

程守洙 江之永 编
朱咏春等1982年修订

《普通物理学》

习题解 中册

〔供教师、自学人员参考〕



第四篇 电 学

第九章 静 电 场

9-1 (1) 电荷在电场中某点受到的电场力很大,该点的电场强度是否也一定很大?

(2) 如果把质量为 m 的点电荷 q 放在任一电场中,由静止状态释放,该点电荷是否一定沿着电力线运动?

(3) 有一个带正电荷的金属球,其附近某点的场强为 E_1 .今在该点放一个带正电的点电荷 q_1 ,设测得 q_1 所受的力为 F_1 ,试问 $\frac{F_1}{q_1}$ 是大于、等于还是小于该点的场强 E_1 ? 如果在该点放一个带负电的点电荷 $-q_2$,设测得 $-q_2$ 所受的力为 F_2 ,试问 $\frac{F_2}{q_2}$ 是大于、等于还是小于该点的场强 E_1 ?

如果金属球是带负电荷的,又如何?

(4) 点电荷的场强公式为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

当所考察的场点和点电荷 q 的距离 $r \rightarrow 0$ 时,则按上列公式场强 $E \rightarrow \infty$,但这是没有物理意义的。对 $r \rightarrow 0$ 则 $E \rightarrow \infty$ 这似是而非的问题应如何解释?

答 (1) 不一定。因为点电荷在电场中某点所受到的电场力不仅决定于该点的电场强度,而且还与电荷所带的电量大小有关。

~~2.2.2~~ 电力线上各点的切线是表示该点电场的方向，电荷在各点受力的方向，也就是加速度的方向，但并不一定是它的运动方向。只有在电力线为直线的电场（例如点电荷形成的电场等）中，由静止释放的点电荷才能使速度与加速度的方向始终保持在沿电力线的一直线上。

(3) 只有在试验点电荷 q_1 和 q_2 电量足够小时，不论金属球带正电还是带负电， $\frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2}$ 即为该点的电场强度 E_1 。

当 q_1 和 q_2 对金属球上正电荷分布的影响不可忽略时，对应于带正电的 q_1 时，由于静电感应，金属球上正电荷的中心偏离球心，与 q_1 的距离 r 变大，即金属球对 q_1 作用力减少，所以 $\frac{F_1}{q_1} < E_1$ ；对应于带负电的 q_2 时，金属球上正电荷的中心偏离球心，与 q_2 的距离 r 变小，金属球对 q_2 的作用力增大，所以 $\frac{F}{q_2} > E_1$ 。

若金属球带负电时，可作类似分析，结果和上述相反。

(4) 当带电体 q 的线度远远小于带电体与所考察点的距离 r 时，带电体才抽象为点电荷，考察点的场强才能应用点电荷场强公式

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2},$$

当 $r \rightarrow 0$ 时，带电体本身的线度不能忽略，上述点电荷电场强度公式已失去物理意义，故据此推得的 $r \rightarrow 0$ 则 $E \rightarrow \infty$ 没有物理意义。

9-2 (1) 有一个孤立金属球，带有正电荷 Q_1 ，在球外离球心距离为 r 的一点处，场强为 E_1 。另有一个孤立金属球，带有负电荷 $-Q_2$ ，在球外离球心距离为 r 的一点处，场强为 E_2 。

这两个球原来彼此相隔无限远,现在把它们相互移近,使两球球心间距为 $2r$ 。有人说,根据场强迭加原理,在球心连线中点处的场强 E ,等于两球各自产生场强的矢量和,因此在量值上得到 $E = E_1 + E_2$ 。对此结论,你认为如何?

(2) 怎样理解场强迭加原理?

答 (1) 当两个分别带有 $+Q_1$ 和 $-Q_2$ 的金属球相距无穷远时,电荷分别均匀分布在两导体球的外表面,每一带电球在外部空间产生的电场,与全部电荷集中在球心的点电荷产生的电场相同。但当两金属球相互移近时,由于静电感应将引起两导体球上电荷的重新分布,结果使相距较近的两侧面分别聚集较多的正电荷和负电荷,两球不再均匀带电;正电荷中心、负电荷中心之间距离将小于 $2r$,因而在两球连心线中点处产生场强 E 不等于两均匀带电金属球各自产生场强的矢量和 $E_1 + E_2$ 。

