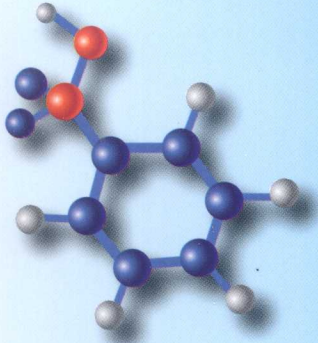




21世纪全国高等院校材料类**创新型**应用人才培养规划教材



MATERIALS

工程材料力学性能

莫淑华 于久灏 王佳杰 主 编

- 适应“卓越工程师教育培养计划”要求
- 强化力学性能指标概念与工程应用方法
- 内容丰富和实用并反映学科前沿与动态

Materials



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

013028555

TB301-43

84

21 世纪全国高等院校材料类创新型应用人才培养规划教材

工程材料力学性能

主 编 莫淑华 于久灏 王佳杰



TB301-43

84



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



北航

C1634965

内 容 简 介

本书以教育部“卓越工程师教育培养计划”为指导,以应用型本科教育的特点和教育教学要求为目标,从材料的工程应用出发,以应力应变状态及强度理论为基础,揭示工程材料在各种载荷作用及服役条件下的力学性能,重点阐述工程材料力学性能的宏观规律及其微观本质、测试与评定方法及其在工程实际中的应用,突出强基础、宽专业面、重创新能力与素质培养的教育理念。本书内容涵盖了常用工程材料及复合材料使用过程中的各种力学性能的分析与测试技术。其具体内容主要包括:应力与应变概念,材料的失效形式及强度理论,材料在断裂、裂纹扩展时材料的力学状态,静载拉伸、压缩、弯曲、扭转和剪切时材料的力学性能,动载冲击、疲劳时材料的力学性能,摩擦与磨损时材料的力学性能,高温环境下材料的力学性能,环境介质作用下材料的力学性能,复合材料的力学性能等,每章前面有该章教学要点和导入案例。

本书可作为高等学校材料类、机械类、近机械类及相关专业的本科生教材,也可作为研究生和专业技术人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

工程材料力学性能/莫淑华,于久灏,王佳杰主编. —北京:北京大学出版社,2013.3

(21世纪全国高等院校材料类创新型应用人才培养规划教材)

ISBN 978-7-301-21116-8

I. ①工… II. ①莫…②于…③王… III. ①工程材料—材料力学性质—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第189557号

书 名: 工程材料力学性能

著作责任者: 莫淑华 于久灏 王佳杰 主编

责任编辑: 童君鑫

标准书号: ISBN 978-7-301-21116-8/TG·0033

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路205号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 新浪官方微博: @北京大学出版社

电子信箱: pup_6@163.com

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

印 刷 者: 北京世知印务有限公司

经 销 者: 新华书店

787毫米×1092毫米 16开本 16.5印张 377千字

2013年3月第1版 2013年3月第1次印刷

定 价: 32.00元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn

21 世纪全国高等院校材料类创新型应用人才培养规划教材

编审指导与建设委员会

成员名单（按拼音排序）

- | | |
|--------------|----------------|
| 白培康（中北大学） | 陈华辉（中国矿业大学） |
| 崔占全（燕山大学） | 杜彦良（石家庄铁道大学） |
| 杜振民（北京科技大学） | 耿桂宏（北方民族大学） |
| 关绍康（郑州大学） | 胡志强（大连工业大学） |
| 李楠（武汉科技大学） | 梁金生（河北工业大学） |
| 林志东（武汉工程大学） | 刘爱民（大连理工大学） |
| 刘开平（长安大学） | 芦笙（江苏科技大学） |
| 裴坚（北京大学） | 时海芳（辽宁工程技术大学） |
| 孙凤莲（哈尔滨理工大学） | 孙玉福（郑州大学） |
| 万发荣（北京科技大学） | 王春青（哈尔滨工业大学） |
| 王峰（北京化工大学） | 王金淑（北京工业大学） |
| 王昆林（清华大学） | 卫英慧（太原理工大学） |
| 伍玉娇（贵州大学） | 夏华（重庆理工大学） |
| 徐鸿（华北电力大学） | 余心宏（西北工业大学） |
| 张朝晖（北京理工大学） | 张海涛（安徽工程大学） |
| 张敏刚（太原科技大学） | 张锐（郑州航空工业管理学院） |
| 张晓燕（贵州大学） | 赵惠忠（武汉科技大学） |
| 赵莉萍（内蒙古科技大学） | 赵玉涛（江苏大学） |

前 言

“工程材料力学性能”是材料科学与工程类专业本科生的一门重要的专业课。目前国内出版的这类教材版本虽然很多，但由于各个高校的专业背景和教改进程的差异，所以编入书中的内容侧重点也各不相同。本书特点是以教育部“卓越工程师教育培养计划”为指导，根据应用型本科教育的特点、专业培养目标和教育教学要求确定编写内容，力求将工程中常用的金属材料、无机非金属材料、高分子材料紧密结合，从材料的工程应用出发，以应力应变状态及强度理论为基础，揭示工程材料在各种载荷作用及服役条件下的力学性能，重点阐述工程材料力学性能的宏观规律及其微观本质、测试与评定方法及其在工程实际中的应用。通过模块方式，使课程体系形成理论为基础、工程应用为目的立体结构；课程内容涵盖了常用工程材料及复合材料使用过程中的各种力学性能的分析与测试技术；每章前面增加了该章教学要点和导入案例，强化力学性能指标概念与工程应用方法；使用国家标准化名称与符号，使教材整体结构规范；语言简练，力求通俗易懂；注重工程应用，体现科学性、先进性和实用性。其目的是培养学生理论联系实际和动手实践能力，树立工程意识和严谨的科学态度。

