统计 数值分析

〔日〕近藤次郎 高桥磐郎 出居 茂 小柳芳雄 著

工科数学丛书 5 习题集

工科数学丛书之五

统 计 数值分析

（习 题 集）

〔日〕 近藤次郎 高桥磐郎 出居 茂 小柳芳雄 著

关颖男 潘德惠 译

赵惠元 熊民旦 校

辽宁人民出版社

1981年·沈阳

内 容 提 要

这本《统计、数值分析习题集》主要内容是：概率论基础、样本、回归分析、方差分析与试验设计、函数计算、线性计算等方面的例题、类题、习题和解答。适于高等学校作为这部分课程的辅助教材，可供理工科院校师生以及有关人员学习与参考。

工科数学丛书之五

统计 数值分析

（习题集）

〔日〕近藤次郎 高桥磐郎 出居 茂 小柳芳雄 著

关颖男 潘德惠 译

赵惠元 熊民旦 校

*

辽宁人民出版社出版

（沈阳市南京街6段1里2号）

辽宁省新华书店发行

沈阳新华印刷厂印刷

*

开本：850×1168 1/32 印张：8 7/8

字数：218,000 印数：1—19,200

1981年5月第1版 1981年5月第1次印刷

统一书号：7090·100 定价：1.15元

目　　录

第一章　概率论基础

1·1　样本空间·事件

要点

1°　**事件**　某个试验所有可能发生的结果记为E_1，E_2，…，E_n时，样本空间S就是

$$S=\{E_1,\ E_2,\cdots,\ E_n\}$$

S的子集叫作事件。

S的元素也叫S的点。

S也有时由无穷多个点构成。

一个试验的样本空间，有种种表示方法，因此S不是唯一确定的。

2°　**事件的运算**　设A,B,C等是事件，它们之间的运算规定如下。

事件的和：$A\cup B$　　或者事件A或者事件B发生的事件（也包含A与B同时发生的情形）。

事件的积：$A\cap B$　　事件A与事件B同时发生的事件。

事件的非：A^c　　事件A未发生的事件。（A^c也叫A的余事件）。

3°　**不相容事件**　事件A与B不能同时发生时，称A与B不相容，记为$A\cap B=\phi$。ϕ叫空事件。

4° **样本空间的分枝图示**

指将样本空间分成几个阶段用分枝来图示（图1·1）。

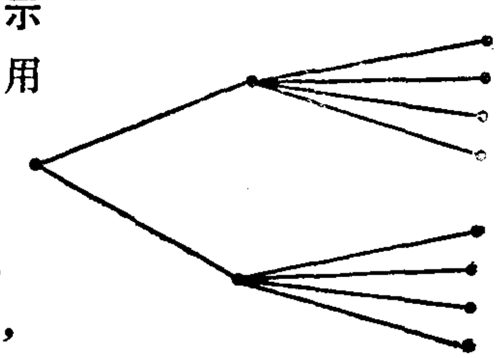


图 1·1

5° **事件间运算的公式**

关于事件的和，积，非，有以下8个公式。

（1） $A\cup B=B\cup A$

（2） $(A^c)^c=A$

（3） $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

（4） $A\cap B=(A^c\cup B^c)^c$ 或由（2）有 $(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$

（5） $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

（6） $A\cap A^c=\phi$

（7） $A\cap S=A$

（8） $A\cup\phi=A$

这些公式之外，还加上以下7个公式。

（9） $A\cap B=B\cap A$

(10) $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

(11) $A\cup B=(A^c\cap B^c)^c$ 或由（2）有 $(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$

(12) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

(13) $A\cup A^c=S$

(14) $A\cup S=S$

(15) $A\cap\phi=\phi$

（9）～（15）与前边8个公式配成以下几对：

（1）与（9），（3）与（10），（4）与（11），（5）与(12)，每一对中将前一公式中的$\cup$，$\cap$分别换成$\cap$，$\cup$即得后一公式。