(2) 场强迭加原理是电场的基本性质之一。它说明电场中任一点的总场强等于各个点电荷在该点各自产生的场强的矢量和,任意带电体都可以看成许多电荷元的集合,从而可以根据场强迭加原理先求得各电荷元产生的电场,然后再求其矢量和。但在考虑到有一定形状的孤立带电体产生的电场时,当有其他带电体移近时,由于静电感应,两个带电体上的电荷将重新分布。所以,由若干带电体组成的带电系在空间形成的电场,就应根据达到静电平衡后电荷分布情况,再根据电场迭加原理求得合场强。显然,它是不同于原来每个孤立带电体在空间产生的场的简单迭加。

9-3 两个点电荷在真空中相距 $d_1 = 7.00 \text{ cm}$ 时的相互作用力,与在煤油中相距 $d_2 = 5.00 \text{ cm}$ 时的相互作用力相等。求煤油的相对介电系数。

解 设两点电荷在真空中相互作用力为 F_1 , 在煤油中的相互作用力为 F_2 ,

$$F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d_1^2}, \quad F_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r d_2^2}$$

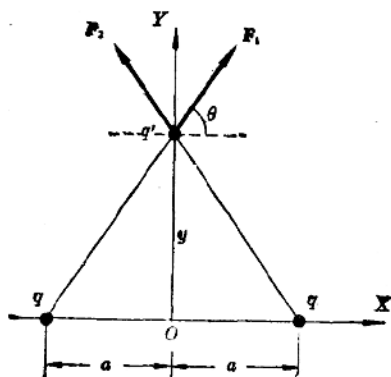
由 $F_1 = F_2$, 可得

$$\epsilon_r = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{(7.00)^2}{(5.00)^2} = 1.96$$

9-4 两个电量都是 $+q$ 的点电荷, 相距 $2a$, 连线的中点为 O . 今在它们连线的垂直平分线上放另一点电荷 q' , q' 与 O 点相距 r .

- (1) 求 q' 所受的力;
- (2) q' 放在哪一点时, 所受的力最大?
- (3) 若 q' 在所放的位置上从静止释放, 任其自己运动, 问 q' 将如何运动? 试分别讨论 q' 与 q 同号或异号两种情况.

解 (1) 取正交坐标系 XOY , 原点取在连线的中点 O 处, 见解 9-4(a) 图. 设 q' 所受二点电荷 q 的作用力分别为 F_1, F_2 ,



解 9-4(a) 图

$$F_1 = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0(a^2+y^2)} (i \cos \theta + j \sin \theta)$$

$$F_2 = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0(a^2+y^2)} (-i \cos \theta + j \sin \theta)$$

i, j 分别为沿 X 轴、 Y 轴的单位矢量。由对称性可知 q' 所受的合力为沿 Y 轴方向。

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 = \left[\frac{qq' \sin \theta}{4\pi\epsilon_0(a^2+y^2)} + \frac{qq' \sin \theta}{4\pi\epsilon_0(a^2+y^2)} \right] j \\ &= \frac{qq' \sin \theta}{2\pi\epsilon_0(a^2+y^2)} j \end{aligned}$$

当 q, q' 同号时, F 沿 y 轴的正向; 当 q, q' 异号时, F 沿 y 轴的负方向。

(2) F 的最大值应满足 F 对 y 的一阶导数为零, 即

$$\frac{dF}{dy} = \frac{qq'}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(a^2+y^2) - 3y^2}{(a^2+y^2)^{\frac{5}{2}}} = 0$$

可得

$$a^2 + r^2 - 3r^2 = 0$$

$\therefore$ 当 $r = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$ 时, q' 所受的力在数值上为最大。

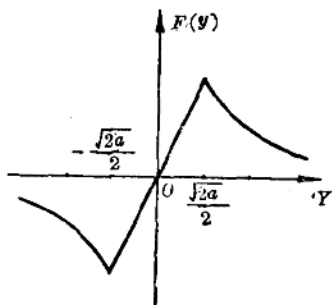
q' 所受作用力为

$$F = \frac{qq'y}{2\pi\epsilon_0(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$F(y)$ 随 y 变化如解 9-4(b)

图所示。

(3) 当 q' 和 q 同号时, q' 在所放的位置上从静止释放后, 便沿着 y 轴加速远离 q , 直至无穷远处; 当 q' 和 q



解 9-4(b)图

异号时, q' 从静止释放后, 因受力始终指向原点 O , 因此便以

中点 O 为平衡位置, 在 y 轴上作振动。

$$F = \frac{qq'y}{2\pi\epsilon_0(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{qq'y}{2\pi\epsilon_0 a^3} \left(1 + \frac{y^2}{a^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{qq'y}{2\pi\epsilon_0 a^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{y^2}{a^2} + \dots\right)$$