本书结构与内容为：模块一：当工程材料承受外界载荷时，产生的应力应变状态与强度理论，内容包括应力与应变、材料失效形式及强度理论等。模块二：材料在断裂时与裂纹扩展时的力学状态，内容包括材料的断裂形式、过程、力学状态与机理。模块三：常温静载时工程材料的力学性能，内容包括承受拉伸、弯曲、扭转、剪切载荷作用材料时的力学性能。模块四：常温动载时材料的力学性能，内容包括承受冲击、疲劳、摩擦磨损材料时的力学性能。模块五：高温及环境介质作用下材料的力学性能，内容包括高温环境下材料的力学性能、环境介质作用下材料的力学性能。模块六：复合材料的力学性能，内容包括单向复合材料、复合材料层合板、短纤维复合材料等材料的力学性能。

参加本书编写的教师有黑龙江工程学院莫淑华(总体策划、前言)、杨闯(第1章)、于久灏(第5、7章)、王佳杰(第3、4、6、8章)、哈尔滨大电机研究所张颖(第2、9、10章)、佳木斯大学张敬强(第11、12章)。本书由莫淑华、于久灏、王佳杰担任主编。

本书可作为高等学校材料类、机械类、近机械类及相关学科的本科生教材，也可作为研究生和专业技术人员的参考用书。

编者在编写过程中，参阅了部分国内外相关教材、科技著作及论文，在此向文献作者表示由衷的谢意！

由于编者水平有限，故书中内容难免有不妥之处，恳请读者提出批评和改进意见。

编 者

2013年1月

目 录

第 1 章 应力与应变	1	习题	35
1.1 应力	3	第 3 章 材料在断裂时的力学状态	37
1.1.1 应力状态分类	3	3.1 断裂分类	38
1.1.2 应力状态分析	4	3.1.1 正断与切断	38
1.2 微体平衡	7	3.1.2 韧性断裂与脆性断裂	39
1.3 应变	9	3.1.3 穿晶断裂和沿晶断裂	39
1.3.1 应变状态分类	9	3.1.4 纯剪切断裂、微孔聚集型 断裂和解理断裂	40
1.3.2 应变状态分析	9	3.2 断裂的宏观断口特征	41
1.3.3 平面应变状态	11	3.2.1 韧性断裂的宏观断口 特征	41
1.4 应力应变测定实验	13	3.2.2 脆性断裂的宏观断口 特征	42
1.4.1 电测法原理	14	3.3 脆性断裂	43
1.4.2 电阻应变片	14	3.3.1 脆性断裂机理	43
1.4.3 应变仪	18	3.3.2 脆性断裂的微观断口 特征	47
1.4.4 应变测量电桥	18	3.4 韧性断裂	49
1.4.5 平面应力状态测量	19	3.4.1 韧性断裂机理	49
1.4.6 电测法应用	21	3.4.2 韧性断裂的微观断口 特征	50
习题	22	3.5 断裂强度	51
第 2 章 材料失效形式及强度理论	25	3.5.1 晶体的理论断裂强度	51
2.1 常用工程材料的失效形式	26	3.5.2 格里菲斯(Griffith)断裂 理论	52
2.1.1 变形失效	26	3.5.3 奥罗万(Orowan)的修正	54
2.1.2 断裂失效	27	习题	55
2.1.3 腐蚀失效	28	第 4 章 裂纹扩展时材料的力学状态	56
2.1.4 磨损失效	28	4.1 线弹性条件下材料的断裂韧度	58
2.2 屈服强度理论	28	4.1.1 裂纹扩展的基本形式	58
2.2.1 强度理论概念	28	4.1.2 断裂强度与裂纹长度	60
2.2.2 最大切应力理论	29	4.1.3 应力场强度因子 K_I 及 断裂韧度 K_{Ic}	60
2.2.3 形变应变能理论	30	4.1.4 断裂判据	62
2.3 断裂强度理论	31		
2.3.1 最大拉应力理论	31		
2.3.2 最大拉应变理论	31		
2.3.3 相当应力	31		
2.4 莫尔强度理论	32		
2.5 强度条件与强度计算	33		



