\circ\cos55^\circ$

$=\cos(55^\circ-10^\circ)=\cos45^\circ=\sqrt{2}/2$;

解法2　原式$=\cos80^\circ\cos35^\circ+\sin80^\circ\sin35^\circ$

$=\cos(80^\circ-35^\circ)=\cos45^\circ=\sqrt{2}/2$;

解法3　原式$=\sin10^\circ\cos35^\circ+\cos10^\circ\sin35^\circ$

$=\sin(10^\circ+35^\circ)=\sin45^\circ=\sqrt{2}/2$;

解法4　原式$=\cos80^\circ\sin55^\circ+\sin80^\circ\cos55^\circ$

$=\sin(80^\circ+55^\circ)=\sin135^\circ=\sqrt{2}/2$;

解法5　原式$=\frac{1}{2}(\cos115^\circ+\cos45^\circ)+\frac{1}{2}(\cos65^\circ+$

$\cos45^\circ)=\frac{1}{2}(-\cos65^\circ+\cos65^\circ+2\cos45^\circ$

$=\cos45^\circ=\sqrt{2}/2$.

3、**解题指导**：

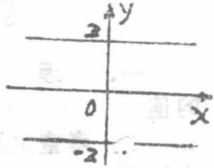
本题利用互余公式：$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$，$\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$是考生应变能力的关键. 本题一般形式是：$\cos\alpha\cos\beta+\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cos(\frac{\pi}{2}-\beta)$，如$\cos66^\circ\cos36^\circ+\cos24^\circ\cos54^\circ$也可以用相应的五种方法来解.

二、（理三）已知方程$kx^2+y^2=4$，**其中k为实数，对不同范围的k值，分别指出方程所代表的图形的类型，并画出显示其数量特征的草图.**

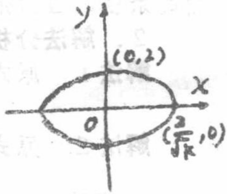
1、**考查主要知识点**：平行线，圆，椭圆和双曲线等方程对问题分域讨论的思想方法，完全归纳的能力.

2、**解法分析**

解 ①如图，当$k=0$得$y^2=4$，即$(y+2)(y-2)=0$．其图形表示平行于x轴的两条平行线；



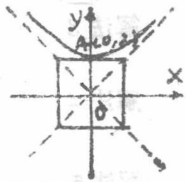
②如图，当$0<k<1$时，方程化为$\frac{x^2}{(2/\sqrt{k})^2}+\frac{y^2}{2^2}=1$，其图形为椭圆，中心在原点，长轴在ox轴上，半长轴为$2/\sqrt{k}$，半短轴等于2；



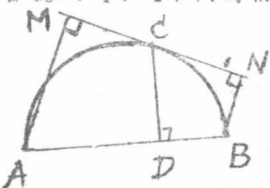
③当$k=1$时，$x^2+y^2=2^2$是以原点为圆心，2为半径的圆；

④当$k>1$，其图形是椭圆，中心在原点，长轴在在oy轴上，半长轴等于2，半短轴为$2/\sqrt{k}$；

⑤当$k<0$，方程化为$\frac{x^2}{2/\sqrt{-k}}-\frac{y^2}{2^2}=1$，如图，其图形为双曲线，中心在原点，实轴在oy轴上，半实轴为2，半虚轴为$2/\sqrt{-k}$．



3、**解题指导**：本题由k的变化引起曲线的变化，它是一道很好的形数结合题，它的一般形式是$kx+py^2=q$。请读者就k、p、q不同的情况讨论．



三、（理三）如图，AB是半圆的直径，C是半圆上一点，直线MN切半圆于C点，$AM\perp MN$于M点，$BN\perp MN$于N点．$CD\perp AB$于D点，求证：①$CD=CM=CN$；②$CD^2=AM\cdot BN$．

