

高等中医药院校骨伤科系列教材

# 骨科生物力学基础

(供骨伤专业用)



河南科学技术出版社

7165

高等中医药院校骨伤科系列教材

# 骨科生物力学基础

(供骨伤专业用)



禁止  
外借

河南科学技术出版社

# 高等中医药院校骨伤科系列教材

主 编 郭维淮 娄多峰

副主编 刘克忠 韦贵康

编 委 (按姓氏笔划排列)

王荣慈 王沂全 韦贵康

刘克忠 孙昌慈 李桂文

肖馥汉 陈书镜 张建福

杨文玉 娄多峰 郭维淮

唐显钦 梁克玉 谭家祥

高等中医药院校骨伤科系列教材

## 骨科生物力学基础

(供骨伤专业用)

责任编辑 王 宇

河南科学技术出版社出版

河南省许昌市第一印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米16开本12.25印张277千字

1990年1月第1版 1990年1月第1次印刷

印数 1—5,000册

ISBN7—5349—0556—7/R·556

定价4.55元

## 序

为了适应祖国医学发展的新形势，满足当前骨伤科教学、临床和科研工作的需要，由河南洛阳正骨医院院长郭维淮主任医师和河南中医学院骨伤专业娄多峰教授担任主编，河南、湖北和广西三所中医学院的十五位同志协作编写了《骨伤基础学》、《骨伤学》、《筋伤学》、《骨伤手术学》、《骨病学》、《内伤学》、《骨伤简史及医籍选》、《骨科生物力学基础》等骨伤专业教材。这套教材以原河南平乐正骨学院的教材为基础，同时吸收了全国其它中医院校比较成熟的经验及近年来国内外治疗骨伤病的先进方法和科学成果。它遵循中医理论体系，突出了辨证论治的特点，并根据各门课程性质和任务，对本学科的基础理论、基本知识和基本技能进行了比较全面的阐述。

编写这么一套骨伤科教材，是一项新的工作，其精神难能可贵，但也难免存在一些不足以至错误之处。因此，希望广大同仁给予订正，使之不断充实提高而日臻完善。

胡昭明  
八七年十一月

## 前 言

骨伤科是祖国传统医学的一个重要组成部分，全国各中医院校骨伤专业建立以来，迄今还没有一套较系统、较完整的中医骨伤科系列教材，随着中医药学的不断发展，迫切需要这样一套教材以满足并适应当前教学、临床、科研工作的需要。

河南、湖北、广西三所中医学院，根据国家教委、卫生部的有关指示精神，协编了这套骨伤专业的系列教材。在各门教材的编写过程中，我们汲取各省教材的长处，综合部分中医院校教学人员的意见，力求使之保持中医理论的科学性、系统性和完整性；坚持理论联系实际的原则；正确处理继承和发扬的关系；在教材内容的深度和广度方面，从各课程的性质、任务出发，注意符合教学的实际需要，对本学科的基础理论、基本知识和基本技能进行了较全面的阐述；同时，尽量减少了各门教材不必要的重复和某些脱节。

本套系列教材计有《骨伤基础学》、《骨伤学》、《筋伤学》、《骨伤手术学》、《骨病学》、《内伤学》、《骨伤简史及医籍选》、《骨科生物力学基础》等。

因水平所限，本套系列教材不可避免地还存在着一些不足之处，希望各地中医药教学人员和广大读者在使用过程中进行检验并提出宝贵意见，使之成为科学性更强、教学效果更好的高等中医药教学用书，以期更好地适应中医事业发展的需要。

中南地区三院校骨伤专业教材编审委员会

一九八七年九月



## 编写说明

生物力学是一门日益受到广泛重视和应用的边缘学科，有助于临床骨科医生更好地理解和治疗骨骼肌肉系统的疾病，已成为现代骨科医生必须具备的基础学科知识。中医骨伤科学中就有很多需要用生物力学去研究的课题，例如推拿按摩、气功、小夹板外固定等。如何将这些行之有效的宝贵遗产加以研究、整理、提高、推广，这是中医骨伤科医生肩负的光荣任务，也是中医现代化发展的当务之急。因此，我们编写了《骨科生物力学基础》这本教材，以便配合临床教学的需要。

