

# 彈性地基上結構物的計算

М. И. 郭爾布諾夫——波薩多夫

莫斯科 1953

第2分冊

北京市建築工程局設計院

技術研究科印

## 前 言

本書係根據 1953 年蘇聯國家建築書籍出版局出版的蘇聯技術科學博士 М. И. 郭爾布諾夫——波薩多夫所著的《彈性地基上的結構計算》一書譯出的。原書內容除緒論外共分為四篇：緒論中包括計算的基本理論及計算圖表和計算性質範疇的選擇等；第一篇為《在平面問題的條件內彈性地基上帶形基礎的計算》共包括五章：第一章用純數數量的表格計算彈性地基上的帶形基礎，第二章在平面問題條件內彈性地基上帶形基礎的一般計算方法，第三章受最普通的荷載時帶形基礎在彈性地基上的工作，第四章在平面問題條件內彈性地基上帶形基礎按照其他著者的方法的計算，第五章計算彈性地基上帶形基礎的特殊問題。第二篇為《圓形版及大片的任意形狀的柔性版的計算》共包括兩章：第一章實際計算；第二章計算的理論基礎。第三篇為《在空間問題條件內彈性地基上的梁的計算》共包括四章：第一章實際計算；第二章為計算的理論基礎；第三章根據計算資料計算彈性地基上的梁；第四章計算彈性地基上的梁的特殊問題。第四篇為《彈性地基上的矩形版的計算》共包括三章：第一章剛性矩形版和剛性矩形塊體在土壤上的沉降和壓力；第二章當全部版上受有整片荷載和在邊緣外受有力的荷載時在彈性地基上的柔性和剛性矩形版的強度的計算；第三章受集中荷載的矩形版的計算。

19720109

原書係蘇聯基礎設計的新的先進理論和方法，內容豐富，例題很多，頗為實用。本院爲了提高基礎設計的經濟效能和安全以配合今年度的任務，極需此書作為學習及參考之用；遂決定在朱兆雪主任總工程師的主持下，由沈參璜、張憲虞、沈兆鵬、葉平子、葛維勤、葉于政等同志將該書譯成中文；譯文並經沈參璜、胡慶昌、沈兆鵬、葉平子、葉于政等同志分別校對。其中有關土壤的譯名並經張國霞同志提供意見。

目前本院設計工作已迅速開展，因需要迫切不及將全書譯出一次付印，特先將第一篇第一、二、三章譯出付刊，緒論及其餘部分擬隨後譯出陸續付印，茲將其中有關第一、二、三章所需之表格一併附於本書中以供參考。

本書的譯出主要是爲本院學習及參考之用，譯者因限於俄文水平及技術水平又因倉卒付印，難免發生錯誤尙希讀者提出以便改正，此誌。

北京市建築工程局設計院技術研究科

1953年2月

# 目 錄

## 前 言

### 第一篇 在平面問題的條件內彈性地基上帶形

#### 基礎的計算..... 1

### 第一章 用純數量的表格計算彈性地基上的

#### 帶形基礎..... 3

##### A. 總 論 (§ 1—5)..... 3

##### B. 有限長度帶形基礎的計算 (§ 6—14)..... 9

##### B. 長帶形基礎的計算 (§ 15—21)..... 21

##### Г. 帶形基礎的計算例題 (§ 22—24)..... 31

##### Д. 表 格..... 52

### 第二章 在平面問題條件下彈性地基上帶形

#### 基礎的一般計算方法..... 130

##### § 1. 計算方法的理論基礎..... 130

##### § 2. 直接計算(不用表格)有限長度帶形基礎的規則 及公式..... 136

- § 3. 求解有限長度帶形基礎的聯立方程式和繪製計算圖形的例題。在彈性地基上框架式基礎的計算…… 152

### 第三章 受最普通的荷載時帶形基礎在彈性地基上的工作 …………… 169

- § 1. 均佈荷載  $q$  …………… 169
- § 2. 作用於帶形基礎正中的集中力  $P$  …………… 173
- § 3. 作用於帶形基礎任意截面上的集中力  $P$  …………… 180
- § 4. 與荷載性質及帶形基礎剛度有關的地基表面位移的一般性質 …………… 184