1、**考查主要知识点**：直径所对的圆周角是直角，弦切角定理，直角三角形中的射影定理以及三角形全等的定理．

2、**证法分析**

证明 ①连结BC、CA．则$\angle ACB=90°$．

$\because$ $\angle 1=\angle 2$，$\angle 4=\angle 5$（弦切角定理）

$\angle 3=\angle 2$，$\angle 5=\angle 6$（圆周角的余角相等）

$\therefore$ $\angle 5=\angle 6$，$\angle 1=\angle 3$．（等量代换）

在$\triangle CDB$与$\triangle CBN$中，$\angle CDB=\angle BNC=90°$，

$\angle 1=\angle 3$，　$CB=CB$，

$\therefore$ $\triangle CDB\cong\triangle CBN$，$BN=BD$，$CD=CN$．

同理，$AD=AM$，$CD=CM$．

$\therefore$ $CD=CM=CN$．

②在$Rt\triangle CAB$中，$CD^2=AD\cdot DB=AM\cdot BN$．

3、**解题指导**：此题可以推广、引伸，将直径AB变成为半圆的弦，此结论仍然成立．读者试试看．

四、已知$\log_{18}9=a$（$a\neq 2$）　$18^b=5$，**求**$\log_{36}45$．

1，**考查主要知识点**：对数的概念，换底公式以及有关对数的计算．

2、**解法分析**　由条件$18^b=5$，则$\log_{18}5=b$．用换底公式以及对数运算法则找出它们之间的内在联系．

解1　$\log_{36}45=\dfrac{\log_{18}9+\log_{18}5}{\log_{18}36}=\cdots=\dfrac{a+b}{2-a}$．

解2　$\because \log_{18}9=a$，$\therefore 18^a=9$，又$18^b=5$，

$\therefore$　$45=9\times 5=18^a\times 18^b=18^{a+b}$．

设$\log_{36}45=x$，则$36^x=45=18^{a+b}$．

$\therefore$　$\log_{18}36^x=\log_{18}18^{a+b}$．

$$x=\frac{a+b}{\log_{18}36}=\frac{a+b}{1+\log_{18}2}=\frac{a+b}{2-a}.$$

$\therefore$　$\log_{36}45=\dfrac{a+b}{2-a}$．

3、**解题指导**：在某种条件下，求某数的对数，关键是利用换底公式，作形式的转换．

五、（理五）已知$\triangle ABC$的三内角的大小成等差数列，$\mathrm{tg}A\cdot\mathrm{tg}C=2+\sqrt{3}$，求角A、B、C的大小．又知顶点C的对边c上的高等于$4\sqrt{3}$，求三角形各边的长．

（提示：必要时可验证$(1+\sqrt{3})^2=4+2\sqrt{3}$）

1、**考查主要知识点**：此为三角、几何和代数的综合题，难度比较大．除了检查考生等差数列、等差中项等基础知识之外，还要考查和角的正切公式、韦达定理的逆定理、射影定理以及解直角三角形有关的知识．更难的是要有将这些知识有机地联系起来，分析问题的能力．

2、**解法分析**：由$A+B+C=180°$，$2B=A+C$，推

出$B=60°$，$A+C=120°$，根据已知条件$\mathrm{tg}A\cdot\mathrm{tg}C=2+\sqrt{3}$，想到$A+C$的正切公式，逆用求出$\mathrm{tg}A+\mathrm{tg}C$的值，再用韦达定理的逆定理求$\mathrm{tg}A$和$\mathrm{tg}C$及A、C，最后，用解直角三角形求出a、b、c.

解 $\because A+B+C=180°$，$2B=A+C$.

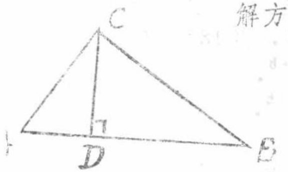
$\therefore \angle B=60°$，$A+C=120°$，

$\therefore \mathrm{tg}A\cdot\mathrm{tg}C=2+\sqrt{3}$；

$$\begin{aligned}\therefore\ \mathrm{tg}A+\mathrm{tg}C&=(1-\mathrm{tg}A\,\mathrm{tg}C)\,\mathrm{tg}(A+C)\\&=[1-(2+\sqrt{3})]\,\mathrm{tg}120°\\&=3+\sqrt{3}.\end{aligned}$$

设$\mathrm{tg}A=x$，$\mathrm{tg}C=y$，

用韦达定理的逆定理得 $\begin{cases}xy=2+\sqrt{3},\\ x+y=3+\sqrt{3}.\end{cases}$



解方程组得 $x_1=\mathrm{tg}A=1$，

$x_2=\mathrm{tg}C=2+\sqrt{3}$.