当 $y \ll a$ 时, $\frac{y^2}{a^2}$ 项及以后各项与 1 相比均可忽略, 则有

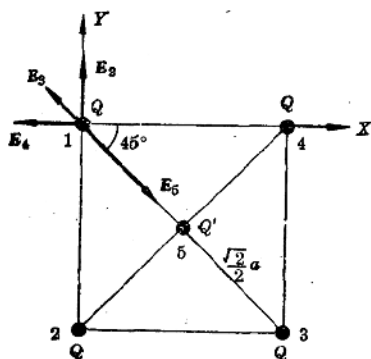
$$F = \frac{qq'y}{2\pi\epsilon_0 a^3}$$

当 qq' 异号时, $F = -Ky$ 。由此可见, 当 $y \ll a$ 时, q' 从静止释放后, 将以 O 为平衡位置, 在 y 轴上作谐振动。

9-5 有四个点电荷, 电量都是 $+Q$, 分别放在正方形的四个顶点。

(1) 在这正方形的中心放一个什么样的点电荷 Q' , 才能使每个电荷都达到平衡?

(2) 这样的平衡与正方形的边长有无关系? 这样的平衡是稳定的平衡还是不稳定平衡?



解 9-5 图

解 (1) 设正方形的边长为 a , 且该正方形四个顶点上的电荷 Q 均为正的, 在解 9-5 图的正方形中心 5 处放置一点电荷 Q' 。为使每个顶点上的电荷都达到平衡, 每个电荷所受的合力都必须为零, 则正方形中心 5 处必须放置一个与 Q 异号的电荷 $Q' < 0$ 。

考虑到对称性,我们只讨论顶点 1 的情况(其它三个顶点的情况相同)。

顶点 1 上的电荷 Q 达到平衡时,由迭加原理得

$$\sum_{i=2}^5 F_i = QE = Q \sum_{i=2}^5 E_i = 0$$

即顶点 1 的合场强

$$E = E_2 + E_3 + E_4 + E_5 = 0 \quad (1)$$

式中 $E_2, \dots, E_5$ 分别为点电荷 2, $\dots, 5$ 在顶点 1 所产生的场强。把(1)式向 X, Y 轴分别投影,并代入点电荷场强公式

$$E_2 = E_4 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$E_3 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{2}a)^2}$$

$$E_5 = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2}$$

得

$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{2}a)^2} \cos 45^\circ - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{|Q'|}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} \cos 45^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{2}a)^2} \sin 45^\circ - \frac{|Q'|}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} \sin 45^\circ = 0 \quad (3)$$

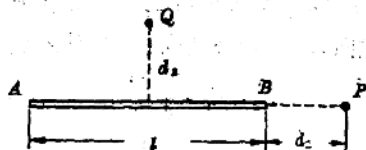
解(1)式(2)式可得

$$Q' = -\frac{2\sqrt{2}+1}{4} Q$$

(2) 由于本题平衡条件中电量 Q' 与 a 无关, 所以这样的平衡与正方形的边长无关。

当 Q' 稍为偏离一点平衡位置, 电场力将使 Q 远离原来的平衡位置, 体系的平衡随即失去, 所以此系统的平衡属于不稳定平衡。

9-6 长 $l = 15.0 \text{ cm}$ 的直导线 AB 上, 设想均匀地分布着线密度 $\lambda = 5.00 \times 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{m}^{-1}$ 的正电荷(如图)。求:

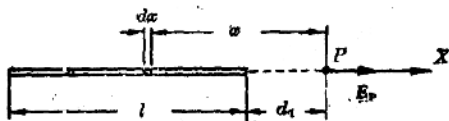


题 9-6 图

(1) 在导线的延长线上与导线 B 端相距 $d_1 = 5.0 \text{ cm}$ 处的 P 点的场强;

(2) 在导线的垂直平分线上与导线中点相距 $d_2 = 5.0 \text{ cm}$ 处的 Q 点的场强。

解 (1) 取 P 为坐标原点, x 轴向右为正, 如解 9-6(a) 图所示。



解 9 6(a) 图

设带电直导线上一小段电荷 $dq = \lambda dx$ 至 P 点距离为 $|x|$, 它在 P 点产生的电场强度为

$$dE_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2} \quad (\text{沿 } x \text{ 轴正向})$$

