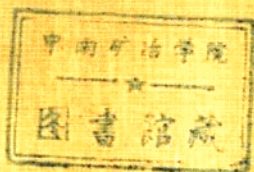


507191

# 力學自修書

上 冊

萬 仟 先 著



臺灣商務印書館發行

# 力學自修書

上 冊

萬仟先著

臺灣商務印書館發行

507192



0081069

# 力學自修書

下冊

萬仟先著

中南礦冶學院



圖書館藏

臺灣商務印書館發行

中華民國七十二年十月初版

力學自修書 上冊

基本定價四元二角正

著者 萬 仟 先

發行人 朱 建 民

版權所有  
印刷必究

印刷及  
發行所

臺北市重慶南路一段三十七號  
臺灣商務印書館股份有限公司  
登記證：局版臺業字第〇八三六號

校對人：張樹怡 王秀雲

## 前 言

一本書係屬於大學一年級程度，可供作大專一年級課本。又因本書係屬對於基本力學原理之普概討論性質，其用途尚有下列各項：

- (1)供大專理工科學生修習任何課程時對於基本力學之溫習及參考。
- (2)供擬修習大專理工科之高中學生自行進修準備。
- (3)供未在學校而需要力學知識人士之自修。

二本書之目的為詳細說明力學之基本原理，屬於講義性質，相當於將教師之講解以文字記錄表出，故讀者可以自修而無需教師之指導。其表述方針可列為以下各點：

(1)講解方面力求詳細清楚易懂，期使讀者能儘量減少耗費思索力而能獲得正確且徹底之了解。

(2)書文中隨處附有甚多註釋，以期解除讀者所可能發生之一切疑問。又凡有前後相關之論點及應用，皆隨時指明其相關節段，以便貫串思想，並增進記憶，免除混誤。

(3)凡對於論題之重點及困難之點皆係作反覆論述，並多方舉例演繹，以期讀者能諳悉之。

三本書中除對於基本原理及導出公式方面作詳細說明外，尤其注重於應用方面，一一在此方面所用之篇幅約佔全書篇幅之半，係分為下列各方面進行之：

(1)在基本原理及公式導出程序中隨時附以簡單實例演繹，並作多方面討論。

(2)在每一論題之末恒列有例題多則，詳細演明解算問題之全部過程；包括其中所需用數學之運用手續，並作多方面討論，以及應用各種不同解算方法之比較等。其目標係使讀者能獲得自行解算各種問題

之分析及運算能力，而免除不甚了解地僅以代公式為解題手續之陋習。

(3)每章末列有甚多習題供讀者練習；凡稍涉困難處皆附有詳細“提示”及註釋或“略解”，並加以詳細討論。其目標係使讀者在易作多作情況下自然發生探討興趣，由是獲致對於解算問題之熟悉運用。

四本書論述中附有註釋甚多，其排入方式分為二種：(1)與論述言詞直接有關之註解係包含於括號內直接插入詞句中；(2)屬於附述性質者則用小圈內加序數記號（例如“①”，“②”，“③”，等）標明排在書頁之底部。關於(1)項用括號插入之註解，其括號層次係依照數學中之運用方式，即依循圓括（或括弧）包含於方括內，而方括又包含於組括內之原則。讀者每次遇着此等括號註釋時，必須注意於每組括號（每組必為一前與一後二部分，即：“（“與”）”，“〔“與”〕”，“{“與”}”）之前後文詞係連續者；換言之，即跳過每組括號內文字觀之，其外部文詞（或文字次序）係連續者。根據此觀點，方不致發生閱讀上之混亂。

五本書每章末所列之習題多係直接採自以前與現行之高級中學及大學一年級教科書中（但所附之“提示”、“略解”、“註釋”、及“討論”等，則係著者自作）。惟因所採之書籍甚多，未能備列各該書名及編譯者姓名，茲藉此謹向各書編譯先生敬表謝忱。