例题1·1·1　写出掷两枚日本硬币（100圆与50圆）的试验的

样本空间。

【解】令正面为H，背面为T。按100圆，50圆的顺序写成

$$S=\{HH,\ HT,\ TH,\ TT\}$$

也可如图1·2与图1·3那样作图示。

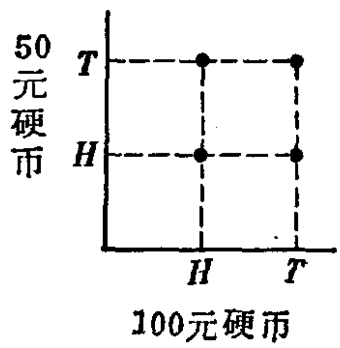


图 1·2

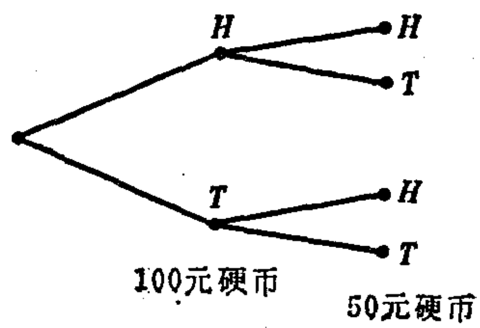


图 1·3

其次，如只着眼于H的个数时，则有$S=\{0,\ 1,\ 2\}$，只看两枚硬币出现相同面（事件A），还是不同的面（事件D）时，则为$S=\{A,\ D\}$。

例题 1·1·2　在有3个孩子的家庭中，孩子们的性别的样本空间。

【解】用B表示男孩，G表示女孩。按年龄从大到小来排列时，得到

$$S=\{BBB,\ BBG, BGB, GBB, BGG,\ GBG,\ GGB,\ GGG,\}$$

也可用图1·4来表示。

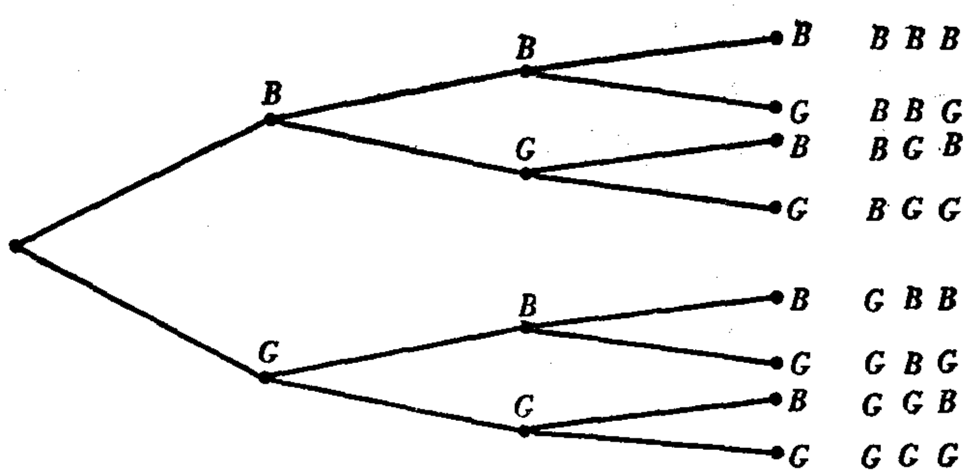


图 1·4

如只考虑孩子中男（女）孩子的个数时，有

$$S=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$$

此时各点容易与图1·4中相应点对应起来。

例题 1·1·3 有 A，B，C，D，E 5 本书。写出从中取 3 本这一试验的样本空间：

（i）包含A在内的事件T，

（ii）不包含A的事件U，

（iii）B，C全在内的事件V，

（iv）包含D或E一本在内的 事件W

这些都是构成什么样结果的集？

【解】 $S=\{ABC,\ ABD,\ ABE,\ ACD,\ ACE,\ ADE,\ BCD,\ BCE,\ BDE,\ CDE\}$

（i）$T=\{ABC,\ ABD,\ ABE,\ ACD,\ ACE,\ ADE\}$