附：

土壤變形模量值  $E_0$  (摘自原書緒論中的表 2)

黃土性土壤的變形模量值 (摘自原書緒論中的表 3)

## 第一篇 在平面問題的條 件內彈性地基上帶形基礎的計算

在平面問題的條件內，從彈性地基上長條版的橫方向，取出寬度 1m. 的帶來計算(圖 10)，已詳細地敘述於緒論中。(§3 段 1)

在極大多數的情況下，根據第一章內所記載的純數圖表可使帶形基礎的計算方法簡化。這些表格是爲了均佈荷載及在帶形基礎任意截面上作用的集中力和力矩類型的荷載情況而用的。這些表格對於比較複雜的荷載形式也可以用近似的方法來做；例如，連續分佈在帶形基礎的個別段上的荷載可用幾個集中力來代替等等。在表格前說明使用的程序並附有計算例題。

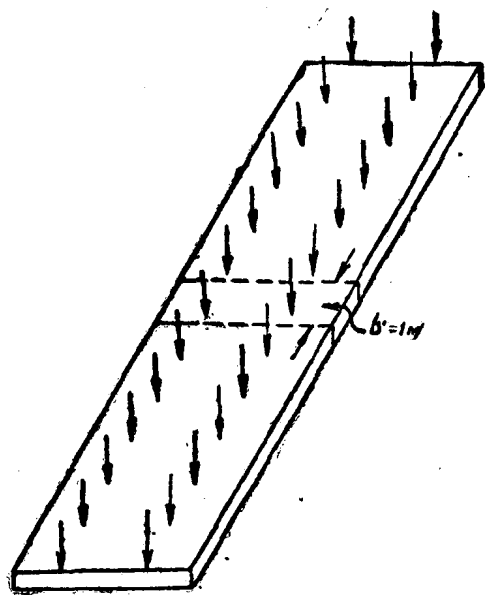


圖 10. 從長版中分出的橫帶按照平面問題的條件計算簡圖

在第二章內是關於製作表格方法的總介紹。

在該章中讀者可以得到表中未載明的荷載計算說明或者除了求帶形基礎的應力之外，尚須求它的變形時的說明，例如，在計算彈性地基上的框架時所發生的情形。

第三章給出了各種不同荷載時計算量圖形的特徵與基礎柔性的程度，帶形基礎的剛性和帶形基礎的長度有關的變化；該章也給出了在第一章中採用的帶形基礎計算範疇的論證，並介紹了關於比較理論性的問題，——關於在帶形基礎外面地基表面的移動和在帶形基礎端頭的反壓力數值。

在第四章中簡短地介紹了其他著者的方法。

最後，在第五章中敘述了各種因數的計算方法——硬化，荷載，岩石墊層，土壤中的塑性變形，——雖然在許多情況中（例如，當計算大塊的，重要的和貴重的結構物時）這些因數可能有頭等的重要性，但常常略去。

# 第一章 用純數量的 表格計算彈性地基上的帶形基礎

## A. 總 論

### § 1. 表格的內容

自由放置在整塊彈性地基上的長版，當保持平面變形的條件時，從長版的橫向取出 1M 寬的帶形基礎(圖 10)的計算可用這些表格。同樣，放置在薄的垂直彈性層上的梁(圖 4, 6)，當保持平面應力狀態的條件時，其計算也可用這些表格(參閱緒論 § 3 段 1)。

這些表格供下列荷載之用(圖 11)；

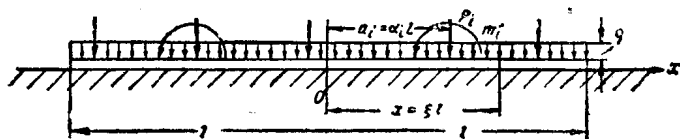


圖 11. 計算帶形基礎時荷載的實際距離和折算距離的圖

- 1) 在帶形基礎全長上受均佈荷載  $q$  ( $\tau/m^2$ )；
- 2) 在帶形基礎的任意截面內作用的集中力  $P_i$  ( $\tau$ ) 類型的荷載；
- 3) 在帶形基礎的任意截面內作用的撓矩  $m_i$  ( $\tau m$ ) 類型的荷載。