六本書中所用名詞，皆係依從教育部於民國六十年十二月所公布之“物理學名詞”中之最新標準用語。

七著者寫此書時曾盡最大努力，審慎精細撰述，期使讀者對於力學一科能以自修方式，在不感覺困難情況下，獲得確切了解及應用能力。然唯恐心餘力絀，或有未逮，尚祈海內賢達不吝指正，無任感幸。

萬仟先 謹識

# 緒 論

## § 1. 自然科學與物理學

### 1.1 泛述

凡有系統地研究自然界現象 ( natural phenomenon ) 的論述名爲自然科學 ( natural science )。依照傳統之分類言之，自然科學包含：( i ) “生物科學” ( biological science )，所研究者爲有生命物體之現象，如“動物學”，“植物學”，等。( ii ) “物理科學” ( physical science )，所研究者爲無生命物體之現象；物理科學又分爲物理學 ( physics ) 與化學 ( chemistry ) 二類。物理學研究物質之性質、作用、及其間能量之傳遞及變化等現象，〔註：“物質” ( matter ) 之定義爲佔有空間之地位而又爲吾人之官能所能感覺之物；物質之成爲一定形狀者名爲物體 ( body )。例如，鐵爲一種物質，而鐵棒則爲物體。〕至於化學所研究者則主要爲物質本身之結構及變化。然近世以來，物理學與化學上之研究愈趨精深，故此二者間已互相侵入，不可復作嚴格分劃。例如，化學中研究分子由原子構成，而物理學中則更研究原子由基本粒子構成；又近世對於生物體亦採用化學與物理學以研究之，而稱爲“生物化學”與“生物物理學”。

### 1.2 物理學之傳統分類

依照傳統分類，物理學係分爲下列諸項：( i ) “力學” ( mechanics )、( ii ) “物性學” ( properties of matter )、( iii ) “熱學” ( heat )、( iv ) “聲學” ( sound )、( v ) “光學” ( light )、( vi ) “磁學” ( magnetism )、( vii ) “電學” ( electricity )。惟近世對於物理學中之分類有顯著改變，但此處將不加備述，(讀者可參閱新近之“普通物理學”課本中。) 因本書中所論者僅爲以上之第 ( i ) 項“力

學”。無論將物理學作如何之分類，此“力學”部分係恒為研究物理學之基本因素也。

## § 2. 定律、原理、假說及理論

### 2.1 各名詞之意義

物理學之發展是由於歷代各科學家、哲學家等對於自然現象作精密之觀察，觀察尚不足，繼之以“實驗”(experiment)。實驗係摹倣自然界之狀況，但可以自由控制其條件，於是由此等觀察及實驗乃獲得若干結論。其結論之屢試而不爽者名為“定律”(law)，例如“牛頓定律”、“萬有引力定律”等。尚有與定律之意義相似而係由其他事理所推求而得者則名為“原理”(principle)，例如“阿基米得原理”等。又對於各結論吾人推求其何以故之論述則名為“理論”(theory，或簡稱“論”)，例如“氣體動力論”等。一結論常係以另一結論為根據而推出，如是繼續溯其源流，其最始之根據常為一假定，此種假定名為“假說”(hypothesis)，例如“亞佛加厥假說”等。

### 2.2 物理學之目的

物理學之目的係以各定律、原理、及理論等為根據，對於自然界現象各問題作有系統之解答，並發展新定律、原理、及理論。〔讀者須知物理學與數學之基礎大有不同。數學之大部皆係人為者，不需要實驗，其目的在應用於各科學中以求獲得所需要之結論。至於物理學則必須根據自然界之事實，不能嚮壁造車，而必須以由觀察及實驗所獲得之定律及原理等為起點。但在物理學之研究中常需要甚多數學原則運算作為推算之工具。〕

## § 3. 單位

### 3.1 基本單位及導出單位之意義

由上所述，物理學之結論必須由觀察及實驗而獲得。實驗可分為“定性”(qualitative)及“定量”(quantitative)二種。前者僅求其結果如何，而不問其至何程度，故用處甚小。後者則兼求其結果為多少