（ii）$U=\{BCD,\ BCE,\ BDE,\ CDE\}$

（iii）$V=\{ABC,\ BCD,\ BCE\}$

（iv）$W=\{ABD,\ ABE,\ ACD,\ ACE,\ BCD,\ BCE\}$

例题 1·1·4 一枚硬币掷10次的试验中，以下各事件的非是什么样的事件？

（i）至少有 6 次出现正面，

（ii）最多有 6 次出现正面，

（iii）不出现正面。

【解】（i）最多有 4 次出现背面(背面的次数为 0～4)。

（ii）至少出现 4 次背面（背面的次数为 4～10）。

（iii）10次全是背面。

例题 1·1·5 在有 3 个孩子的家庭中，考虑以下的事件。

E_1：至少一个男孩，　　E_2：至少两个男孩

E_3：正好一个男孩，　　E_4：正好两个男孩

E_5：最多只一个男孩，　　E_6：男孩比女孩多

E_7：至少男女孩各一个，　　E_8：最大的是男孩

E_9：最大的是男孩，最小的是女孩。

这些事件都由哪些点构成？

【解】按孩子年龄从大到小的顺序排列，男孩记为 B，女孩记为 G，则如下表所示有 8 种样本空间的点。含在每种事件中的点注上"O"的记号。

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9
BBB	O	O						O	
BBG	O	O		O		O	O	O	O
BGB	O	O		O		O	O	O	
GBB	O	O		O		O	O		
BGG	O		O		O		O	O	O
GBG	O		O		O		O		
GGB	O		O		O		O		
GGG					O				

例题 1·1·6 作同时掷红蓝两个骰子的试验，出现的点数分别记为 r 与 b，如下规定事件 A, B, C,

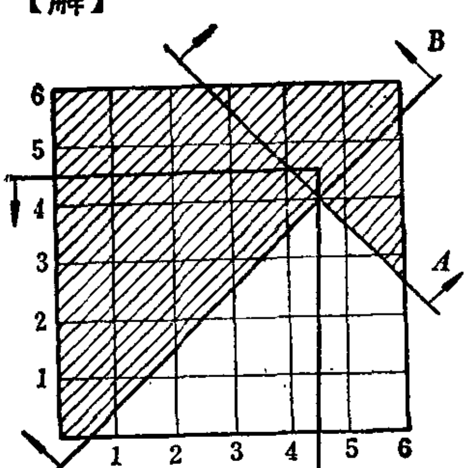
A：$r+b\geqslant 9$，B：$b\geqslant r$，C：b 与 r 都在 4 以下。此时