這些表格是為求反壓力、剪力及撓矩的圖形之用的；在動荷載的情況內這些表格也可作為求這些數量的影響線之用。

因初步資料有不可避免的錯誤，為免去繁瑣起見在表格內僅列入與計算的一般近似性質相符合的主要數字。因此有時一眼就明顯地看出用圖表所得到的圖形脫離了線的曲折規律。但是這種脫離現象實際上總是在容許範圍之內的，於是想增加計算的精確性的要求和用表格計算精確性比較起來在原則上是沒有意義的。

## § 2. 計算的初步資料

下列初步資料是計算所必需的：

1) 帶形基礎的半長  $l$  以  $m$  為單位(圖 11)。

2) 帶形基礎的厚度  $h$  以  $m$  為單位(參閱 § 3)。

3) 帶形基礎的材料彈性模量  $E_1$  以  $\tau/m^2$  為單位。對混凝土和鋼筋混凝土結構彈性模量是根據受彎構件模量的標準數值 (ННТУ — 3—49) [51]。表 6 列出這些數值以  $кг/см^2$  為單位。為了將單位變為  $\tau/m^2$  應將表內數值  $E_1$  乘以 10。

4) 土壤的變形模量  $E_0$  或彈性模量  $E$ 。關於這些模量數值的求法已述於緒論中。

5) 帶形基礎材料的柏桑係數  $\nu_1$  和土壤的柏桑係數  $\nu_0$ 。鋼筋混凝土的柏桑係數用  $\nu_1 = \frac{1}{6}$ ；黏土的  $\nu_0 = 0,4$ ；沙的  $\nu_0 = 0,3$ ；沙土和含沙壩土的  $\nu_0 = 0,35$ 。當計算垂直層上的梁時不需要  $\nu_1$  和  $\nu_0$  值。

6) 荷載的數量和作用的位置： $q$  以  $\tau/m^2$  為單位， $P_i$  以  $\tau$  為單位， $m_i$  以  $m$  為單位。

鋼筋混凝土的彈性模量  $E_1$   $\text{кг/см}^2$ 

表 6

混 凝 土 標 號

| 90      | 110     | 140     | 170     | 200     | 250     | 300     | 400     | 500     | 600     |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 110 000 | 125 000 | 140 000 | 160 000 | 180 000 | 200 000 | 210 000 | 240 000 | 260 000 | 270 000 |

## § 3. 帶形基礎厚度的初步決定

如果帶形基礎的厚度在構造上不予限定，那麼可以先由反壓力直線分佈的假定求出它的初步數值①（圖 12）。

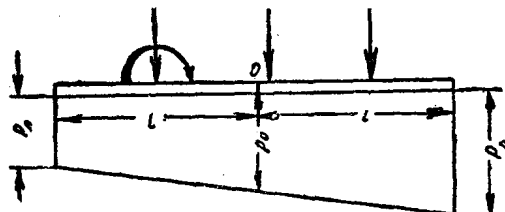


圖 12. 反壓力直線分佈的近似圖

梯形圖的邊緣縱座標的數值如下：

左邊

$$p_{\text{л}} = p_0 - \frac{3}{2 l^2} M_0; \quad (1.1)$$

右邊

$$p_{\text{п}} = p_0 + \frac{3}{2 l^2} M_0. \quad (1.2)$$

- ① 反壓力的近似（梯形）圖形照例是為核算土壤的容許壓力而用的。僅在很少的情況下，如果在長帶形基礎或有限剛度的帶形基礎正中的計算情況下，反壓力顯著地超越了它的平均數值，以及當長度大於 1.5—2.0M. 的帶形基礎靠近一端或兩端按表格規定的反壓力數值超過容許時，才根據按照表格計算而畫出的反壓力圖形去核算容許壓力。

式中  $p_0 = q + \frac{\sum p_i}{2l}$ ，而  $M_0$  是所有集中力  $P_i$  對帶形基礎正中的力矩之總和加外力矩  $m_i$  之總和。力矩順時針方向為正。當荷載對稱於帶形基礎的正中時近似的圖形是矩形的。