由于各小段导线在 P 点产生的场强方向相同, 于是

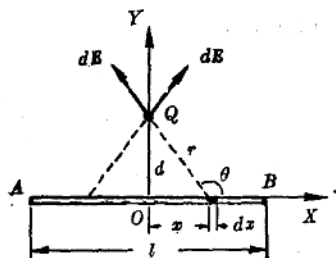
$$\begin{aligned}
 E_p &= \int dE_p = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-(d_1+l)}^{-d_1} \frac{dx}{x^2} \\
 &= -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{x} \Big|_{-(d_1+l)}^{-d_1} \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_1+l} \right) \\
 &= 9.00 \times 10^9 \times 5.00 \times 10^{-9} \left(\frac{1}{0.050} - \frac{1}{0.200} \right) \\
 &= 6.75 \times 10^2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} (\text{方向沿导线向右}).
 \end{aligned}$$

(2) 选坐标如解 9-6(b) 图所示, 由于对称性, 场强 dE 的 X 方向分量相互抵消, 所以, $E_x = 0$ 取 AB 导线上电荷元 $dq = \lambda dx$, 与 Q 点距离为 r , 电荷元在 Q 点所产生的场强

$$dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

场强 dE 的 y 分量为

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \sin \theta$$



解 9-6(b) 图

因

$$r = d_2 \csc \theta$$

$$x = d_2 \tan\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -d_2 \cot \theta,$$

$$dx = d_2 \csc^2 \theta d\theta,$$

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \sin \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{d_2 \csc^2 \theta d\theta}{(d_2 \csc \theta)^2} \sin \theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d_2} \sin \theta d\theta,$$

$$E_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d_2} \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d_2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

代入

$$\cos \theta_2 = -\frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{d_2^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

$$\cos \theta_1 = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{d_2^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

得

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d_2} \cdot \frac{l}{\left[d_2^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

以数据代入得

$$\begin{aligned} E &= \frac{9.00 \times 10^9 \times 5.00 \times 10^{-9} \times 0.150}{0.050 \left[(0.050)^2 + \left(\frac{0.150}{2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\ &= 1.50 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} (\text{方向沿 } y \text{ 轴正向}) \end{aligned}$$

9-7 试计算均匀带电圆环轴线上任一给定点 P 处的场强公式为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

式中 q 为圆环所带电量, R 为圆环半径, x 为 P 点到环心的距离。

解 圆环均匀带电线密度为 $\lambda = \frac{q}{2\pi R}$, 如解 9-7 图, 在圆环上任取一电荷元 $dq = \lambda dl$, 与 P 点相距为 r , r 与轴线方向夹角为 θ , 设电荷元在 P 点产生的电场强度为 dE ,

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} r_0,$$

r_0 为沿 r 方向的单位矢量, 将 dE 分解为平行轴线方向分量 $dE_{\parallel}$ 与垂直轴线方向分量 $dE_{\perp}$,

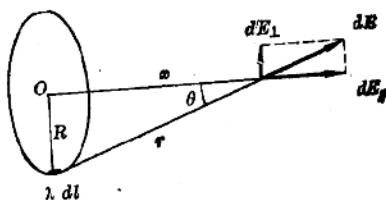


图 9-7

$$dE_{\parallel} = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \theta$$

$$dE_{\perp} = dE \sin \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \sin \theta$$

根据对称性可知，圆环上各电荷元在 P 点产生电场强度的垂直轴线分矢量相互抵消，所以 P 点电场强度 E_p 为

$$\begin{aligned} E_p &= \int dE_{\parallel} = \int dE \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \theta}{r^2} \int_0^{2\pi R} dl \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

9-8 均匀带电的圆环，半径为 $R = 5.0 \text{ cm}$ ，总电量 $q = 5.0 \times 10^{-9} \text{ C}$ 。

(1) 求轴线上离环心距离为 $x = 5.0 \text{ cm}$ 处的 A 点的场强；

(2) 轴线上哪些点处的场强最大？量值为多大？

解 (1) 由题 9-7 知均匀带电圆环在轴线上离环心距离为 x 处的场强为

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

将 $x = 0.050 \text{ m}$ ， $R = 0.050 \text{ m}$ ， $q = 5.0 \times 10^{-9} \text{ C}$ 代入得

$$\begin{aligned} E &= \frac{9.0 \times 10^9 \times 5.0 \times 10^{-9} \times 0.050}{[(0.050)^2 + (0.050)^2]^{3/2}} \\ &= 6.4 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \quad (\text{沿 } x \text{ 轴正向}) \end{aligned}$$