（1）$A\cup B$，（2）$A\cap B$，（3）$A\cup C$，

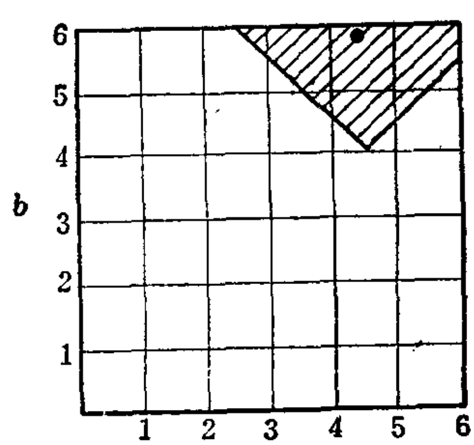
（4）$A\cap C$，（5）$B\cap C$，（6）$B\cup C$

都由什么样点构成？

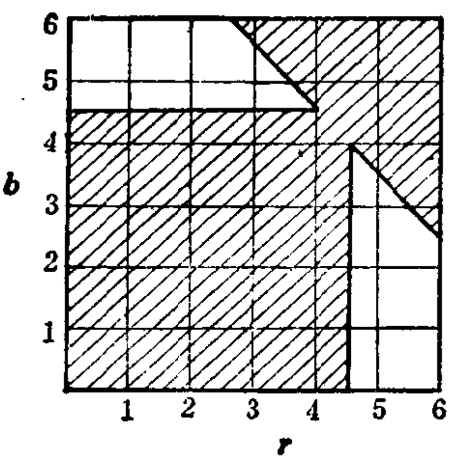
【解】



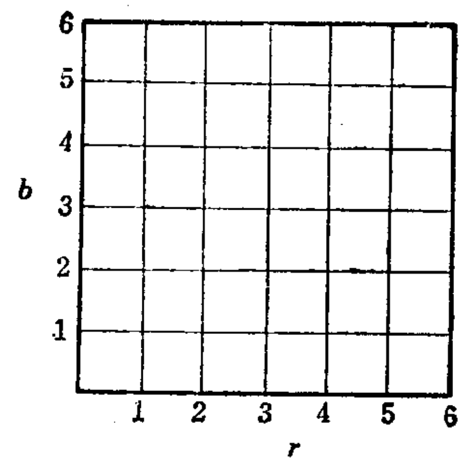
（1）$A\cup B$



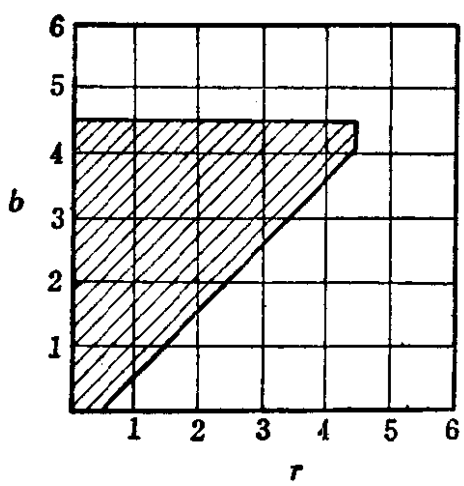
（2）$A\cap B$



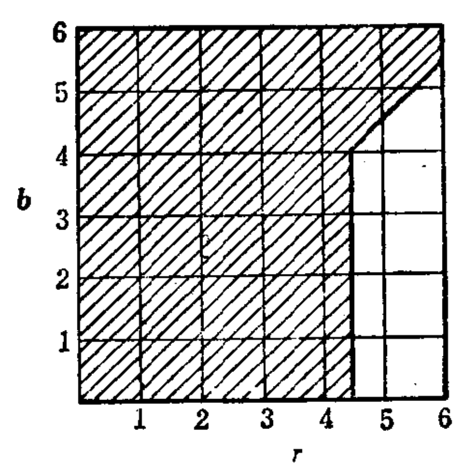
（3）$A\cup C$



（4）$A\cap C$



（5）$B\cap C$



（6）$B\cup C$

例题 1·1·7 以下的叙述对一切事件E，F，G而言是否正确，试判定之。

（1）如果E与F不相容且F与G不相容，则E与G不相容。

（2）如果E与F不相容且E与G不相容，则E与$(F\cup G)$不相容。

（3）如果E与$(F\cup G)$不相容，则E与F不相容。

【解】（1）中三个事件E，F，G如图1·5（1）所示

的情形，$E\cap F=\phi$，$F\cap G=\phi$ 但 $E\cap G=\phi$ 不成立。因此（1）的论述错误。

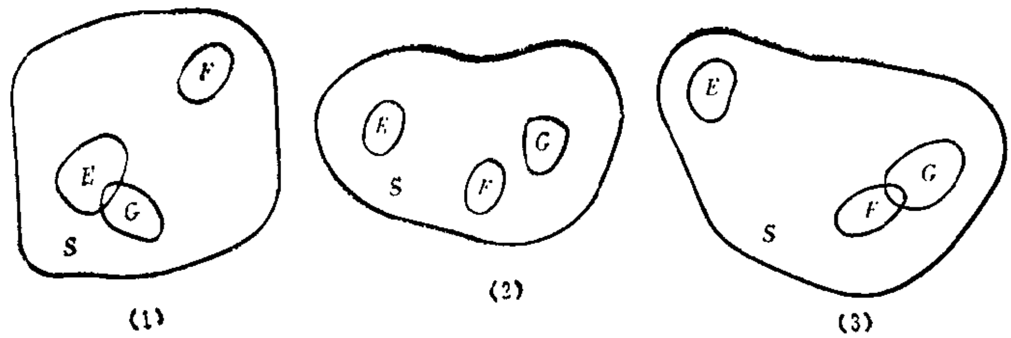


图 1·5

用例题1·1·6 的记号，令

E：$r\leqslant 2$，及$b\leqslant 2$，F：$r\geqslant 5$及 $b\geqslant 5$，

G：$r\leqslant 3$ 及 $b\leqslant 3$

时，$E\cap F=\phi$，$F\cap G=\phi$，但 $E\cap G\neq\phi$。

（2）如图 1·5（2）与（3）不论哪一个情形，（2）都是正确的。

（3）正确。由于 $E\cap(F\cup G)=(E\cap F)\cup(E\cap G)=\phi$，所以 $E\cap F=\phi$，且必有 $E\cap G=\phi$。