这本教材由唐显钦任主编，章汉平任副主编。在编写过程中，我们以美国V·C·Frankel和M·Nordin主编，戴克戎、王以进等翻译的《骨骼系统的生物力学基础》为蓝本，参考了一些其它有关内容，使教材更结合于临床实践，更适应骨科专业的学习。由于条件和知识水平有限，错误之处，恳请同道们批评指正。

编 者

一九八八年三月于湖北中医学院

# 目 录

第一章 概 论.....	( 1 )
一、生物力学的概念.....	( 1 )
二、生物力学的发展渊源.....	( 1 )
三、生物力学与骨伤科的关系.....	( 3 )
第二章 力学基础.....	( 4 )
一、静力学基础.....	( 4 )
二、运动学基础.....	( 13 )
三、动力学基础.....	( 21 )
四、材料力学基础.....	( 27 )
第三章 骨的生物力学.....	( 38 )
一、骨组织的构造.....	( 38 )
二、骨的力学性质.....	( 40 )
三、机械应力对骨结构的影响.....	( 43 )
四、不同载荷作用下骨的特性.....	( 45 )
五、骨的能量贮存.....	( 52 )
六、骨骼的大小和形状对强度和刚度的影响.....	( 54 )
第四章 关节软骨的生物力学.....	( 57 )
一、关节软骨的成分.....	( 57 )
二、关节软骨的生物力学特性.....	( 61 )
三、关节软骨表面的润滑特性.....	( 64 )
四、关节软骨的磨损.....	( 67 )
五、软骨变形的生物力学.....	( 68 )
第五章 肌肉的生物力学.....	( 70 )
一、骨骼肌的构造和收缩机理.....	( 70 )
二、骨骼肌的力学性质及希尔方程.....	( 72 )
三、肌肉的三元素模型.....	( 74 )
四、心肌及平滑肌的力学性质研究进展.....	( 79 )
第六章 胶原组织的生物力学.....	( 80 )
一、胶原组织中主要纤维的结构和力学性质.....	( 80 )
二、胶原组织的力学性能.....	( 82 )
三、韧带的力学性能.....	( 84 )
四、肌腱.....	( 87 )
第七章 骨折、骨折固定、骨折愈合的生物力学.....	( 88 )

一、骨折力学	( 88 )
二、骨折愈合的生物力学	( 95 )
三、骨折治疗的生物力学	( 97 )
第八章 膝关节的生物力学	( 104 )
一、膝关节功能解剖	( 104 )
二、膝关节的运动	( 106 )
三、膝关节运动的力学分析	( 110 )
四、膝关节的稳定性	( 115 )
第九章 髌关节的生物力学	( 117 )
一、髌关节的功能解剖	( 117 )
二、髌关节的运动学	( 119 )
三、髌关节的运动力学	( 121 )
第十章 踝关节的生物力学	( 137 )
一、踝关节的功能解剖	( 137 )
二、踝关节的运动学	( 138 )
三、踝关节的运动力学	( 140 )
第十一章 足的生物力学	( 143 )
一、足的功能解剖	( 143 )
二、足的运动学	( 145 )
三、足的运动力学	( 149 )
第十二章 肩关节的生物力学	( 151 )
一、肩关节的功能解剖	( 151 )
二、肩关节的运动学	( 154 )
三、肩关节的运动力学	( 158 )
第十三章 肘关节的生物力学	( 160 )
一、肘关节功能解剖	( 160 )
二、肘关节的运动学	( 161 )
三、肘关节的运动力学	( 163 )
第十四章 脊柱的生物力学	( 166 )
一、脊柱的功能解剖	( 166 )
二、脊柱的运动学	( 170 )
三、脊柱的运动力学	( 173 )