4.1.5	几种常见裂纹的应力强度因子	63	5.4	塑性变形	88
4.1.6	裂纹扩展的能量释放率 G_I	65	5.4.1	金属材料塑性变形机制与特点	88
4.1.7	裂纹扩展能量判据	66	5.4.2	屈服现象及其本质	89
4.2	断裂韧性的影响因素	67	5.4.3	影响屈服强度的因素	90
4.2.1	外部因素	68	5.4.4	应变硬化	92
4.2.2	内部因素	68	5.4.5	颈缩现象和抗拉强度	94
4.3	断裂韧度 K_{Ic} 与常规力学性能指标之间的关系	70	5.4.6	塑性	96
4.4	弹塑性条件下断裂韧度	71	5.4.7	静力韧度	97
4.4.1	弹塑性条件下断裂韧度概述	71	5.5	缺口效应	98
4.4.2	裂纹尖端张开位移 COD 及断裂韧度 δ_c	72	5.5.1	缺口试样应力分布	98
4.4.3	J 积分及断裂韧度 J_{Ic}	73	5.5.2	缺口试样静拉伸试验	100
4.5	断裂韧度 K_{Ic} 的测试	74	5.5.3	缺口偏斜拉伸试验	101
4.5.1	断裂韧性 K_{Ic} 试样的要求	74	5.5.4	缺口静弯曲试验	102
4.5.2	三点弯曲法	75	5.6	拉伸试验与压缩试验	103
4.5.3	紧凑拉伸法	76	5.6.1	单向静拉伸试验	103
4.5.4	Vicker 压痕法	76	5.6.2	单向压缩试验	103
习题		77	习题		105
第 5 章 静载拉伸与压缩时材料的力学性能			第 6 章 弯曲、扭转和剪切时材料的力学性能		
5.1	应力状态软性系数	79	6.1	材料的弯曲	108
5.2	静载拉伸与压缩时的性能指标	80	6.1.1	弯曲试验方法及其力学性能指标	108
5.2.1	拉伸曲线	80	6.1.2	弯曲试验的特点	110
5.2.2	弹性模量	82	6.1.3	弯曲试验的应用	111
5.2.3	屈服强度	82	6.2	材料的扭转	111
5.2.4	抗拉强度(抗压强度)	83	6.2.1	扭转试验应力-应变分析	111
5.2.5	断后伸长率与断面收缩率	84	6.2.2	扭转试验的特点	112
5.3	弹性变形	84	6.2.3	扭转试验方法及其力学性能指标	113
5.3.1	弹性变形及其物理本质	84	6.2.4	扭转试验的实际应用	114
5.3.2	胡克定律	85	6.3	材料的剪切	116
5.3.3	弹性模量的工程意义	85	6.3.1	单剪试验	116
5.3.4	弹性比功	86	6.3.2	双剪试验	117
5.3.5	滞弹性	86	6.3.3	冲孔式剪切试验	117
5.3.6	包辛格效应及其使用意义	88	6.4	几种静载试验方法的比较	117
			习题		118
			第 7 章 冲击时材料的力学性能		
			7.1	冲击载荷下材料的变形和断裂	120

7.2	冲击弯曲和冲击韧度	121	8.6.3	循环硬化与循环软化	152
7.2.1	冲击弯曲试验原理	121	8.7	影响疲劳强度的主要因素	153
7.2.2	缺口冲击试验的应用	121	8.7.1	载荷因素	153
7.3	低温脆性及其评定	123	8.7.2	表面状态与尺寸因素	154
7.3.1	低温脆性现象	123	8.7.3	组织的影响	155
7.3.2	韧脆转变温度	124	8.8	改善疲劳强度的方法	155
7.3.3	落锤试验	125	8.9	疲劳试验	158
7.3.4	影响韧脆转变温度的冶金 因素	126	8.9.1	疲劳抗力指标及其测试 方法	158
7.4	断裂分析图	128	8.9.2	疲劳试验结果的统计处理及 $P-S-N$ 曲线的绘制	160
习题	129	8.9.3	疲劳试验类型及其 装置	161
第 8 章	疲劳时材料的力学性能	130	8.9.4	疲劳试样及其制备	162
8.1	疲劳的分类、载荷及特点	132	习题	164
8.1.1	疲劳的分类	132	第 9 章	摩擦与磨损时材料的力学 性能	165
8.1.2	疲劳载荷	132	9.1	摩擦与磨损类型	166
8.1.3	疲劳特点	133	9.1.1	摩擦与磨损的基本 概念	166
8.2	金属疲劳宏观断口特征	134	9.1.2	磨损类型	168
8.3	疲劳性能指标	136	9.2	磨损机理	168
8.3.1	疲劳曲线和对称循环疲劳 极限	136	9.2.1	粘着磨损	168
8.3.2	疲劳图和不对称循环疲劳 极限	138	9.2.2	磨粒磨损	170
8.3.3	过载持久值与过载 损伤界	140	9.2.3	腐蚀磨损	175
8.3.4	疲劳缺口敏感度	141	9.3	磨损试验方法	177
8.4	疲劳裂纹扩展速率及寿命的 估算	142	9.3.1	材料的耐磨性	177
8.4.1	疲劳裂纹扩展曲线	143	9.3.2	磨损试验方法	178
8.4.2	疲劳裂纹扩展速率	144	9.4	接触疲劳现象与接触应力	179
8.4.3	疲劳裂纹扩展寿命的 估算	144	9.4.1	接触疲劳现象	179
8.5	疲劳过程及机理	145	9.4.2	接触应力	180
8.5.1	疲劳裂纹萌生过程及 机理	145	9.5	接触疲劳破坏机理	182
8.5.2	疲劳裂纹扩展过程	147	9.5.1	麻点剥落	182
8.5.3	疲劳裂纹扩展机制与疲劳 断口微观特征	147	9.5.2	浅层剥落	183
8.6	低周疲劳	150	9.5.3	深层剥落	183
8.6.1	低周疲劳的特点	150	9.6	影响接触疲劳寿命的因素	184
8.6.2	低周疲劳的 $\Delta\epsilon-N$ 曲线	151	9.6.1	材料的内部因素	184
			9.6.2	工件的外部因素	186
			9.7	接触疲劳试验方法	186
			习题	187