例题 1·1·8 三个人各带礼品参加游戏。把三人的礼品集中一起凭抽签领取时，谁都没抽到自己所买的礼品的事件是由什么样点构成的？

【解】 1，2，3 三个人所买的礼品分别用A, B, C 来表示。各取一件礼品时，有右边所示的 $3!=3\times2\times1=6$种情况。这 6 种情况中，谁都未抽到自己买的礼品的情况有4与5两种。

情况	1	2	3	4	5	6
A	1	1	2	2	3	3
B	2	3	1	3	1	2
C	3	2	3	1	2	1

例题 1·1·9 有棋艺爱好者二人，约定任一方连胜两局就

停止的条件下开始对奕．写出样本空间．

【解】设二人为 A，B．A胜记为 a，B胜记为 b，则 S 可如图 1·6 那样作分枝图示．此时无论到什么时候，总可能交替得胜，因此样本空间由无穷多个点构成．

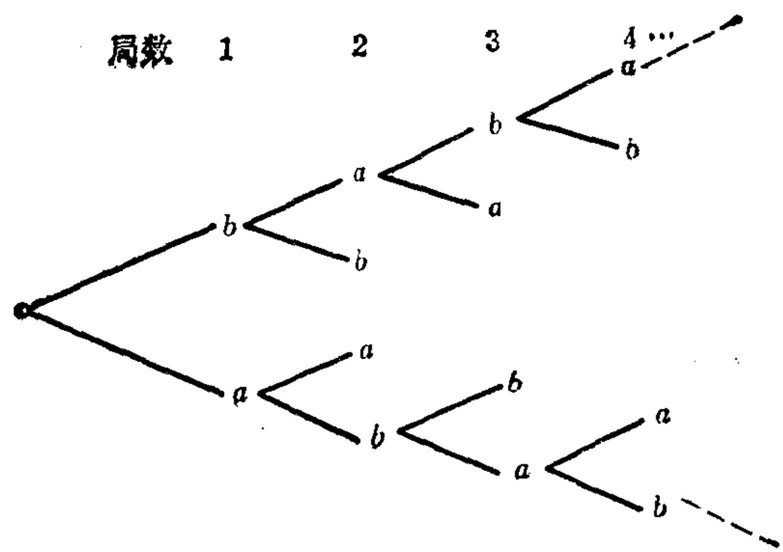


图 1·6

例题1·1·10　设A,B，C 为任意三个事件，试表示以下各事件．

（1）只有A发生．（2）A，B 都发生，C未发生．（3）三个事件全发生．（4）至少发生一个．（5）至少发生两个．

【解】（1）$A\cap B^c\cap C^c$

（2）$A\cap B\cap C^c$

（3）$A\cap B\cap C$

（4）$(A^c\cap B^c\cap C^c)^c$ [1)]

（5）$(A\cap B\cap C)\cup(A^c\cap B\cap C)\cup(A\cap B^c\cap C)$
$\cup(A\cap B\cap C^c)$

类题 1·1·1　有 Ⅰ，Ⅱ两个罐，Ⅰ中装 3 个红球（R）两个

1）原书误作$(A\cap B\cap C)^C$——译者

白球(W)，Ⅱ中装1个红球4个白球。先从两罐中任取一罐，再从中任取一球。写出这一试验的样本空间。取出红球的事件如何表示？

类题 1·1·2 三人划拳比输赢，第一次只有一人得胜的事件为E_1。第一次不分胜负，第二次只有一人得胜的事件E_2由什么样点构成的？

类题 1·1·3 有 a，b，c，d 四个字母。从中每次取一个而不放回，这种试验的样本空间为何？其次，第一次取出 a 的事件为A，第二次取出 b 的事件为B，第三次取出 c 的事件为C，第四次取出 d 的事件为D时，这些事件都由什么样点构成？以下各事件各含几个点？