# 第一章 概 论

## 一、生物力学的概念

力学是研究力及物体机械运动与其应用的科学；生物学是研究生命的结构、功能、发生和发展规律的科学。生物力学则是力学和生物学、医学相结合的一门新兴科学，是力学的基本原理在生物体中的应用，以此来研究生物与力学的有关问题。

在自然界中，从微小的细胞、原生动物，到参天大树、巨兽，从人的整体到各个器官，包括血液、体液、气体与水分的运动，生命的过程就时时处处充满着各式各样有趣而不易解决的力学问题。因此，生物力学的内容十分丰富。它是在力学、数学和一系列生物及医学科学边缘上产生和发展起来的，涉及生物学、解剖学、生理学、临床医学、力学、数学和工程学等多个学科。其研究的分工包括为工程生物力学、医学生物力学、运动生物力学几个大的方面。在医学生物力学领域中进行的工作是：为人工假体和器官创立新的可靠的和耐用的合成材料，研究病理过程生物力学诊断的有效原理，以及研究客观评定治疗的生物力学方法。

人们之所以重视这方面的课题，主要是因为：如果没有生物力学就不可能很好地了解生理学。这正如其它工程问题一样，没有空气动力学就不可能了解飞机的性能，也不可能进行合理的设计。飞机设计上的重大改进，差不多总是与固体力学和流体力学的基本进展相关联。同样地，对于一个器官而言，生物力学可以有助于了解器官的功能，由功能的变化来推知变化的生理或病理含义，从而设法进行防治。这就更为深刻地丰富了生理学和医学的内容。因此，生物力学受到重视是很自然的。近年来的实践证明，生物力学是了解生命现象、分析人体运动、研究疾病原因、设计各种人工假体和脏器、发展体育运动学、人类学、宇航学等不可缺少的基础科学。

## 二、生物力学的发展渊源

对于生物力学的产生起决定性影响的是力学。列昂纳多·达·芬奇(Leonardo da Vinci, 1452~1519年)早就断言：“力学科学之所以比其它一切科学都更加高尚和适用，那是因为一切能够运动的活体都遵循力学的定律而行动。”

生物力学一个最早的光辉例子就是血液循环的发现。英国威廉·哈维(William Harvey, 1615年)在当时还没有显微镜的情况下，不可能见到血液经动脉流向静脉及其微血管。但是哈维发现动脉中的血液与静脉中的血液不相同，当他弄清楚了血液只能向一个方向流出心室以后，他就着手测量心室的容量。他发现心脏每分钟搏动72次，每小时搏出的血液为 $2 \times 72 \times 60$ 英两，等于8640英两，亦等于540磅。这么大的血液从何而来？又流向何处？于是他用逻辑推理的结果提出：必定有一个循环系统存在。这就

是我们现在所知道的质量守恒法则，流体力学的连续性原理。这一发现，的确是医学界的一大创举，也是生物力学初期的一个重大发明。

实际在动物体内发现微循环的是Malpighi(1661年)，但他的发现比哈维的预言晚了45年。他解剖了青蛙的肺，看到了微血管的存在及其中的血流，他的试验又使哈维的预言得以论证。

著名的物理学家伽利略(Galileo)，开始是一个医科学学校的学生。他曾经找到了摆长与周期的定量关系，并用摆来测定人的心率，用与心搏合拍的摆长来表达心率。

伽利略的学生鲍列里(Borelli)是位医生、数学家兼物理学家。他的著作《论动物的运动》(1680年)一书，开辟了生物力学的新纪元，也是生物力学的第一本专著。书中阐明了肌肉的运动和动物自身的运动问题，还讨论了鸟飞和鱼游、心脏和肠的运动。

Boyle研究过肺，并讨论了鱼的呼吸与水中空气的关系。瑞士数学家欧勒(Euler)是理论流体动力学的创始人，1775年发表一篇论文，论述波在动脉中的传播。

Young是英国的一个医生，他在看三棱镜分日光为彩色光谱后，创造了光的波动理论，也发明了声带发音的弹性力学理论(杨氏模量就是为此而提出)。

Poiseuille也是一位流体力学家，他发明了用水银计来测量狗主动脉的血压，并且发明了粘性流体在直圆管层流中压力差与流量的关系，称之为Poiseuille定律。