因為加在帶形基礎上的全部作用力為已知，所以用初步方法求得的反壓力圖形與計算靜定梁一樣，可用以求解剪力和力矩圖形。無論如何也不應該按連續（靜不定）反梁計算，因這樣計算要複雜得多，並會引起很大的錯誤。

靠近集中力作用地方的帶形基礎截面上，由梯形（或矩形）反壓力圖的假定下計算出的正力矩比按照以後用精確方法計算出的正力矩總是小些的。在跨度內的負力矩總是大些的。

根據帶形基礎厚度的初步數值，按表可以順序地求得正確合宜的（根據力矩和剪應力的最大數值）厚度，或並不改變厚度的初步數值而增加鋼筋需要的百分數。

同時應該記住，當帶形基礎厚度增加時，在集中力之下（參閱第3章圖47）撓矩亦將隨之增加，因此厚度的新數值應該不直接按照求得的力矩決定，而是稍微超過一些原來不足的厚度和稍微減少一些原來過大的厚度（如果鋼筋的百分數已定）。

如果能够預先規定帶形基礎的厚度如此的大或帶形基礎如此的短，即帶形基礎屬於剛性的計算範疇，則所有上述的方法是不需要的。正如在另一個極限情況下，即當帶形基礎的厚度如此的小或長度如此的長，這樣它應當列入無限長度的範疇（參閱§5），則上述多加一些的計算也是沒有意義的。

對於剛性的帶形基礎計算一般地不要求預先知道它的厚度，至於無限長的帶形基礎，則（基本上僅在集中荷載情況下）能用更精

確的計算帶形基礎初步厚度的方法。如果帶形基礎上作用力中的最大力  $P_{\max}$  距帶形基礎兩端充分遠時，我們採用這樣的方法，就是用在最大力  $P_{\max}$  之下的力矩來確定厚度；這個方法與按照精確計算求得的數值比較時，一般地得到略大的厚度。

根據 H. M. 蓋爾斯筏諾夫和 Я. A. 馬傑里特 [13] 的解法，如果不考慮鄰近荷載的影響時，則在  $P_{\max}$  力的危險截面上的力矩是：

$$M = 0,385 \sqrt[3]{\frac{E_1}{6E_0}} P_{\max} h. \quad (1.3)$$

另一方面決定鋼筋混凝土梁的有效高的一般公式是：

$$h_0 = r \sqrt{\frac{kM}{b'}}. \quad (1.4)$$

式中  $r$  是與鋼筋百分數和鋼及鋼筋混凝土標號有關的係數；

$k$  是安全係數

$b' = 100 \text{ cm}$  是帶形基礎寬度。

當帶形基礎的厚度很大時，可以取  $h_0 \approx h$ ，於是由公式 (1.3) 和 (1.4) 得到

$$h = 0,21 \frac{r^2 \cdot k}{b'} \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_0}} P_{\max}. \quad (1.5)$$

與以前所用的規定不同，在本式內  $h$  和  $b'$  單位用  $\text{cm}$ ， $P_{\max}$  單位用  $\text{kr}$ ， $E_1$  和  $E_0$  單位用  $\text{kr/cm}^2$ 。

取最大的剪力數值  $Q \approx 0,5 P_{\max}$  引起的剪應力來覆核所求得的厚度。

所有這些關於初步決定帶形基礎厚度的說明是暫時的性質，對於有經驗的工程師完全容許用眼力定出厚度的初步數值，以後再按表格加以確定。此外，帶形基礎的厚度常常是預知的，例如，根據

構造上的觀點，這時用表格計算出數量後，僅須決定鋼筋的必需百分數而已。

#### § 4. 求帶形基礎的柔性指數

根據 § 3 所述的初步資料，按下列公式計算帶形基礎的柔性指數  $t$  (無名數)：

$$t = \frac{(1 - \nu_1^2) \pi E_0 b' l^3}{(1 - \nu_0^2) 4 E_1 J} \approx 10 \frac{E_0}{E_1} \cdot \frac{l^3}{h^3} \quad (1.6)$$