第 10 章 高温环境下材料的力学性能

10.1 蠕变现象

10.1.1 蠕变曲线

10.1.2 蠕变过程中组织结构的变化

10.2 蠕变机理

10.2.1 蠕变机制

10.2.2 蠕变的影响因素

10.3 蠕变性能指标及其影响因素

10.3.1 蠕变极限

10.3.2 持久强度

10.3.3 松弛稳定性

10.3.4 蠕变极限和持久强度的影响因素

10.4 蠕变试验

10.4.1 蠕变极限和持久强度试验

10.4.2 蠕变持久强度数据的外推法

10.5 其他高温力学性能

10.5.1 高温短时拉伸性能

10.5.2 高温硬度

习题

第 11 章 环境介质作用下材料的力学性能

11.1 应力腐蚀现象与断裂机理

11.1.1 应力腐蚀现象及产生条件

11.1.2 应力腐蚀机理

11.2 应力腐蚀性能指标及预防措施

11.2.1 应力腐蚀力学性能指标

11.2.2 应力腐蚀预防措施

11.3 氢脆类型及特征

11.3.1 氢蚀

11.3.2 钢中的白点

11.3.3 氢化物致脆

11.3.4 氢致延滞断裂

11.4 钢的氢致延滞断裂机理与防止氢脆的措施

11.4.1 钢的氢致延滞断裂机理

11.4.2 防止氢脆的措施

11.5 氢致延滞断裂与应力腐蚀的关系

11.6 其他环境脆化问题

11.6.1 腐蚀疲劳

11.6.2 液(固)态金属脆性

习题

第 12 章 复合材料的力学性能

12.1 单向复合材料的力学性能

12.1.1 单向复合材料的结构与基本假设

12.1.2 单向复合材料的纵向力学性能

12.1.3 复合材料的横向力学性能与面内切变模量

12.2 复合材料层合板的力学性能

12.2.1 复合材料层合板的应力-应变关系

12.2.2 单向层合板的基本强度

12.3 短纤维复合材料的力学性能

12.3.1 应力传递理论

12.3.2 短纤维复合材料的弹性模量

12.3.3 短纤维增强复合材料的强度

12.4 复合材料的断裂、疲劳和冲击性能

12.4.1 复合材料的断裂

12.4.2 复合材料的冲击性能

12.4.3 复合材料的疲劳性能

习题

参考文献

第 1 章

应力与应变



本章教学要点

知识要点	掌握程度	相关知识
应力状态分类、分析	(1) 了解应力状态分类 (2) 掌握一点、两向、三向应力状态	(1) 应力状态的定义及分类 (2) 应力圆、主应力和主平面
微体平衡	掌握静力平衡微分方程	静力平衡微分方程表述方法
应变状态分类、分析	(1) 了解应变状态分类 (2) 掌握位移与应变关系 (3) 掌握平面应变状态	(1) 线应变、角应变、平面应变和空间应变 (2) 3 个位移分量与 6 个应变分量之间关系 (3) 斜向方向应变、主应变与主应变方向



胡克定律


胡克定律(Hooke's law), 又译为虎克定律, 是力学弹性理论中的一条基本定律, 表述为固体材料受力之后, 材料中的应力与应变(单位变形量)之间呈线性关系。满足胡克定律的材料称为线弹性或胡克型(英文 Hookean)材料。

胡克定律用 17 世纪英国物理学家罗伯特·胡克的名字命名。胡克提出该定律的过程颇有趣味, 他于 1676 年发表了一句拉丁语字谜, 谜面是 ceiiiinosssttuv。两年后他公布了谜底是 ut tensio sic vis, 意思是“力如伸长(那样变化)”, 这正是胡克定律的中心内容。

胡克定律仅适用于特定加载条件下的部分材料。钢材在多数工程应用中都可视为线弹性材料, 在其弹性范围内(即应力低于屈服强度时)胡克定律都适用。另外一些材料(如铝材)则只在弹性范围内的一部分区域行为符合胡克定律。对于这些材料需要定义一个应力线性极限, 在应力低于该极限时线性描述带来的误差可以忽略不计。

还有一些材料在任何情况下都不满足胡克定律(如橡胶), 这种材料称为“非胡克型”(non-hookean)材料。橡胶的刚度不仅和应力水平相关, 还对温度和加载速率十分敏感。