，故必須作“量度”(measurement)。凡是可以被量度得若干大小或多少的事物都稱為“量”(quantity)；物理學中所討論的“量”稱為“物理量”(physical quantity)。既想要量度一“量”，則必須取一標準量才能夠表出此量的大小，此種標準量稱為“單位”(unit)。例如若表明一量之大小為 $n$ 單位，其意即為此量含有所用單位量的 $n$ 倍，此中之“ $n$ ”稱為“數字”(numeric)。(例如，一長度為3米，則“3”為數字，而“米”為單位。)物理量之種類甚多，各自有其單位，但各量中有三種為基本的，即“長度”(length)、“質量”(mass，其定義見後)、和“時間”(time)，——稱為“基本量”(fundamental quantity)①。其他的量皆可由此三種基本量所導出，則稱為“導出量”(derived quantity)。例如，“速度”為長度與時間所導出，故速度為“導出量”之一種。量度基本量所用之單位稱為“基本單位”(fundamental unit)，而量度導出量所用之單位稱為“導出單位”(derived unit)。

### 3.2 三種單位制度

物理量普通有三種單位制度 (system of unit)，在每一種制度中各規定三個“基本單位”作為量度三個“基本量”(長度、質量、時間)之標準，且即利用此三個基本單位的名稱作為這個單位制度的名稱：

(i) 厘米—克—秒制 (或 cgs 制)，亦稱為“米制”或“公制”(metric system)，——在這個制度中是規定以“厘米”(centimeter)作為標準長度單位，“克”(gram)作為標準質量單位，“秒”(second)作為標準時間單位。這個單位制度以前是被普遍地採用於科學研究範圍中，但是現在已經大多地被“mks 制”〔見下第 (iii) 項〕所取代。

(ii) 呎—磅—秒制 (或 fps 制)，亦稱為“英國單位制”(British system)，——在這個制度中規定以“呎”(foot)為標準

①註：但在“電學”中尚有“電荷”或“電流”亦為“基本量”，而不能由上述三種“基本量”所導出；但本書將不討論“電”的問題。

長度單位，“磅”(pound)為標準質量單位，“秒”為標準時間單位。此單位制是廣泛地應用於工程界中，但是現今也相當地被“mks制”所取代。

(iii) 米-千克-秒制(或mks制)，——在這個制度中是規定以“米”(meter)為標準長度單位，“千克”(kilogram)為標準質量單位，“秒”為標準時間單位。這個單位制度是較晚近才採用的，但是由於它的各標準單位的大小甚為適宜於實用，所以多數人都預測它將是未來唯一被廣泛地採用的單位制度。

### 3.3 基本單位之變換比值

基本單位之變換比值——同一物理量可用不同之單位量度之，於是獲得不同之數字。例如，一長度為3尺，倘若用“寸”單位來量度就是30寸，又倘若用“丈”單位來量度就是0.3丈。這就是單位變換的結果，因1尺=0.1丈而1尺又=10寸之故。在上述之每一種單位制中對於每一種“基本量”雖然是各規定了一個標準單位（例如，在cgs制中規定“厘米”為長度的標準單位；在fps制中規定“磅”為質量的標準單位等），這是為了理論推算的統一化，由是可以獲得便利而無混亂之故。但是在實用上仍採用了大小不同的許多單位，以便利於表明大小不同的同類之“量”。例如在英國單位制中，除了所規定的標準長度單位“呎”之外，對於甚大之距離則用“哩”單位表之，——因1哩=5,280呎，於是對於1,000哩的長度，若用“呎”單位表出，則為5,280,000呎，就頗為不便了。所以我們應當要學會如何將一個物理量由所給的單位表法變換至另一種單位表法的化算手續。這裡先說明關於基本單位的變換比值，也就是同一類的各種基本單位②（即同為長度單位，或同為質量單位，或同為時間單位）的大小比值；在以後§5中將再討論應用這些比值來作對於任一物理量變換其單位表法的化算手續。