公式 (1.6) 中  $J = \frac{b' h^3}{12}$  是帶形基礎截面的慣性矩。

模量  $E_0$  和  $E_1$  的數值，當代入公式 (1.6) 時必須有同樣的單位—— $\text{т/м}^2$  或  $\text{кг/см}^2$ 。顯然長度數值—— $b'$ ,  $J$ ,  $h$ ——的單位是  $\text{м}$ ，慣性矩  $J$  為  $\text{м}^4$ 。

因為初步資料的準確性不夠，所以當計算柔性指數時容許的錯誤可在 20—30% 之內。在計算的最後結果上這個錯誤影響並不很大。由於這個原因當調整近似值  $t$  時將很小的數值  $\nu_1^2$  和  $\nu_0^2$  予以忽視是容許的，如同 (1.6) 的第二個近似等式。

如假定  $\nu_1 = 0$  和  $\nu_0 = 0$  時則在垂直彈性層上的梁的柔性指數準確數值按 (1.6) 的第一個等式求得。梁（當矩形截面時）的近似值  $t$  與帶形基礎的近似值  $t$  相同。

#### § 5. 帶形基礎計算範疇的確定

帶形基礎的計算根據柔性指數值  $t$  分為下列三種範疇：

a) 當  $t < 1$  時帶形基礎屬於剛性帶形基礎的計算範疇按絕對剛度計算可有充分的準確性（計算—參閱 § 6）；

6) 當  $1 \leq t \leq 10$  時帶形基礎屬於短的帶形基礎計算範疇當作是有限長度的及有限剛度的 (計算—參閱 § 7);

б) 當  $t > 10$  時帶形基礎屬於長的帶形基礎的計算範疇按無限長度計算可有充分的準確性 (計算—參閱 § 15)。

## Б. 有限長度帶形基礎的計算

### § 6. 鋼性帶形基礎的計算

按照表格計算剛性帶形基礎 (對於  $t = 0$  的數值) 與計算短的帶形基礎一樣 (參閱 § 7)。

此外, 這種帶形基礎也可以按照絕對剛性帶形基礎的反壓力, 撓矩及剪力的準確公式直接計算。這些公式已敘述於第三章內 [公式 (3.1—3.3), (3.5—3.7), (3.8—3.10)] 對於數值  $t$  極接近於零的帶形基礎計算祇有在需要特別精確的情況下, 按照公式進行比較複雜的計算才是正確的。

### § 7. 有限長度帶形基礎的總則

(剛性的帶形基礎和短的帶形基礎)

當計算有限長度的帶形基礎時第一步是把絕對距離 (至荷載和計算的截面) 化為折算的純數距離。爲了這個目的將座標的原點放在帶形基礎的正中, 並向  $x$ -軸的右邊計算作用的集中力  $P_i$  和力矩  $m_i$  所折算的橫座標點 (圖 11):

$$\alpha_i = \frac{a_i}{l}$$

式中  $a_i$  是從帶形基礎的正中到相應荷載的絕對距離。

這些求得的數值  $\alpha_i$  在小數點後的第一位化爲整數，即進爲整數的十分之一，例如：

$$\alpha = \frac{4M}{6M} = 0,666\ldots \approx 0,7$$

插入法應該儘量避免，又因表格內  $\alpha$  數值彼此間間隔  $\Delta\alpha$  等於 0,1，所以用了化整的方法。經驗指出，用這種機械的插入法，沒有考慮影響圖形輪廓的因數的計算可以產生大的錯誤（關於插入法較詳細的情形參閱 § 18）。

很容易瞭解，由於數量  $\alpha$  化爲整數最大的可能錯誤等於將集中荷載在帶形基礎上移動全長的  $\frac{1}{40}$  分，所以這個數值並不大。

其次根據表格所列的計算圖形縱座標規定帶形基礎的那些截面。根據表格可以按照 20 點（準確些是 21 點）繪製圖形，各點間相

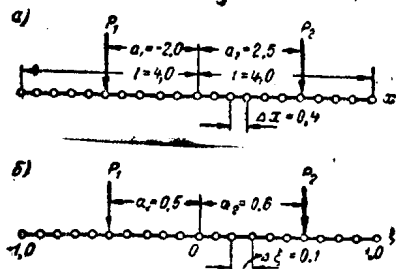


圖 13. 到有限長度梁的荷載和計算截面的距離示意圖

a) 爲實際距離圖      б) 爲折算距離圖

互的距離等於帶形基礎半長的  $\frac{1}{10}$  ( $l/10$ )。這些點的折算橫座標如下：

$$\xi = \frac{x}{l} = -1,0; -0,9; \ldots; 0,0; \ldots; 0,9; 1,0$$

(參閱圖 13 上的圖例)