设$A<C$，则$\mathrm{tg}A=1$，$A=45°$，

$\mathrm{tg}C=2+\sqrt{3}$，得$C=75°$.

又知C边上的高为$4\sqrt{3}$，

$\therefore\ a=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sin60°}=8$，$b=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sin45°}=4\sqrt{6}$.

$c=AD+DB=b\cos45°+a\cos60°$，

$\therefore\ c=4\sqrt{3}+4$.

3、**解题指导**：此题属解三角形，但它溶合了等差数列以及其他有关知识，对考查灵活性和应变能力确有好处。

六、（理六）已知：α、β**为锐角，且**$3\sin^2\alpha+2\sin^2\beta=1$，$3\sin2\alpha-2\sin2\beta=0$，**求证**：$\alpha+\beta=\pi/2$.

1、**考查主要知识点**：此题除考查有关三角知识外，还是很多杂志、心理学上用来说明逆向思维的例子，并且思维途径较多，因此，它也是多向思维的实例，从而也能考查学生思维的广阔性和灵活性。

2、**解法分析**

证法一 $\because 3\sin^2\alpha+2\sin^2\beta=1$，

$\therefore 3\sin^2\alpha=1-2\sin^2\beta=\cos2\beta$.

∵ $3\sin 2\alpha - 2\sin 2\beta = 0$，得

$$\frac{3}{2}\sin 2\alpha = \sin 2\beta.$$

以上两式相除$\frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha$.

∴ $\operatorname{tg} 2\beta = \operatorname{ctg}\alpha$，$2\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$，即$\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$。

证法二 由$3\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta = 1$，

得$3\sin 2\alpha = 1 - 2\sin^2\beta = \cos 2\beta$.

∵ $3\sin 2\alpha - 2\sin 2\beta = 0$，得$\text{tin}2\beta = \frac{3}{2}\sin 2\alpha$.

又∵ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$，

$\sin 2\beta = 3\cdot\sin\alpha\cos\alpha$.

故$\sin^2 2\beta + \cos^2 2\beta = 9\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 9\text{stn}^4\alpha$，

即 $1 = 9\sin^2\alpha$.

∴ $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ （已知α为锐角）

$\sin(\alpha + 2\beta) = \sin\alpha\cos 2\beta + \cos\alpha\sin 2\beta$

$= \cdots = 1$.

∴ $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$。

证法三 从证明$\cos(\alpha + 2\beta) = 0$，请读者证明.

3、**解题指导**：本题证明途径很多，如上可证$\operatorname{tg} 2\beta = \operatorname{ctg}\alpha$；证$\sin(\alpha + 2\beta) = 1$；证$\cos(\alpha + 2\beta) = 0$等.

七、（理七）已知函数$y = x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 1$（m为实数）①m为什么数值时，y的极值为0？

②求证：不论m是什么数值，函数图象（即抛物线）的顶点都在同一条直线l_1上，画出$m = -1$，0，1时抛物线的草图，来检查这个结论.

③平行l_1的直线中，哪些与抛物线相交，哪些不相交？求证：任一条平行于l_1而与抛物线相交的直线，被各抛物线截出的线段都相等.

1、**考查主要知识点**：这是一道综合了抛物线求顶点的坐标、直线的两点式、斜截式和参数方程、两点之间的距离公式

等知识的解析几何题．其数学思维方法，用从一般到特殊的演译法，也用从特殊到一般的归纳法，要求学生有较高的探索能力．

2、解法分析

解 ① $y=x^2+(2m+1)x+(m^2-1)$

$$=\left(x+\frac{2m+1}{2}\right)^2-\frac{4m+5}{4}.$$

又∵ y的极值为0，∴ $(-4m-5)/4=0$.