(2) 轴线上场强最大处, 满足

$$\frac{dE(x)}{dx} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(x^2 + R^2)^{3/2} - 3x^2(x^2 + R^2)^{1/2}}{(x^2 + R^2)^3} = 0$$

因此

$$x^2 + R^2 - 3x^2 = 0$$

解得

$$x = \pm \frac{R}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} R$$

所以在 $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} R$ 处,

$$\begin{aligned} E_{\max} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \frac{\sqrt{2}}{2} R}{\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} R \right)^2 + R^2 \right]^{3/2}} \\ &= 9.0 \times 10^3 \frac{5.0 \times 10^{-9} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.050}{\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.050 \right)^2 + (0.050)^2 \right]^{3/2}} \\ &= 6.9 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \end{aligned}$$

9-9 用不导电的细塑料棒弯成半径为 50.0 cm 的圆弧, 两端间空隙为 2.0 cm. 电量为 $3.12 \times 10^{-9} \text{ C}$ 的正电荷均匀分布在棒上, 求圆心处场强的大小和方向.

解 空隙长

$$d = 0.020 \text{ m}$$

棒长

$$l = 2\pi r - d = 2 \times 3.14 \times 0.50 - 0.020 = 3.12 \text{ m}$$

电荷线密度

$$\lambda = \frac{q}{l} = \frac{3.12 \times 10^{-9}}{3.12} = 1.00 \times 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{m}^{-1}$$

若有一均匀带电闭合线圈,则在圆心处产生的合场强为零。根据场强迭加原理,现若有一段空隙,则圆心处场强应该等于闭合线圈产生电场再减去 $d=0.020\text{ m}$ 长的带电棒在该点产生的场强。

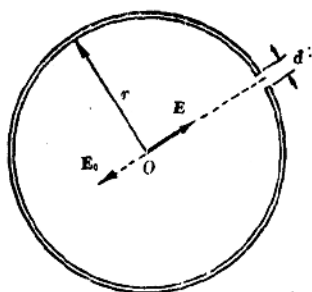
由于 $d=0.020\text{ m} \ll r=0.50\text{ m}$, 可把该小段电荷看作带电量为 q' 的点电荷。

$$q' = \lambda d = 1.00 \times 10^{-9} \times 0.020 = 2.0 \times 10^{-11} \text{ C},$$

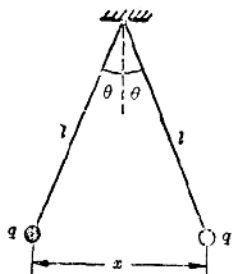
在圆心处产生场强为

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{2.0 \times 10^{-11}}{(0.50)^2} \\ = 0.72 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \quad (\text{方向由缝隙指向圆心处})$$

所以细塑料棒在圆心处产生场强 E 大小为 $0.72 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, 方向由圆心指向隙缝。



解 9-9 图



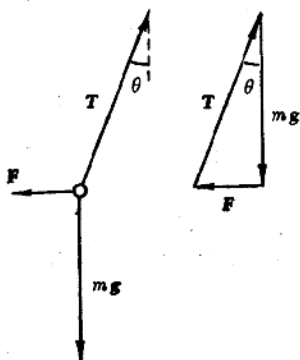
题 9-10 图

9-10 两个相同的小球,质量都是 m ,带等量同号的电荷 q ,各用长为 l 的细线挂在同一点上,如图所示,设两小球平衡时两线夹角 2θ (很小)。试证两小球的距离 x 可用下列近似等式表示:

$$x \approx \left(\frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 m g} \right)^{1/3}$$

(1) 设 $l = 1.20 \text{ m}$, $m = 10 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $x = 5.0 \times 10^{-2} \text{ m}$, 问每个小球上的电量 q 是多少?

(2) 如果每个球都以 $1.0 \times 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$ 的变化率失去电荷, 求两球彼此趋近的瞬时相对速率 (即 $\frac{dx}{dt}$) 是多少?