②註：我們很容易知道，不同類的基本單位（例如，呎和克，秒和厘米，哩和噸等）是不能夠互相變換的。

以下將分類表明各基本單位之大小比值關係；在同一制中，大小不同的單位比值是被規定的（在“米制”中是取十進法，故甚便利），在不同制間的單位比值係由比較獲得（例如以下所列  $1 \text{ 吋} = 2.54 \text{ 厘米}$ ）：

（i）長度單位。在米制中長度單位之根據為一鉑銥合金所製成之棒，稱為“米原器”，藏於法國巴黎“國際標準局”內，其長度係摹擬地球上通過巴黎子午線自北極至赤道一象限長度的一千萬分之一。此棒上二標線間之距離（在溫度  $0^{\circ}\text{C}$  時）為一米。其他較大及較小的單位則依十進法規定，表列於下：

|                                                                   |                                                                                      |                                                                      |                                              |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 千米 (kilometer, 簡寫 km.)<br>(通用名公里)<br>$= 1000 \text{ 米}$           | 百米 (hectometer)<br>(較少用)<br>$= 100 \text{ 米}$                                        | 什米 (decameter)<br>(較少用)<br>$= 10 \text{ 米}$                          | 米 (meter, 簡寫 m.)<br>(通用名公尺)<br>mks 制中的長度標準單位 |
| * 分米 (或十厘米)<br>(decimeter)<br>(較少用)<br>$= \frac{1}{10} \text{ 米}$ | * 厘米 (centimeter, 簡寫 cm.)<br>(通用名公分)<br>$= \frac{1}{100} \text{ 米}$<br>cgs 制中的長度標準單位 | * 毫米 (millimeter, 簡寫 mm.)<br>(通用名公釐)<br>$= \frac{1}{1000} \text{ 米}$ |                                              |

\* 註：在上表中，讀者應注意，不要將“分米”和“公分”（即“厘米”）混誤，也不要將“厘米”和“公釐”（即“毫米”）混誤。

英國單位制（簡稱“英制”）中的各長度單位為：（同樣有一“碼原器”存於“倫敦標準局”中）

|                                                                        |                                     |                                             |                                                          |
|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 哩 (mile, 簡寫 mi.)<br>(亦稱英里)<br>$= 5280 \text{ 呎}$<br>$= 1760 \text{ 碼}$ | 碼 (yard, 簡寫 yd.)<br>$= 3 \text{ 呎}$ | 呎 (foot, 簡寫 ft.)<br>(亦稱英尺)<br>fps 制中的長度標準單位 | 吋 (inch, 簡寫 in.)<br>(亦稱英寸)<br>$= \frac{1}{12} \text{ 呎}$ |
|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------|

cgs 制和 mks 制都是屬於米制中，所以它們的標準長度單位（即“米”和“厘米”）的比值可以直接由以上的前一表中查出，即  $1 \text{ 米} = 100 \text{ 厘米}$ 。但是 fps 制中的長度單位和米制中的長度單位比值，就必須要有一個連繫才能夠獲知；根據比較的結果，我們得知

$$1 \text{ 吋} = 2.54 \text{ 厘米},$$

於是就可以溝通它們的比較了。

“面積”(area)和“體積”(volume, 亦稱容積)皆為長度之導出量, 即面積 = (長度)<sup>2</sup> 和體積 = (長度)<sup>3</sup>。此二量的單位皆可利用長度的單位表出; 例如, 每邊長 1 米的正方形面積為 1 平方米(sq. m.) 或 1 米<sup>2</sup> (m.<sup>2</sup>), 和每稜長 1 呎的立方體體積為 1 立方呎(cu. ft.) 或 1 呎<sup>3</sup> (ft.<sup>3</sup>)。但容積單位常另有專名, 略舉重要者如下:

在米制中, 1 公升(liter, 亦稱為升) = 1000 立方厘米;