解此方程，得 $m=-5/4$．此时，y的极值为0.

② 当 $m=0$ 时，$y=x^2+x-1=(x+1/2)^2-5/4$. 此时抛物线的顶点是 $(-1/2,\ -5/4)$.

设过定点 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{5}{4}\right)$ 和动点 $\left(\frac{-2m-1}{2},\ \frac{-4m-5}{4}\right)$ 的直线的斜率为k，则 $k=1$（常数）.

所以不论m是什么数，抛物线的顶点 $\left(\frac{-2m-1}{2},\ \frac{-4m-5}{4}\right)$ 在同一条直线上，顶点坐标 $\begin{cases} x=-m-1/2 \\ y=-m-5/4 \end{cases}$

只要消去参数m，即得 $y=x-3/4$.

当 $m=-1$ 时，得 $y=x^2-x$；

当 $x=1$ 时，得 $y=x^2+3x$.

③ 直线 l_1 的斜率 $k=1$.

设平行于 l_1 的直线 $y=x+b$（b为y轴上截距）

$x+b=x^2+(2m+1)x+(m^2-1)$,

$x^2+2mx+(m^2-b-1)=0$,

当 $\triangle=4m^2-4(m^2-1-b)\geqslant 0$ 时，方程有解；

又解此关于b的不等式，当 $b\geqslant-1$ 时，直线 $y=x+b$ 与抛物线相交；当 $b<-1$ 时，直线 $y=x+b$ 与抛物不相交．

解 $x^2+2mx+(m^2-b-1)=0$，得

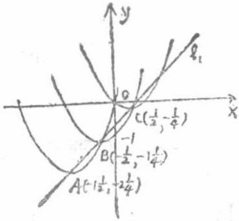
$x_{1,2}=-m\pm\sqrt{b+1}$．则直线 $y=x+b$ 与抛物线的交点为 $M_1(-m-\sqrt{b+1},\ -m-\sqrt{1+b}+b)$,

$M_2(-m+\sqrt{1+b},\ -m+\sqrt{1+b}+b)$.

抛物线与直线 $y=x+b$ 的交点之间的距离为 $|M_1M_2|$

则 $|M_1M_2|=2\sqrt{2(1+b)}$（常数）

∴任一条平行于 l_1 的且与抛物线相交的直线被各抛物线截出的线段都相等、



3、**解题指导**：对于这种含参数的问题，应对参数进行分域讨论，以便确定在不同区域内的结论。

练　习　1

1、求函数 $y=\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin 3x+\frac{3\sqrt{2}}{2}\cos 3x+1$ 的最大值和最小值。

2、设Q为抛物线 $y^2=4ax$（$a>0$）上一点，以定点A（$6a$，0）为中心，将AQ沿顺时针方向旋转90°到AP，求P点的轨迹。

3，复数z满足：$|z|=a$①，$R(z)\cdot I(z)=R(z)+I(z)$②，其中$R(z)$、$I(z)$分别表示实部和虚部．问：

（1）方程①、②在复平面内各表示什么曲线？

（2）若曲①、②交于三个不同点，求a的值，并证明此三点为一个正三角形的三个顶点。

4、设 $0<a<1$，解不等式 $a^2\cdot x^{\log_a x}>x^4\cdot\sqrt{x}$

5、已知抛物线 C_1：$y^2-x-2y-6=0$ 和抛物线 C_2：$y^2+x+2y=0$。

（1）求出曲线 C_1 和 C_2 的交点 P_1、P_2 间的距离；

（2）令 C_2 不动，C_1 向右平行移动，求 P_1 和 P_2 重合时，C_1 在新位置上的方程 C_3；

（3）试判断 C_2 与 C_3 的位置关系，并加以证明

§2 1979年试分析

一、（理9）、试问数列 $\lg 100$，$\lg\left(100\sin\frac{\pi}{4}\right)$，$\lg\left(100\sin^2\frac{\pi}{4}\right)$，…，$\lg\left(100^{n-1}\frac{\pi}{4}\right)$，**前多少项的和的值最大？并求出这最大值．（这里取** $\lg 2=0.301$）