胡克定律在磅秤制造、应力分析和材料模拟等方面有广泛的应用。

 资料来源: 维基百科, 自由百科全书《胡克定律》

材料的力学性能是指材料在不同环境(温度、介质、湿度)下, 承受各种外加载荷(拉伸、压缩、弯曲、扭转、冲击、交变应力等)时所表现出的力学特征, 通过强度、弹性、塑性、韧性、硬度、疲劳、耐磨性等指标进行表征。在外力作用下, 材料内部各部分之间产生相互作用的内力, 内力是材料任意截面上的合力, 如弯矩、剪力、轴力等。通常将微小截面单位面积上的内力定义为应力, 应力是内力的集度。与截面垂直的应力称为正应力或法向应力, 与截面相切的应力称为切应力。按照载荷作用的形式不同, 应力又可以分为拉伸应力、压缩应力、弯曲应力和扭转应力等。应力会随着外力的增加而增长, 对于某一种材料, 应力的增长是有限度的, 超过这一限度, 材料就要破坏, 应力可能达到的这个限度称为该种材料的极限应力。极限应力值要通过材料的力学试验来测定。

材料受力作用产生变形时, 由于变形体内各点处变形程度一般并不相同, 通常将微小材料承受应力时所产生的单位长度变形量定义为应变, 用来描述材料一点处的变形程度。应变是无量纲的, 并与应力有对应关系, 与正应力对应的应变称为正应变或线应变, 与切应力对应的应变称为切应变或角应变。应变会随着应力的增加而增大, 通过胡克定律可以计算得到, 也可通过材料的力学试验进行测定。

载荷作用下, 材料内部将同时产生应力与应变。应力与应变不仅与点的位置有关, 而且与截面的方位有关, 通过一点不同截面上的应力情况称为应力状态, 通过一点不同方向上的应变情况称为应变状态, 应力状态理论是研究指定点处的方位不同截面上的应力之间的关系。应变状态理论则研究指定点处的不同方向的应变之间的关系。应力状态理论是强度计算的基础, 而应变状态理论是实验分析的基础。本章主要研究应力与应变状态分析, 为研究工程材料力学性能奠定基础。

1.1 应 力

1.1.1 应力状态分类

通过轴向拉伸(压缩)、扭转和弯曲3种基本变形的研究已知,轴向拉压杆件横截面只有正应力,而其斜截面上不仅有正应力,同时还存在切应力;当圆杆发生扭转变形时,横截面上只有切应力;纯弯曲构件横截面上只有正应力,不同点上正应力还随着其在截面上的高度而变化。总之,对于材料内不同位置的点,一般情况下具有不同的应力,而且通过同一点不同方位截面上的应力也不同,截面上的应力随截面方位的变化而变化,所以点的应力是该点坐标和通过该点截面方位角的函数。

按照不等于零的主应力数目,可以把一点应力状态分为3类。

在轴向拉伸(压缩)杆件和纯弯曲材料内,任意一点单元体如图1.1(b)所示,3个主应力中只有一个主应力不等于零,称为单向应力状态。

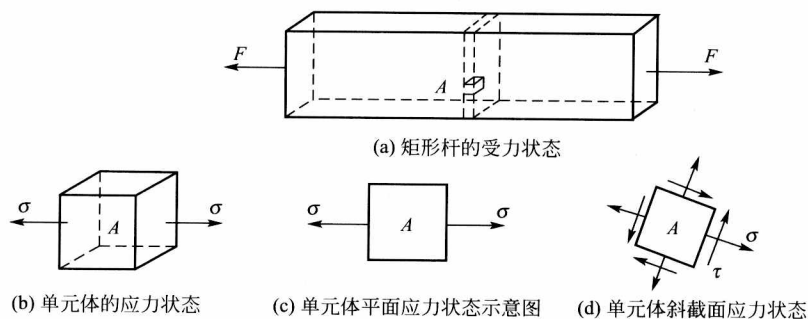


图 1.1 矩形截面杆件内的应力状态

3个主应力中有两个不等于零的应力状态称为二向应力状态(或平面应力状态),薄壁压力容器其壁内任一点为典型的二向应力状态,如图1.2所示。

3个主应力均不等于零的应力状态称为三向应力状态(或空间应力状态)。如图1.3所示,在导轨和车轮的接触处,导轨表层微体A除在垂直方向直接受压外,由于周围的材料限制其横向膨胀,故其四侧也受压。因此,导轨和车轮接触点处的单元体处于三向受压状态。

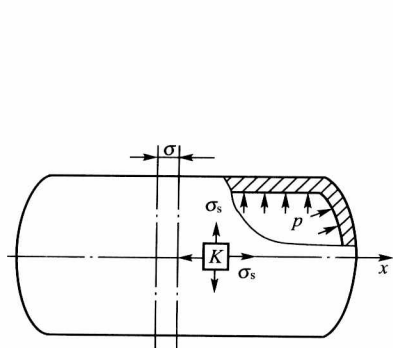
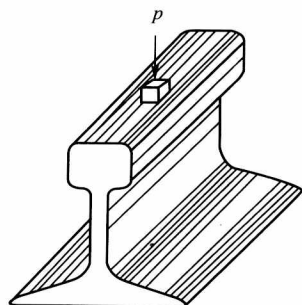