（1）$A\cap B$，（2）$A\cap B\cap C^c$，（3）$(A\cap B)\cup(C\cap D)^c$

（4）$A\cap B^c\cap C^c\cap D^c$，（5）$A\cap B^c\cap C\cap D^c$。

类 题 解

1·1·1 由分枝图示表示。

取出红球的事件E是，从罐Ⅰ得R的事件Ⅰ$\cap R$及从罐Ⅱ得R的事件Ⅱ$\cap R$之和（此外Ⅰ$\cap R$与Ⅱ$\cap R$还是不相容的）．

$$\therefore\quad E=(\text{Ⅰ}\cap R)\cup(\text{Ⅱ}\cap R)$$

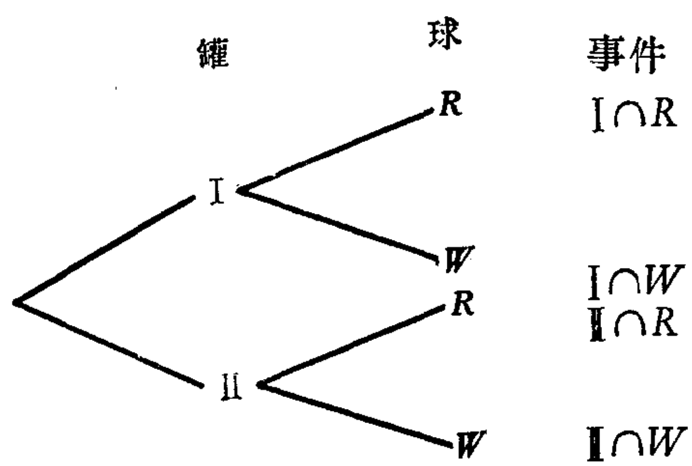


图 1·7

1·1·2 第i号（$i=1,2,3$）的人出石头，剪子，布的事件分别记

为G_i，C_i，P_i，则第一次结果如下表 1·1所示。

表 1·1

第2个人 / 第1个人	G_2			C_2			P_2		
G_1	G_3	C_3	P_3	G_3	C_3	P_3	G_3	C_3	P_3
C_1	G_3	C_3	P_3	G_3	C_3	P_3	G_3	C_3	P_3
P_1	G_3	C_3	P_3	G_3	C_3	P_3	G_3	C_3	P_3

S如上表1·1所示，由$3^3=27$个点构成。其中构成E_1的点是表中有○的点。第一次不分胜负，第二次有一人胜的事件E_2，由表中第一次有△的点再接上第二次有○的点两段来表示。