1、**考查主要知识点**：对数的性质，特殊角的三角函数值，递减等差数列的判断及求和公式，不等式组的解法，二次函数极值的求法．

2、**解法分析**　因为这个数列为递减等差数列，且其首项为正数2，公差为$\frac{1}{2}\lg 2$．因此，要前k项的和最大，必须前k项都是正数或0，而从第k＋1项起以后都是负数．由此可得解法1．若把前k项的和S表为k的二次函数，再用求二次函数极值的方法来解，可得解法2．

解法1　由条件$a_k=2+(k-1)\left(-\frac{1}{2}\lg 2\right)$，则

$$\begin{cases}2+(k-1)\left(-\frac{1}{2}\lg 2\right)\geqslant 0 & ①\\ 2+[(k+1)-1]\left(-\frac{1}{2}\lg 2\right)<0. & ②\end{cases}$$

由①得 $k\leqslant 14.2$，由②得 $k>13.2$．

因k是自然数，所以$k=14$．即数列前14项的和最大．

取$k=14$，前14项的和

$$S=\frac{a_1+a_{14}}{2}\times 14=\frac{2+2+13\left(-\frac{1}{2}\lg 2\right)}{2}\times 14$$

$$\approx 14.30.$$

解法2　根据前面的分析，前k项的和：

$$S=\frac{\left[2+2+(k-1)\left(-\frac{1}{2}\lg 2\right)\right]k}{2}$$

$$=\left(-\frac{1}{4}\lg 2\right)k^2+\left(2+\frac{1}{4}\lg 2\right)k.$$

因k^2的系数为$-\frac{1}{4}\lg 2<0$，所以S有最大值. 且当

$$k=-\frac{2+\frac{1}{4}\lg 2}{2\left(-\frac{1}{4}\lg 2\right)}\approx 13.79$$

时，S有最大值。

因k是项数，应为自然数. 而当$k=14$时，有

$$a_{14}=2+(14-1)\left(-\frac{1}{2}\lg 2\right)=2-1.9565>0,$$

当$k=15$时，有

$$a_{15}=2+(15-1)\left(-\frac{1}{2}\lg 2\right)=2-2.107<0.$$

由此可知这数列的前14项都是正数，而从第15项起以后各项都是负数.

所以应取$k=14$，即数列前14项的和为最大，其值为

$$S=\frac{\left[2+2+13\times\left(-\frac{1}{2}\lg 2\right)\right]\times 14}{2}\approx 14.30.$$

解法3 将和式表为项数n的函数为：

$$S(n)=\frac{1}{2}n\left[4-\frac{1}{2}(n-1)\lg 2\right]$$

$$=\frac{1}{2}(-0.1505n^2+4.1505n).$$

将S(n)对n求导数，得：

$$S'(n)=\frac{1}{2}(-0.301n+4.1505).$$

令$S'(n)=0$，则$n\approx 14$.

又$\because S''(n)=-0.301/2<0$,

$\therefore S(n)_{max}\big|_{n=14}=14.31.$

3、**解题指导**：此题题型新颖，解法灵活，且有一定的难度，涉及的知识面也广，是一道较好的试题，

此题稍加变化，就可推广．因为它的特点是：所给数列是一个首项为正数、公差为负数的一个递减等差数列，因而可求前k项和的最大值．若又要保持数列各项是对数形式，只要换"tg100"为$M(M>1)$，换"$\sin\frac{\pi}{4}$"为$N(0<N<1)$，便可得到本题的一般形式为：

若常数M、N满足$M>1$，$0<N<1$，试问数列$\lg M$，$\lg MN$，$\lg MN^2$，…，$\lg MN^{n-1}$，前多少项的和的值最大？并求出这最大值．