Von Helmholtz是德国Bonn大学的解剖和生理学教授，在光学、声学、热力学、电动力学、生理学和医学都作出了贡献。他发现了眼的聚焦机理、彩色视觉的三色理论、眼球内晶状体的变化，还发明了用眼底镜来观察视网膜。他研究了听觉的机理并发明了Helmholtz共振仪，第一次确定了神经脉冲的传播速度为30米/秒，并指出肌肉收缩所释放的热是动物热的主要来源。

生理学家Fick的扩散定律；流体力学家Korteweg(1878年)和Lamb(1898年)对血管中波的传播的分析；Frank提出了心脏流体动力学理论；Van der pol(1929年)用非线性振荡器来模拟心脏，并用四个Van der pol振荡器组成的模拟装置，发明了心电图。

Hales测量了马的动脉血压，寻求出血压与失血的关系，通过测量估计出心输出量、心肌力，还测量了主动脉的膨胀特性，并提出了血液流动中引进了外周阻力的概念。指出这种阻力主要来自组织中的微血管，并指出热水和酒有扩张血管的功效。

Starling提出了物质透过膜的传输定律，并说明人体内水平衡的问题。Krogh由于对微循环的发现而获得诺贝尔奖。Hill发明肌肉力学也获得诺贝尔奖。

他们的贡献为生物力学奠定了基础。

近代科学技术的发展，运用了很多边缘科学，对生物力学的发展起到巨大的促进作用。象测力平台、肌电仪、激光、光纤传感器等现代化装备，电子计算机的运用，更深化了生物力学的研究，使生物力学发展很快。特别是近20年来，国际生物力学学术交流活动频繁。1967年在瑞士的苏黎世召开了第一届国际生物力学讨论会，此后每隔两年召开一次国际生物力学会议。1973年在美国宾夕法尼亚大学召开了第四届国际生物力学会议，并成立了国际生物力学协会。它的成员包括解剖学家、生理学家、工程力学家、新

形外科学家、康复医疗学家、运动学家等。

### 三、生物力学与骨伤科的关系

医学生物力学中,有很大一部分内容属于人体骨骼系统的研究。骨科生物力学也就是利用物理学法则和工程力学概念来描述身体的不同节段的活动及其在日常活动中所受的力,了解骨与关节的构造和如何适应力的传导。认识骨的重建愈合机制,怎样运用内固定、外固定,研究人工关节、假体的材料力学性能等。

生物力学在骨科领域里是一门新兴的边缘科学,方兴未艾,有广泛的前途,并为骨科研究开辟了一条新的途径,它必然将为矫形外科学这门较古老的学科增添新的力量,并不断推进矫形外科学的向前发展。因此,它已成为现代骨伤专业必须具备的基础学科。

目前世界很多国家的骨科医生都已学习和掌握了骨科生物力学知识,并运用于临床。例如人工关节及骨折内、外固定技术的发展,特别是骨的愈合机制的研究,骨折愈合刺激素(BMP)药物已试验出来(还未上升到理论阶段),我国有很多学者也在从事这方面的研究工作,取得一些进展。

中医骨伤科学习、研究生物力学,更有它的独到之处。美籍华裔生物力学家冯元桢曾讲过:“中国除了有与世界各国相同的情形外,另有一份特别的,祖先传下来的宝贵遗产,那就是中医和气功。……生物力学可能是研究中医和气功的工具之一。”

人类对其它物体已很了解,有很多伟大的创举,例如,可乘坐飞船登上月球,但是还不大了解自己。人体本身就存在很多未知的谜,气功就是一个尚未揭开之谜。我国的气功传至世界,引起各国人民的震惊,1973年以来,分别在布拉格、摩纳哥、罗马等地多次举行了国际气功学术会议,认为气功是一种调动和应用人体场“能量流”的自我锻炼的方法。“能量流”这个概念正在国际上通用,“内气”是能量物质和信息的多种复杂的综合。这里面就有很多生物力学问题需要研究。