在英制中, 1 加侖(gallon, 簡寫 gal.) = 231 立方吋。

(ii) 質量單位。質量(mass)為一物體所含物質多少之量。量度一物體之質量通常可由稱(weigh)其重量(weight)而獲得。但質量並非即為重量, 其區別將在以後第一章 § 3 中討論之。在米制中, 質量單位之標準係根據“國際標準局”中所藏之一鉑銻合金圓柱體, 其質量為 1 仟克, 係摹倣在 4°C 時之水 1000 立方厘米之質量。此質量之  $\frac{1}{1000}$  稱為 1 克。米制中的各質量單位(亦依十進法)是列於下表中:

|                                                                |                                      |                                                 |                                                            |
|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 仟克(kilogram<br>簡寫 kg.)<br>(通用名公斤)<br>= 1000 克<br>mks 制中之質量標準單位 | 佰克(hectogram)<br>(較少用)<br>= 100 克    | 什克(decagram)<br>(較少用)<br>= 10 克                 | 克或公克(gram,<br>簡寫 g. 或 gm.)<br>(俗稱公分*或格蘭姆)<br>cgs 制中之質量標準單位 |
| 分克(decigram)<br>(俗稱“公釐”)<br>= $\frac{1}{10}$ 克                 | 厘克(centigram)<br>= $\frac{1}{100}$ 克 | 毫克(milligram)<br>(俗稱公絲)<br>= $\frac{1}{1000}$ 克 |                                                            |

\* 註: 讀者可注意, 此名稱“公分”亦可用作長度單位中之“厘米”。  
尚有一較大之單位“公噸”(metric ton) = 1000 仟克 = 10<sup>6</sup> 克。

英制中的質量各單位爲：（同樣有一“磅原器”存於“倫敦標準局”中。）

|                                              |                                               |                                    |                                                     |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 長噸 (long ton)<br>= 2240 磅<br>(英國用之, 故亦稱“英噸”) | 短噸 (short ton)<br>= 2000 磅<br>(美國用之, 故亦稱“美噸”) | 磅 (pound, 簡寫 lb.)<br>fps 制中之質量標準單位 | 噐 (ounce, 簡寫 oz.)<br>(亦稱“英兩”)<br>$= \frac{1}{16}$ 磅 |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------------------|

米制和英制中的質量單位比較值爲

1 千克 = 2.204 磅, 或 1 磅 = 453.6 克。

(iii) 時間單位。時間之標準係根據地球自轉一週之時間爲一太陽日。但一年之中, 太陽日之長短不等; 於是取一年之中太陽日之平均長短稱爲“平均太陽日”(mean solar day)。由是再劃分出較小之時間單位, 即爲我們日常所用的時間單位, 如下:

1 平均太陽日 = 24 小時 (hour, 簡寫 hr.),

1 小時 = 60 分 (minute, 簡寫 min.),

1 分 = 60 秒 (second, 簡寫 sec.)。

在以上 3.2 所列之三種單位制度中都是規定以“秒”爲標準時間單位。

### 3.4 基本單位之比值求法

在以上 3.3 之 (i)、(ii) 二項中皆各有許多大小不同之同類基本單位, 不過其中直接表出大小比值者僅有少數, 其他之比值則必須要間接求出。但是其中一系列之關係皆係完整的, 所以任何二個同類單位間之比值必可求出。舉例於下:

( $\alpha$ ) 可直接讀出者: 例如 (i) 項中之“1 千米 = 1000 米”, “1 哩 = 5280 呎”, “1 吋 = 2.54 厘米”等。(ii) 項中之“1 毫克 =  $\frac{1}{1000}$  克”, “1 噐 =  $\frac{1}{16}$  磅”, “1 千克 = 2.204 磅”等。

( $\beta$ ) 可倒反求出者: 可應用代數學中對於方程式之“等量除法

或乘法”原理，即可求出；例如：欲求米對仟米之比值（即求 1 米等於若干仟米）；可由（i）項之表中查出“1 仟米 = 1000 米”，則兩邊各除以“1000”，即得  $\frac{1}{1000}$  仟米 = 1 米，即  $1 \text{ 米} = \frac{1}{1000} \text{ 仟米}$ 。又