此外，比赛可能永远不分胜负，因此这一试验的整个样本空间由无穷多个点构成。

1·1·3　如下边图 1·8(见第 11页) 的分枝图示那样，S中共有 24 个点。

A，B，C，D 各由6个点构成（有记号○的）。(1)～(5) 的事件的点数如下。

（1） 2，（2） 1[1]（3）22，（4）2，（5） 1。

1·2 概　　率

要点

1° 概率　某试验的样本空间S由有限个事件构成时，记成

$$S=\{E_1, E_2, \cdots, E_n\}$$

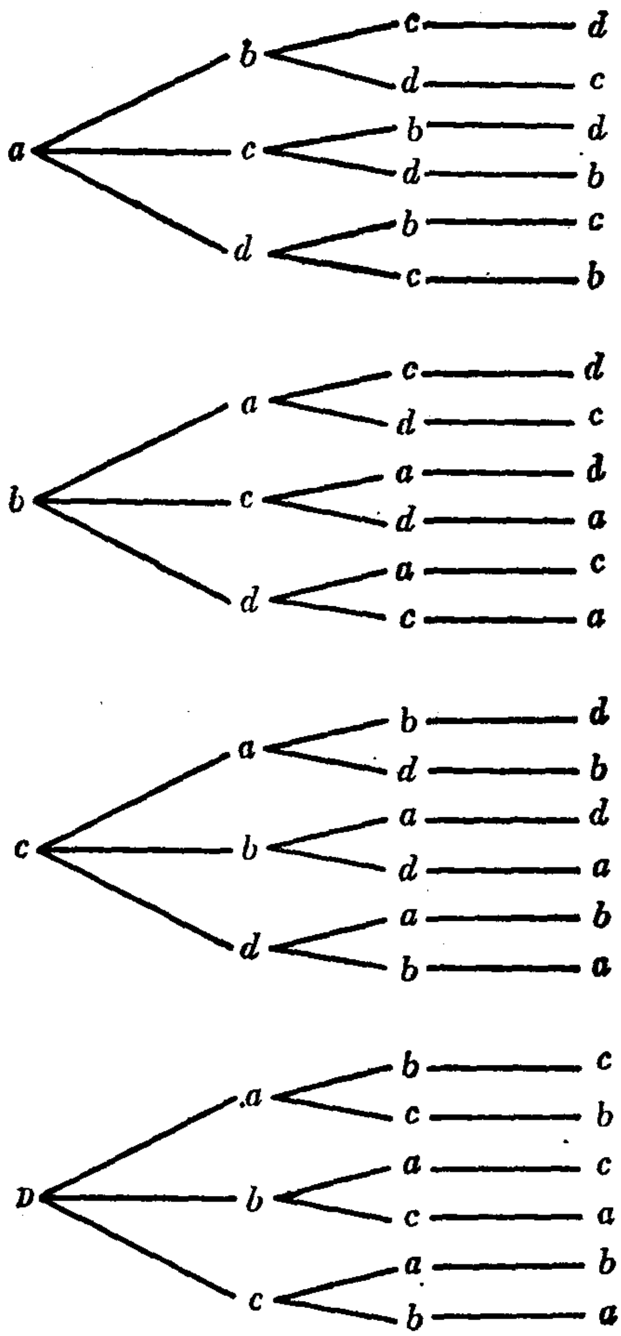
设作为它的元素的各事件 E_1，E_2，…，E_n 都是等可能发生的。

所考虑的事件A由S的n个点中的m个（$0\leqslant m\leqslant n$）构成

[1] 原著答案误为 2——译者

时，A的概率 $P_r(A)$定为

$$Pr\ (A) = \frac{m}{n}$$



	A	B	C	D
abcd	○	○		○
abdc	○	○		
acbd	○		○	○
acdb	○		○	
adbc	○			
adcb	○			
bacd			○	○
badc				○
bcad				
bcda				
bdac				
bdca			○	
cabd				○
cadb				
cbad		○		○
cbda		○		
cdab				
cdba				
dabc				
dacb			○	
dbac		○		
dbca		○	○	
dcab				
dcba				

图 1·8

由此定义可知，A的余事件A^c的概率为

$$P_r(A^c)=\frac{n-m}{n}.$$

2° **S不是由等可能发生的事件构成的情形** S不是由等可能发生的事件构成的时候，将此试验重复r次，观测事件A的发生次数k。比值k/r当r增大时，接近于A的概率$Pr(A)$。r更加大时，更有接近于$Pr(A)$的趋势，因此经验地把概率定为

$$\frac{k}{r}\to Pr(A).$$

在这个观点上显然有

$$\frac{r-k}{r}\to Pr(A^c).$$

3° **加法定理**

（i）A与B不相容的情形　二事件A与B不能同时发生时，A或B中某一个（或者两者）发生的概率$P_r(A\cup B)$是事件A，B各自概率之和．即

$$Pr(A\cup B)=Pr(A)+Pr(B)$$

（ii）A与B相容的情形　A，B能同时发生，$Pr(A\cup B)$如下计算．

$$Pr(A\cup B)=Pr(A)+Pr(B)-Pr(A\cap B)$$

4° **独立**　二事件A与B中，A发生或不发生毫不影响B发生与否，反之B发生与否毫不影响A发生或不发生时，称A与B独立．

5° **乘法定理**　二事件A与B独立时，A，B同时发生的概率$Pr(A\cap B)$等于A，B各自概率之积，即