图 1.2 薄壁压力容器壁内两向应力状态



(a) 导轨受力示意图

(b) 导轨应力状态

图 1.3 导轨的三向应力状态示意图



一般将单向应力状态称为简单应力状态，二向应力状态和三向应力状态统称为复杂应力状态。

1.1.2 应力状态分析

1. 一点的应力状态

当材料受力作用时，其内部应力的大小和方向不仅随截面的方位而变化，而且在同一截面上的各点处也不一定相同。通过物体内一点可以作出无数个不同取向的截面，其中一定可以选出 3 个互相垂直的截面，在它上面只有正应力作用，剪应力等于零，用这三个截面表达的某点上的应力，则称为此点的应力状态，即构件内部过一点各个方位截面上的应力状况，称作该点处的应力状态。

为了研究受力构件内某一点处的应力状态，通常是围绕该点取出一个 5 个方向尺寸均为无穷小的正六面体，简称为单元体。例如图 1.1(a)所示矩形截面杆件 A 点的应力状态，可以用 3 对相互垂直的平面，围绕 A 点取出一个单元体，如图 1.1(b)所示。由于单元体各边均是无穷小量，因此可以认为单元体各面上应力是均匀的，而且相互平行的截面上应力大小和性质相同。为了简便，单元体各面上的均匀应力常表示为正应力 σ 和切应力 τ 。

图 1.1(b)所示单元体左、右两侧面是横截面的一部分，其上正应力为 $\sigma = \frac{F}{A}$ ，上下、前后是平行于轴线的纵向平面，4 个面上正应力和切应力均为零。如图 1.1(d)所示，以斜截面截取的单元体，它的 4 个面上既有正应力又有切应力。因此，围绕同一 A 点，所取单元体的方位不同，单元体各个面上的应力也不相同。

图 1.1(b)所示 3 个面上的切应力都为零，这种切应力等于零的面称为主平面，作用在主平面上的正应力称为主应力。一般情况下，在材料内任一点总可以取出一个特殊的单元体，其 3 个相互垂直的面都是主平面，这样特殊的单元体称为主单元体。3 个主应力通常用 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 表示，并按代数值大小排列，即 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ 。

2. 二向应力状态

平面应力状态单元体一对平面上的应力等于零，不等于零的应力分量均位于同一坐标平面内，其一般形式如图 1.4(a)所示。在垂直 x 轴的面上即 x 截面上作用有应力 σ_x 和 τ_x ，在 y 截面上作用有 σ_y 和 τ_y 。由于平面应力状态单元体前、后两平面上没有应力，故也可将该单元体用平面图形(图 1.4(b))表示。

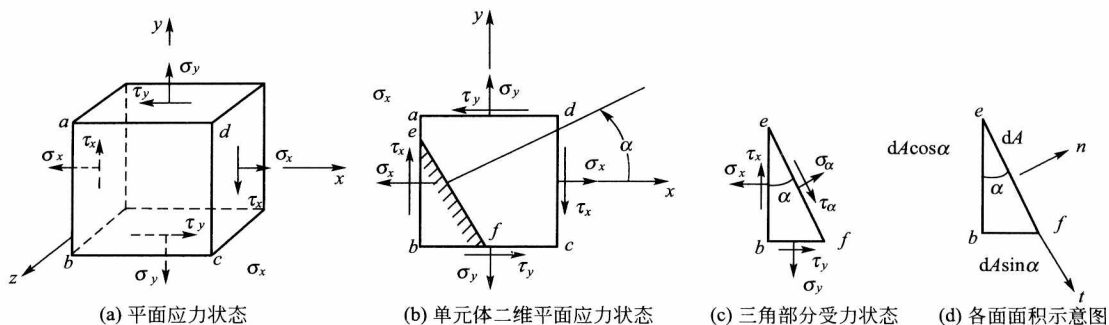


图 1.4 单元体的平面应力状态

1) 斜截面上的应力

为了分析和 z 轴平行的任一斜截面的应力, 可应用截面法。设斜截面 ef 外法线 n 与 x 轴夹角为 α , 简称 α 截面, 方位角 α 规定以 x 轴为始边逆时针转到外法线 n 时为正值。 α 截面上的应力用 σ_α 和 τ_α 表示, 其中正应力以拉应力为正, 压应力为负; 切应力以其对单元体内任一点的矩为顺时针转向者为正, 反之则为负。

假想沿斜截面 ef 将单元体切开, 并选三角形部分 ebf 为研究对象受力, 如图 1.4(c) 所示。设截面 ef 的面积为 dA , 其他各面面积示于图 1.4(d), 列出微体 ebf 沿斜截面法向和切向的平衡方程分别为

$$\sum F_n = 0,$$

$$\sigma_\alpha dA + (\tau_x dA \cos \alpha) \sin \alpha - (\sigma_x dA \cos \alpha) \cos \alpha + (\tau_y dA \sin \alpha) \cos \alpha - (\sigma_y dA \sin \alpha) \sin \alpha = 0$$

$$\sum F_t = 0,$$

$$\tau_\alpha dA + (\tau_x dA \cos \alpha) \cos \alpha - (\sigma_x dA \cos \alpha) \sin \alpha + (\tau_y dA \sin \alpha) \sin \alpha - (\sigma_y dA \sin \alpha) \cos \alpha = 0$$