如欲求磅對噸之比值；可由（ii）項之表中查出“1 噸 =  $\frac{1}{16}$  磅”，

則兩邊各乘以“16”，即得 16 噸 = 1 磅，即  $1 \text{ 磅} = 16 \text{ 噸}$ 。

總之，若  $u_1$  與  $u_2$  代表大小不同之二個同類單位，且由表中可查出  $u_1 = k u_2$ ，則倒反之，即得  $u_2 = \frac{1}{k} u_1$ 。

（γ）需要間接求出者：若所求比值之二個單位在所列表中無直接比值，則可利用間接方法求出之，——其法係採用其他有關聯之中間單位，應用代數學中之“代換”手續，即：設由所列表中〔應用以上之（α）或（β）項手續〕獲得  $u_1 = k_1 u_2$  及  $u_2 = k_2 u_3$ ，則將後一式代入前一式中，即得  $u_1 = k_1 (k_2 u_3) = (k_1 k_2) u_3$ ，即單位  $u_1$  對單位  $u_3$  之比值為“ $k_1 k_2$ ”，或  $u_1$  為  $u_3$  之“ $k_1 k_2$ ”倍。此手續立可推廣至需要多於一個中間單位之情形下。

〔例題 1〕 試求 1 “平均太陽日”等於若干“秒”。

〔解〕 由 3.3（iii）中，知 1 平均太陽日 = 24 小時，(1)；1 小時 = 60 分，(2)；1 分 = 60 秒，(3)。

將(2)式代入(1)式中，得

1 平均太陽日 = 24 小時〔即  $24 \times (1 \text{ 小時})$ 〕 =  $24 \times 60$  分〔即  $24 \times 60 \times (1 \text{ 分})$ 〕，(4)。

再將(3)式代入(4)式中，即得

1 平均太陽日 =  $24 \times 60 \times 60 \text{ 秒} = (24 \times 60 \times 60) \text{ 秒} = 86400 \text{ 秒}$ 。

〔註〕（i）作此類繼續換算時，我們應當首先預定一個連續順序，方可依序進行“代換”手續，本題中之順序為

平均太陽日——小時——分——秒。

(ii) 以上算式中之“〔即 $24 \times (1 \text{ 小時})$ 〕”和“〔即 $24 \times 60 \times (1 \text{ 分})$ 〕”(當實際運算時)可無須寫出；僅須想到，倘若需要繼續“代換”時，“小時”即代表“1 小時”和“分”即代表“1 分”，就可以了。

〔例題 2〕 試求長度單位“毫米”對“哩”的比值是多少，(僅須寫出直接所得分數，不必算出小數)。

〔解〕 由以上 3.3 (i) 項中，可看出由“毫米”至“哩”之連續關聯順序爲

毫米——米——厘米——吋——呎——哩

於是由表中查出：“1 毫米 =  $\frac{1}{1000}$  米”，(1)。

又查出“1 厘米 =  $\frac{1}{100}$  米”，故依照以上之(β)項手續，  
即得 1 米 = 100 厘米，(2)。

又查出“1 吋 = 2.54 厘米”，故 1 厘米 =  $\frac{1}{2.54}$  吋，(3)。

又查出“1 吋 =  $\frac{1}{12}$  呎”，(4)。

又查出“1 哩 = 5280 呎”，故 1 呎 =  $\frac{1}{5280}$  哩，(5)。

於是將(2)式代入(1)式中，再逐次地將(3)式、(4)式、(5)式繼續代入，即得：

〔註：可一次連續地寫下去〕

$$\begin{aligned} 1 \text{ 毫米} &= \frac{1}{1000} \text{ 米} = \frac{1}{1000} \times 100 \text{ 厘米} = \frac{1}{1000} \times 100 \times \frac{1}{2.54} \text{ 吋} \\ &= \frac{1}{1000} \times 100 \times \frac{1}{2.54} \times \frac{1}{12} \text{ 呎} \\ &= \frac{1}{1000} \times 100 \times \frac{1}{2.54} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{5280} \text{ 哩} \end{aligned}$$