## § 8. 表格的選擇

依照表格的規定，必須用表格計算時，柔性指數  $t$  的數值（參閱 § 4）化整到下列數字中的最近一個數值：0, 1, 2, 3, 5, 7, 10. 例如，當數值  $t=6, 3$  時，則用  $t=7$  代替， $t=4$  則用  $t=3$  或  $t=5$  代替。

各表格的數值  $t$  之間的間隔已充分地保證在實際計算中所必需的精確性（參閱第 3 章，圖 46 和 47）。

帶形基礎的計算由荷載的類型關係而決定：

1) 對均佈荷載  $q$  根據 § 9 計算（該節中對全部圖形所用的符號規則與荷載類型無關）；

2) 對集中力類型的荷載  $P$  根據 § 10 計算；

3) 對撓曲力矩類型的荷載  $m$  根據 § 11 計算。

當綜合的荷載時根據 § 9, 10. 和 11 各節由每一個個別的荷載求出計算數量圖形的縱座標，再按 § 12 所述的規則加以總和。

為了正確地利用各種情況的表格，計算者不僅要熟悉相應一節的敘述，而且也要熟悉所有以前的各節，因為在各該節中各種荷載類型有系統地說明。

## § 9. 均佈荷載的情況

當均佈在帶形基礎上的荷載為  $q$  ( $\tau/m^2$ ) 時，確定反壓力  $P$  ( $\tau/m^2$ )，剪力  $Q(\tau)$  和撓矩  $M(\tau m)$  的圖形，可利用相應的表格 15a, 156, 15B。

在相應於已知  $t$  值的表格行列內所列出的不是圖形縱座標本身的數值，而是純數量  $\bar{P}$ ， $\bar{Q}$  和  $\bar{M}$  的縱座標。在寬度  $b'=1m$  的帶形基礎

上的實際數值  $p$ ,  $Q$  和  $M$  用下列等式計算之:

$$\underline{p = \bar{p} q \tau / m^2}; \quad (1.7)$$

$$\underline{Q = \bar{Q} b' l q \tau}; \quad (1.8)$$

$$\underline{M = \bar{M} b' l^2 q \tau m.} \quad (1.9)$$

在表內列出的僅是對正號數值  $\xi$  (帶形基礎的右半部) 而言的純數量的數值。帶形基礎左半部的  $p$ ,  $M$  和  $Q$  的縱座標值仍舊與右半部的數值相同, 祇是  $Q$  有相反的符號。

當利用所有表格求計算量圖形時必須遵守下列符號規則:

a) 反壓力  $p$  自下而上作用於帶形基礎上時作為正號;

6) 剪力  $Q$  的方向向上時 (企圖將所研究的截面的左邊帶形基礎部份向上舉起) 作為正號;

b) 撓矩  $M$  企圖將梁凸向下面時作為正號。

在  $p$  的表格內沒有相當於  $\xi = 1, 0$  的數值。這是由於計算表列數字所根據的那個方法不可能給出對  $\xi = 1$  的正確  $p$  值。在帶形基礎的兩端理論上可以假定 (對於絕對剛性的帶形基礎這點已證明)  $\bar{p}$  的數學正確值是等於無限的。實際上由於當塑性變形的大壓力作用下而產生土壤的內部開展在帶形基礎的兩端土壤不能出現大於帶形基礎裏邊壓力好幾倍的反壓力。

在帶形基礎兩端段落上反壓力的不定性一般在計算中不致引起任何困難, 因為壓力顯著增高的這段是這樣地短, 所以這一段上的壓力重分配無論如何不能影響到反壓力  $p$  圖的其餘部份以及  $Q$  和  $M$  的全部圖形。但在有價值的巨大的構造物中以及當柔性帶形基礎邊緣受集中力荷載時, 塑性變形的計算是有很大的實際意義的 (參見第 5 章 § 3)。