由切应力互等定理可知, τ_x 和 τ_y 的数值相等, 由此可得任一 α 斜截面上的应力一般公式:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_x \sin 2\alpha \quad (1-1)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_x \cos 2\alpha \quad (1-2)$$

2) 应力圆

由式(1-1)和式(1-2)可知, 平面应力状态下单元体 α 斜截面上的应力 σ_α 和 τ_α 都是 α 的函数, 这两个公式是 α 的参数方程。为消去 α 可将上述公式改写为

$$\sigma_\alpha - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_x \sin 2\alpha$$

$$\tau_\alpha - 0 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_x \cos 2\alpha$$

将上述两公式各自平方相加后消去参数, 可得

$$\left(\sigma_\alpha - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + (\tau_\alpha - 0)^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_x^2$$

从上式可见, 在 σ - τ 直角坐标系内, 随着斜截面方位角的变化其应力 $(\sigma_\alpha, \tau_\alpha)$ 的轨迹是个圆(图 1.5)。其圆心的坐标为 $\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0 \right)$, 半径为 $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_x^2}$ 。该圆称为应力圆或莫尔圆, 圆上任意一点的横坐标、纵坐标分别代表相应截面的正应力和切应力。

应力圆的作法与证明不属于本书所包括的内容, 所以在此不做介绍。应力圆应具有如下的性质: 应力圆上任意一点的坐标代表单元体某一斜截面上的应力, 因而应力圆上的点和单元体上的斜截面对应的, 简而言之, 圆上一点(对应)体上一面; 从式(1-1)和式(1-2)可以看出, 应力 σ_α 、 τ_α 是随着参变量 2α 变化的, 所以当单元体上任意两个面外法线夹角是 β 时, 则应力圆上代表两个面应力的两点间圆弧段对应的圆心角为 2β , 且两者的转向一致, 即起点对应, 转向相同, 转角两倍。

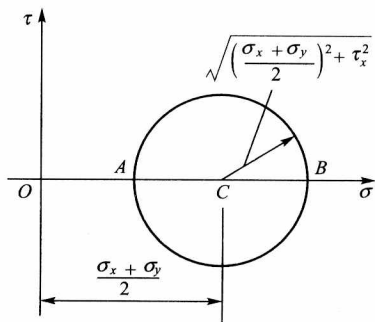


图 1.5 应力圆示意图



3) 主应力和主平面

应力圆可以直观地反映一点处平面应力状态下任意斜截面上应力随截面方位角变化的规律，可以很容易确定单元体上主平面位置和主应力数值，反映一点处应力状态的特征。

从图 1.5 所示应力圆上可以看出，A、B 两点横坐标分别是单元体上与 z 轴平行的各斜截面上正应力的最大值和最小值，而两点的纵坐标均为零，即单元体上与此两点对应的平面上切应力等于零。因此，这两点对应的平面是单元体的主平面，它们的横坐标分别代表主平面上的两个主应力值用公式表示如下：

$$\sigma' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_x^2}$$

$$\sigma'' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_x^2}$$

在考虑平面应力状态下，第三个主平面的主应力 $\sigma''' = 0$ ，将 3 个主应力按其代数值的大小以 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ 排列。对于图 1.5 所示应力圆对应的平面应力状态，有 $\sigma_1 = \sigma'$ ， $\sigma_2 = \sigma''$ 。因此

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_x^2} \quad (1-3)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_x^2} \quad (1-4)$$

主平面的方位也可以从应力圆上确定。由应力圆可得

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (1-5)$$

由此主应力 σ_1 所在主平面的方位角为

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y}\right) \quad (1-6)$$

而主应力 σ_2 所在主平面与 σ_1 所在主平面相垂直。

从应力圆也可以看出切应力的最大值和最小值，即

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_x^2} \quad (1-7)$$

$$\tau_{\min} = -\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_x^2} \quad (1-8)$$

3. 三向应力状态

三向应力状态研究比较复杂，对于材料力学性能分析应用不是很多。本节主要讨论当 3 个主应力 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 已知时，斜截面上的应力和三向应力状态的最大应力。

围绕受力构件内所取出的单元体，最一般的情况是单元体 3 对平面上都有正应力和切应力。但可以证明，在构件内任意一点总可以找到一个单元体，其 3 对相互垂直的平面均为主平面，主应力分别为 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 ，如图 1.6(a) 所示。

首先，研究其中与主应力 σ_3 平行的斜截面上的应力。沿斜截面 $abcd$ 将单元体截开，取其左边棱柱体为分离体(图 1.6(b))，进行平衡分析。由于主应力 σ_3 作用面的面积相