解 9-10 图

证: (1) 当两小球相距 x , 处于平衡状态时, 每小球分别受到张力 T , 重力 mg 以及库仑力 F 的作用, 此三力组成一封闭三角形, 如解 9-10 图所示。考虑到 2θ 很小, 即

$$\text{tg } \theta \approx \sin \theta = \frac{x}{2l}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2} \\ = mg \text{tg } \theta \approx mg \sin \theta,$$

得,
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2} \approx mg \frac{x}{2l},$$

$$\therefore x \approx \left(\frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}, \quad (1)$$

当 $l = 1.20 \text{ m}$, $m = 10 \times 10^{-3} \text{ kg}$, $x = 5.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ 时,

$$q = \pm \left(\frac{2\pi\epsilon_0 m g x^3}{l} \right)^{1/2} \\ = \pm \left(\frac{10 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 5.0^3 \times 10^{-6}}{2 \times 9.0 \times 10^9 \times 1.20} \right)^{1/2} \\ = \pm 2.4 \times 10^{-8} \text{ C}$$

$$(2) \frac{dx}{dt} = \left(\frac{l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3} \cdot \frac{2}{3} \cdot q^{-1/3} \cdot \frac{dq}{dt} \\ = \frac{2}{3} x q^{-1} \frac{dq}{dt}$$

$$= \frac{2}{3} \times 5.0 \times 10^{-2} \times \frac{1}{2.4 \times 10^{-3}} \times (-1.0 \times 10^{-9})$$

$$= -1.4 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

即两球彼此趋近的速度为 $1.4 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

9-11 在真空中的 A 、 B 两板,相距为 d ,面积均为 S ,各带电 $+q$, $-q$.求两板间的作用力 f .有人说 $f = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$;又有人说 $f = Eq$, 因为 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, $\sigma = \frac{q}{S}$, 所以 $f = \frac{q^2}{\epsilon_0 S}$. 他们说得对不对? 到底 f 等于多少? 为什么?

答 都不对,两板间的作用力 $f = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$, 因为板的线度不一定远小于两板间距离, 这样不能把两带电板看作是点电荷, 因而不能用库仑定律进行计算. 而 $f = Eq$, 式中的 E 用平行板间电场强度 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ 来计算也不对, 因为这里 E 是 A 、 B 两块板产生的合场强. 当两板的线度比它们间的距离 d 大得多时, A 板处于 B 板的均匀电场中, $E_B = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, A 板上任一电荷元 dq_A 受力

$$df = E_B dq_A = \frac{\sigma dq_A}{2\epsilon_0}$$

各电荷元受力 df 方向一致, 所以 A 板受力

$$f_A = \int df = \int_0^q \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dq = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} q = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$$

(A 板上各电荷元之间相互作用的合力为零).

同理, B 板处于 A 板电场中, 受力为

$$f_B = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$$

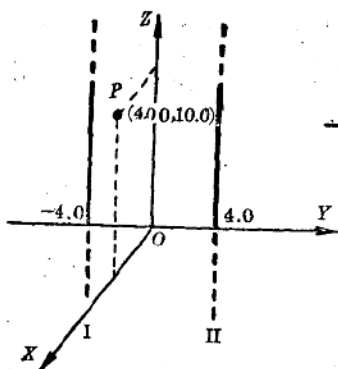
9-12 在 OYZ 平面内, 有两根均匀带电的无限长导线,

分别位于 $y = +4.0\text{ m}$ 和 $y = -4.0\text{ m}$ 的位置, 电荷线密度均为 $\lambda = 4.0 \times 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{m}^{-1}$ 。求空间一点 $(4.0\text{ m}, 0\text{ m}, 10.0\text{ m})$ 处场强的大小和方向。

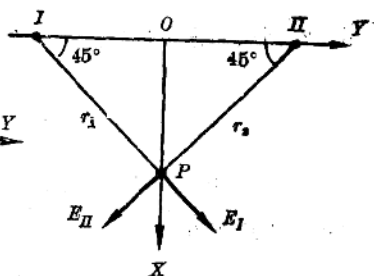
解 如解 9-12(a) 图, 无限长均匀带电直导线在相距为 r 处的 P 点产生的场强 E , 其大小为

$$|E| = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

其方向垂直直导线。



解 9-12(a) 图



解 9-12(b) 图

根据对称性可知, 每根导线在 P 点产生的 $E_z = 0$, E_1 和 E_2 均在 $z = 10\text{ m}$ 的平面上, 今取 $z = 10$ 的 XOY 平面作解 9-12(b) 图, 令导线 I 到 P 点的距离为 $r_1 = 4\sqrt{2}\text{ m}$, 导线 II 到 P 点的距离为 $r_2 = 4\sqrt{2}\text{ m}$, i, j 为 x, y 轴向单位矢量。

$$E_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r_1} (\sin 45^\circ i + \cos 45^\circ j)$$

$$E_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r_2} (\sin 45^\circ i - \cos 45^\circ j)$$

$$\therefore E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r_1} \sqrt{2} i$$