推拿按摩是一种物理疗法,通过“手法”所产生的外力,在病人体表特定的部位上作功,这种功可转换成各种能,并深透到体内,改变其有关系统的内能。这种“能”可作为信息的调整,向人体某一系统或器官传入信号,起调整脏腑功能的治疗作用。它是建立在人体生物电、生物力学、生物内能以及组织器官的生理、生化、解剖学理论基础上的—种古老而又崭新的治疗方法。

“气功”、“推拿按摩”这些行之有效的方法,若能用生物力学的原理进行研究、深化、理论上的提高,必将会对医学、生物力学的发展产生重大的影响,对人类的医疗保健起到积极的作用。这也是中医骨伤科医生肩负的光荣任务。

## 第二章 力学基础

从微小的细胞到生物的整体，从原生动植物到生物界中的巨兽以及人类，在他们的生命过程中，存在着各式各样还未认识和难以解决的问题，其中也包括许多力学方面的问题。这就使得生物学和力学两个学科间相互渗透，生物力学这门新的学科也就应运而生，为研究和解决这类问题提供了有力的工具。所以，生物力学是研究力学基本原理在生物体内应用的一门科学。生物力学讨论的范围很广泛，同时，目前它还缺少自己特有的概念和方法，系统的论述和专著不多，正处于发展时期，有待于进一步深化和完善。

我们所讨论的人体医学生物力学则是生物力学的一个分支，它以人体为研究对象，运用力学的基本观点来探讨人体生命系统的各种基本现象，从而试图在人工器官、假肢再造、矫形外科、创伤、医疗体育等方面能提供一定的理论依据及一些实验数据，进而采取有效的治疗措施，使病人早日康复；同时，使医学中传统的定性描述向定量描述及分析转化。为此，医务工作者必须对力学知识有一个基本的了解，以便全面地掌握这门科学。

### 一、静力学基础

静力学主要研究两个方面的问题：力系的简化和物体的平衡。

力系是指作用在物体上的若干力或力群。当作用于一个物体上的力系被另一个力系代替而不改变它对物体的效应时，这两个力系等效。我们可以用一个简单的力系等效于一个复杂的力系，从而简化物体的受力情况，便于分析和讨论。

物体的平衡是相对地球而言，虽然物体的匀速直线运动或静止都可称为平衡，但一般多指物体相对地球静止的状态。物体的平衡条件是指物体处于平衡状态时其作用力系所需满足的条件。

力是物体之间的相互机械作用，其作用结果是使物体机械运动状态发生变化或者使物体产生变形，前者称力对物体的外效应，后者则为力对物体的内效应。在静力学分析中，把物体作为刚体考虑，即忽略物体的变形；对物体的变形将在材料力学中讨论。要完整地描述力，必须知道力的大小、方向和作用点，此称为力的三要素，所以力可以用矢量来表示。

#### (一) 平面汇交力系的合成、平衡与分解

作用于物体的力系中的各力，若作用线在同一平面且汇交于一点，此力系则称为平面汇交力系。

##### 1. 两个汇交力的合成

设平面中两力 $F_1$ 和 $F_2$ 汇交于一点，若求这两力的合力，可用平行四边形法则求得。合力 $R$ 的大小及方向由 $F_1$ 和 $F_2$ 构成的平行四边形的对角线表示， $R$ 的作用点即为原

来两力的交汇点(图2-1a)。为简便可在力 $F_2$ 的末端画出 $F_1$ ,再将 $F_2$ 的起点和 $F_1$ 的末端连接起来,即得合力 $R$ (图2-1b)。这就是求两个汇交力合力的三角形法则。力的平行四边形法则和力的三角形法则是用几何法来求得合力。