解 数列的第k项为$a_k=\lg M+(k-1)\lg N$，由$M>1$得$\lg M>0$，由$0<N<1$得$\lg N<0$．因此，k应满足下列条件：

$$\begin{cases}\lg M+(k-1)\lg N\geqslant 0, & ①\\ \lg M+[(k+1)-1]\lg N<0. & ②\end{cases}$$

由①得$k\leqslant 1-\lg M/\lg N$，由④得$k>-\lg M/\lg N$．

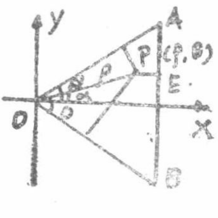
因k是自然数，故k应取$1-\lg M/\lg N$的整数部分．设这个整数部分为m，则数列前m项的和最大．

取$k=m$，前m项的和为

$$S=\frac{a_1+a_m}{2}\times m=m\lg M+\frac{m(m-1)}{2}\lg N.$$

原试题是求前多少项的值为最大，如将各项冠以负号，则可改为求前多少项的和的值为最小．

二、（理10）、设等腰△OAB的顶角为2θ，高为h．



①在△OAB内有一动点P，到三边OA，OB，AB的距离分别为|PD|，|PF|，|PE|，并且满足关系$|PD|\cdot|PF|=|PE|^2$．求P点的轨迹．

②在上述轨迹中定出点P的坐标，使得$|PD|+|PE|=|PF|$．

1、**考查主要知识点**：等腰三角形的性质，直线方程，圆的方程，两点间的距离，点到直线的距离，三角函数的性质及运算，二元二次方程组的解法．

2、**解法分析**：此题解法的思路比较明朗，第一问只要用点P（x，y）的坐标表示｜PD｜、｜PF｜、｜PE｜，再由关系式｜PD｜·｜PF｜＝｜PE｜²便可得点P的轨迹方程。第二问只要根据关系式｜PD｜＋｜PE｜＝｜PF｜得出一个方程，再把它与第一问中所得的轨迹方程联立解之，便可得所求点P的坐标。

解法1　（坐标法）建立如图的坐标系，则

直线OA的方程为　$y=x\mathrm{tg}\theta$，

直线OB的方程为　$y=-x\mathrm{tg}\theta$，

直线AB的方程为　$x=h$。

设点P的坐标为（x，y），因为点P在∠AOB内，有 $x>0$。又 $0<\angle AOB=2\theta<180°$，$0<\theta<90°$，有 $\sin\theta>0$，$\cos\theta>0$。于是

$|PD|=x\sin\theta-y\cos\theta$，

$|PF|=x\sin\theta+y\cos\theta$，

$|PE|=h-x$。

由条件｜PD｜·｜PF｜＝｜PE｜²，得

$x^2\cos^2\theta-2hx+y^2\cos^2\theta+h^2=0$　（Ⅰ）

除以$\cos^2\theta$（$\neq 0$），得

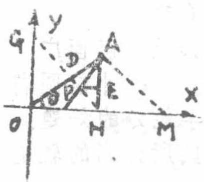
$$\left(x-\frac{h}{\cos^2\theta}\right)^2+y^2=\left(\frac{h\sin\theta}{\cos^2\theta}\right)^2.$$

这是以$\left(\frac{h}{\cos^2\theta},\ 0\right)$为圆心，$\frac{h\sin\theta}{\cos^2\theta}$为半径的圆。所求轨迹是此圆在所给等腰三角形内的那一部分。

注意：如图，过A作直线AM⊥OA交x轴于M，

∵$OA=h/\cos\theta$，∴$OM=h/\cos^2\theta$，$AM=h\sin\theta/\cos^2\theta$，

故M是圆的圆心，AM是圆的半径，并且OA切圆于点A。



(2)由条件｜PD｜＋｜PE｜＝｜PF｜，

得　$x+2y\cos\theta=h$。　（Ⅱ）

如图，此直线通过点H（h，0）及点G（0，$h/2\cos\theta$）。

由（Ⅰ）、（Ⅱ），得 $y=\frac{1}{\sqrt{5}}\mathrm{tg}\theta\cdot x$.