$$\text{即 } \frac{100}{1000 \times 2.54 \times 12 \times 5280} \text{ 哩。}$$

故“毫米”對“哩”之比值爲  $\frac{100}{1000 \times 2.54 \times 12 \times 5280}$ 。

### 3.5 角單位

此外尚有角之單位併於此處說明，常用者有二種制度：

(i) 六十分制——此制規定：

1 周角 = 4 直角；1 直角 = 90 度（簡寫  $90^\circ$ ）；

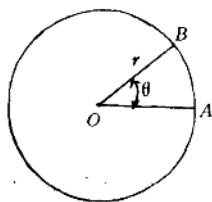
1 度 = 60 分（簡寫  $1^\circ = 60'$ ）；1 分 = 60 秒（簡寫  $1' = 60''$ ）。

(ii) 弧度制——設有一角  $\theta$ （見圖 1），以角頂點  $O$  爲圓心，以任意半徑  $r$  作一圓，角之二邊截圓周於  $A$  與  $B$  二點。則依此制度，

$$\theta = \frac{\widehat{AB}}{r} \text{ 弧度。}$$

[註： $\frac{\widehat{AB}}{r}$  爲弧  $AB$  之長與半徑  $r$  之長之比，係一數字；“弧度”（radian，亦稱“弼”）爲單位。]

六十分制與弧度制之比較：在圖 1 中設角  $\theta$  逐漸增大成爲一周角時，則  $\widehat{AB}$  即隨同增大而成爲一圓周，其長度等於  $2\pi r$



(圖 1)

，故

$$1 \text{ 周角} = \frac{(\text{圓周}) 2\pi r}{r} \text{ 弧度} = 2\pi \text{ 弧度} \doteq 6.2832 \text{ 弧度。}$$

但在六十分制中，1 周角 =  $4 \times 90^\circ = 360^\circ$ 。比較以上二式，即得

$$2\pi \text{ 弧度} = 360^\circ, \text{ 或 } \pi \text{ 弧度} (\doteq 3.1416 \text{ 弧度}) = 180^\circ。$$

### 3.6 單位之因次

對於“導出單位”，我們常用一代數乘除公式，叫做因次（dimension），來表明其如何由“基本單位”所組成。我們通常用“



[ $L$ ]”表長度單位因次，“[ $M$ ]”表質量單位因次，“[ $T$ ]”表時間單位因次。於是速度單位之因次即為 [ $v$ ] =  $\frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1}$

，（因速度 =  $\frac{\text{距離}}{\text{時間}} = \frac{\text{長度}}{\text{時間}}$ ，見後第四章 § 4 中）；又體積單位之因次

為 [ $V$ ] = [ $L$ ]<sup>3</sup>，[因體積 = 長 × 寬 × 高 = (長度)<sup>3</sup>]，等等。

（註：因次中不計數字）

## § 4. 密度與比重

### 4.1 密度之定義、單位、與公式

一種物質之“密度”（density）為此物質每單位體積之質量。

欲測定某一種物質之密度，可取由此物質所製成之物體一件，量度其質量和體積各為多少。然後以所得體積之數字除所得質量之數字即得所求物質密度之數字；其單位則係由原用以量度質量和體積之二種單位所組成（根據“因次”形式），見下例題中。

以下列出密度公式之三種形式：

令  $M$  = 所論物體之質量， $V$  = 此物體之體積， $d$  = 組成此物體之物質之密度；則  $d = \frac{M}{V}$ ，[公式 1]；應用於已知物體之質量及體積，求物質密度之問題中。

$M = V d$ ，[公式 1']；應用於已知體積及密度，求物體質量之問題中。

$V = \frac{M}{d}$ ，[公式 1'']；應用於已知質量及密度，求物體體積之問題中。

{ 註：公式 [1] 係直接根據定義而獲得，公式 [1'] 與 [1''] 皆係由公式 [1] 應用代數運算手續而獲得 }。

“密度”在實用上之意義可表示各種物質之比較輕重。倘若我們要想比較鐵與木二種物質的輕重時，取 1 體積的鐵塊和 100 倍體積的