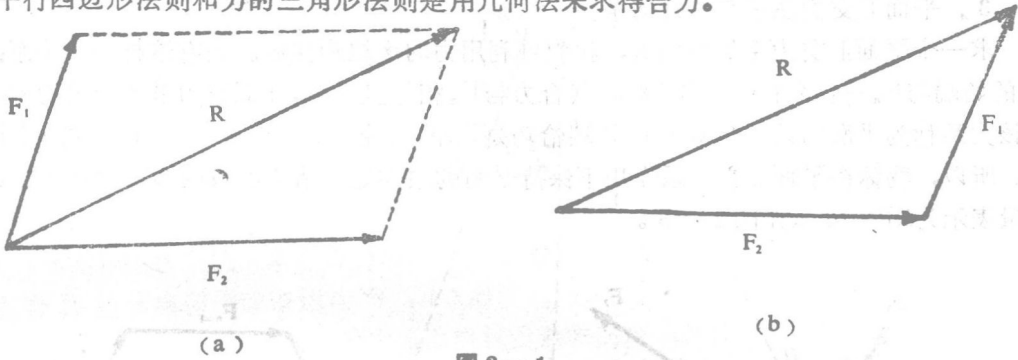


图 2-1

用计算法求合力,可应用余弦定理。由图2-1b力的三角形 $\triangle ABC$ ,得

$$\begin{aligned} R^2 &= F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(180^\circ - \alpha) \\ &= F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos\alpha \end{aligned}$$

式中 $\alpha$ 为 $F_1$ 和 $F_2$ 两力的夹角。故

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos\alpha}$$

又由正弦定理得

$$\frac{F_1}{\sin\varphi_2} = \frac{F_2}{\sin\varphi_1} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha)}$$

$$\text{故 } \sin\varphi_1 = \frac{F_2 \sin\alpha}{R}$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{F_1 \sin\alpha}{R}$$

从而求得合力 $R$ 的方向。

## 2. 多个汇交力的合成

设有多个汇交力 $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$ 汇交于 $A$ 点,若求合力 $R$ ,可连续利用力的三角形法则求出,即先求 $F_1$ 和 $F_2$ 的合力 $R_1$ ,再求 $R_1$ 和 $F_3$ 的合力 $R_2$ ,直到求出所有力的合力 $R$ 。也可顺序把 $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$ 等力首尾连接起来,再将 $F_1$ 的始端和 $F_4$ 的末端连接,该连线即为合力 $R$ 。如图2-2。

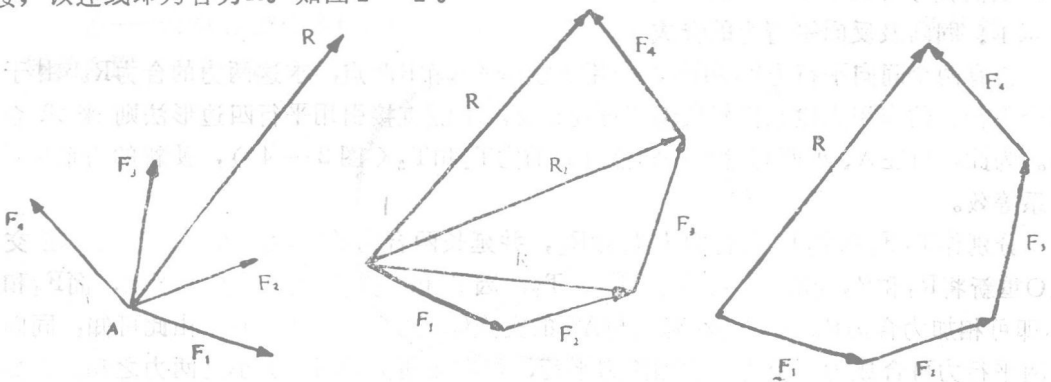


图 2-2

按力的多边形法则求合力称为力系合成的几何法，亦称为矢量加法，用公式记为：

$$R = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \Sigma F$$

### 3. 平面汇交力系平衡的几何条件

求一个平面汇交力系的合力时，我们可利用力的多边形法则。当有这样一个力系： $F_1$ 的始端与 $F_{n-1}$ 的末端相连接时，其合力与 $F_n$ 相等且反向，即汇交力系的合力为零，则该力系称为平衡力系。也即 $F_1$ 的始端恰巧是 $F_n$ 的末端，诸力形成一个闭合的多边形。所以，物体在平面汇交力系作用下保持平衡的条件是：诸力组成的多边形形成闭合。矢量表示为 $\Sigma F = 0$ 。如图2—3。