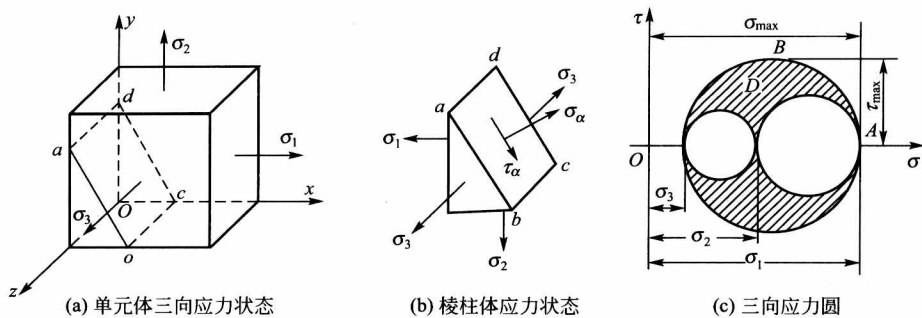


图 1.6 三向应力圆示意图

等, 故此两面上的力自行平衡, 斜截面上的应力 σ_α 和 τ_α 与 σ_3 无关。因此, 在 σ - τ 平面内与该类斜截面对应的点, 必位于由 σ_1 和 σ_2 所确定的应力圆上(图 1.6(c))。同理, 与主应力 σ_2 (或 σ_1) 平行的各斜截面上的应力, 可以由 σ_1 、 σ_3 (或 σ_2 、 σ_3) 确定的应力圆上的点表示。

对于与 3 个主应力均不平行的任意斜截面 ABC (图 1.7), 通过分析四面体 $OABC$ 的平衡, 得到该截面上正应力和切应力分别为

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \beta + \sigma_3 \cos^2 \gamma \quad (1-9)$$

$$\tau_n = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha + \sigma_2^2 \cos^2 \beta + \sigma_3^2 \cos^2 \gamma - \sigma_n^2} \quad (1-10)$$

式中, α 、 β 、 γ 分别是斜截面 ABC 的外法线和 x 、 y 、 z 轴的夹角。

利用上述关系可以证明, 表示该类斜截面上应力的点, 必然位于 3 个应力圆所围成的阴影范围内(图 1.6(c))。

根据以上分析, 在 σ - τ 平面内, 代表任一截面应力的点, 或者位于应力圆上, 或者在 3 个应力圆围成的阴影范围内。因此, 三向应力状态下最大正应力是图 1.6(c) 所示应力圆点 A 横坐标, 即

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \quad (1-11)$$

最大切应力则等于最大应力圆上点 B 纵坐标, 即

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (1-12)$$

由 B 点位置可知, 最大切应力所在截面与 σ_1 和 σ_3 主平面各成 45° 角, 并与 σ_2 主平面垂直。

上述公式同样适用于二向应力状态和单向应力状态。

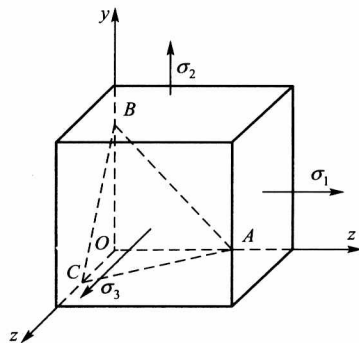


图 1.7 斜截面应力状态示意图

1.2 微体平衡

图 1.8 所示为从受力材料内部一点处取出的微体。 x 面正面(即微面 $A'B'C'D'$)与 x 面负面(即微面 $ABCD$)相比, 仅 x 坐标有增量 dx , y 、 z 坐标相同。这样, 微面 $A'B'C'D'$ 上



的应力分量与微面 ABCD 相比应有增量, 即 x 面负面与正面上的应力分别为 $(\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz})$ 与 $(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx, \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx, \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx)$ 。以此类推, 可知 y 面负面与正面上的应力分别为 $(\sigma_y, \tau_{yx}, \tau_{yz})$ 与 $(\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy, \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy, \tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy)$; z 面负面与正面上的应力分别为 $(\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy})$ 与 $(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz, \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz, \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dz)$ (z 面负面上的应力分量图中未标)。设体积力分量为 (X, Y, Z) , 由静力平衡方程 $\sum M_x = 0$ 、 $\sum M_y = 0$ 、 $\sum M_z = 0$ 可以得到切应力互等定律。由 $\sum F_x = 0$, 得

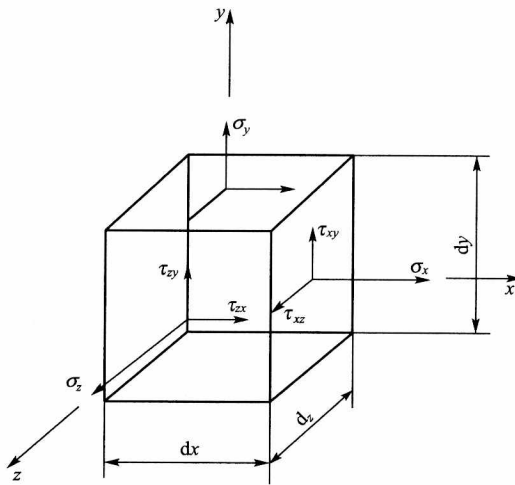


图 1.8 受力材料内部一点处微体受力情况

$$\begin{aligned}
 & -\sigma_x dydz + \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx\right) dydz - \tau_{yx} dx dz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy\right) dx dz \\
 & -\tau_{xz} dx dz + \left(\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} dz\right) dx dz + X dx dy dz = 0
 \end{aligned}$$

即

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0$$

同理, 由 $\sum F_y = 0$ 与 $\sum F_z = 0$ 得另外两个方程, 综合在一起为

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0 \\
 & \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 \\
 & \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

式(1-13)称为静力平衡微分方程, 它描述了构件内部一点静力平衡时应力分量与外