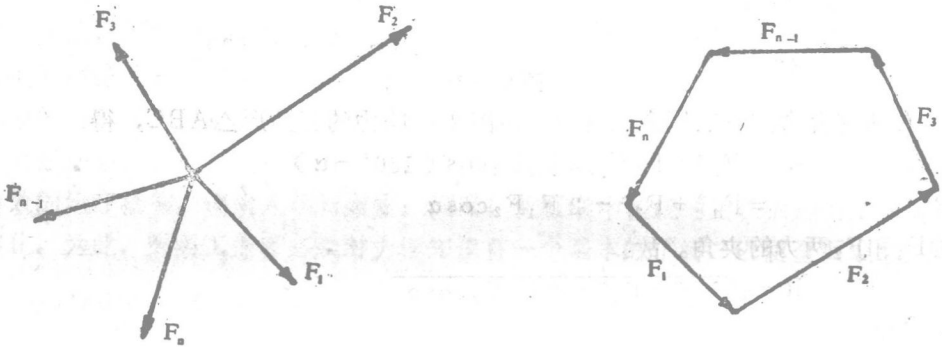


图 2—3

### 4. 力的分解

若将一个力分解为两个汇交力，也可以用平行四边形法则，但因为以已知力作为平行四边形的对角线可以绘出无数个平行四边形，其解答也有无数个，所以必须补充条件，如规定分力的大小，或分力的方向等。常见的情况是规定两个分力的方向，例如在直角坐标系中将一个已知力分解为水平和垂直方向的两个分力，这样就可以得出肯定的解答。

### (二) 平面力偶系

力偶是力的一种作用形式，指两个同值反向但不共线的平行力。在分析力偶性质之前，我们先分析两个平行力的性质。

#### 1. 同向及反向平行力的合成

设有两个同向平行力 $F_1$ 和 $F_2$ ，作用于物体的A和B两点，求这两力的合力 $R$ 。由于两个平行力的作用力线怎样延长都不可能相交，不能直接引用平行四边形法则来求合力。为此，可在A、B两点各加一同值反向的力 $T_1$ 和 $T_2$ （图2—4），使新的力系和原力系等效。

分别作 $T_1F_1$ 和 $T_2F_2$ 的合力为 $R_1$ 和 $R_2$ ，并延长两合力的力线，可得交点O。在交点O重新将 $R_1$ 和 $R_2$ 分解成 $F_1$ 、 $T_1$ 、 $F_2$ 、 $T_2$ ，因 $T_1$ 和 $T_2$ 同值反向，故可抵消，而 $F_1$ 和 $F_2$ 即可相加为合力 $R$ 。 $R$ 的力线延长与AB的交点C即为合力的作用点。由此可知：同向的两平行力可合成为一个力，它和两力平行，指向和两力相同，大小为两力之和，合力的作用线将原两力的作用点连线内分为两段，两线段的长度和两力的大小成反比，即：





F使物体转动的效应不仅和F的大小有关，而且还和力的作用线至O点的垂直距离有关。这种效应称为力矩，用公式记作：

$$M_o(F) = \pm F \cdot d$$

点O称为矩心，距离d称为力臂。力F对点O的矩不因F在力线上的移动而改变，因此时F的值和力臂d都没有改变。力矩的方向一般顺时针为正，逆时针为负。

### 3. 力偶矩和力偶的合成

力偶是由两个同值反向的平行力构成的，常用符号(F, F')代表。用上面所述反向平行力合成法无法求得力偶的合力，因附加一对同值反向力后，力偶两力的合力力线仍为平行而不相交，故力偶没有合力，不能用一个力来代表力偶。因此力偶对物体的力学效应和单个力不同，力偶能使物体转动。力偶(F, F')所在的平面称为力偶作用面，两力之间的距离d称为力偶臂，力偶的两力对作用面内任一点的矩(图2-6)为：

$$M_o(F, F') = F(a+d) - Fa = Fd$$

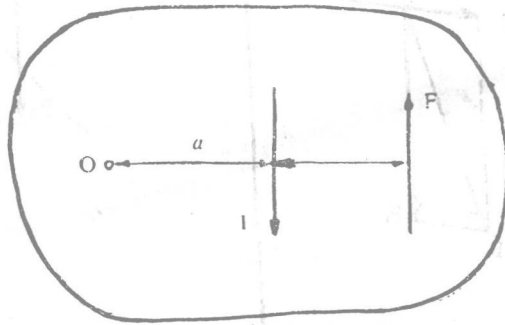


图 2-6

所以，力偶对作用面内任一点的矩等于力和力偶臂的乘积，这个乘积称为力偶矩。如果一个力偶对物体的作用和另一力偶的作用相同，则称这两个力偶系等效。

一个平面内如有多个力偶，可以将其合成。设同平面内有三个力偶(F<sub>1</sub>, F<sub>1</sub>')、(F<sub>2</sub>, F<sub>2</sub>')、(F<sub>3</sub>, F<sub>3</sub>')，其各自的力偶臂分别为d<sub>1</sub>、d<sub>2</sub>、d<sub>3</sub>，若以M<sub>1</sub>、M<sub>2</sub>、M<sub>3</sub>分别表示这三个力偶的矩(图2-7)，

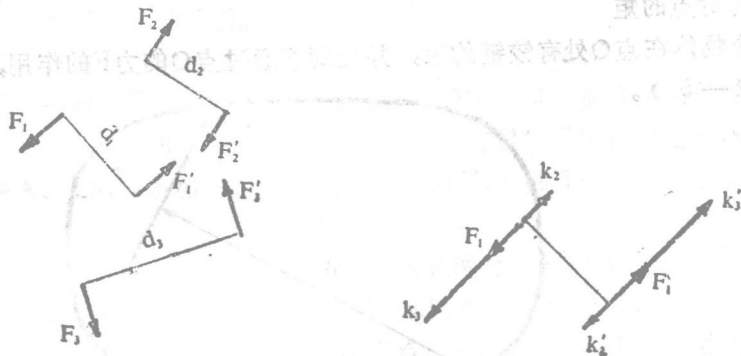


图 2-7

则有

$$M_1 = F_1 d_1, \quad M_2 = F_2 d_2, \quad M_3 = F_3 d_3$$

按力偶等效的性质，从这三个力偶中选二个力偶  $(F_2, F_2')$ 、 $(F_3, F_3')$ ，用以  $d_1$  为力偶臂的等效力偶  $(k_2, k_2')$ 、 $(k_3, k_3')$  来代替，则这两个等效力偶的力分别为：

$$K_2 = \frac{|M_2|}{d_1}, \quad K_3 = \frac{|M_3|}{d_1}$$

将两个等效力偶移到力偶  $(F_1, F_1')$  上去，并将臂两边的力相加（注意力的方向），其值为：

$$R = R' = F_1 - K_2 + K_3$$

由此得到一个新的力偶  $(R, R')$ ，即是原有三个力偶的合力偶，新力偶的矩为：

$$\begin{aligned} M_R = R d_1 &= (F_1 - K_2 + K_3) d_1 = F_1 d_1 + M_2 + M_3 \\ &= M_1 + M_2 + M_3 \end{aligned}$$

更多的同平面力偶可用同法合成，即：

$$M_{\text{合}} = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum M$$

该式表明：同平面的各力偶可合成为一个合力偶，合力偶矩等于各分力偶矩的代数和。

### （三）滑动摩擦

摩擦是日常生活和生产中常见的物理现象，滑动摩擦则是最常见的一种类型。滑动摩擦是因为两个互相接触的物体沿其接触面作相对滑动或有相对滑动趋势而产生的，此时，阻碍两个物体彼此间滑动的力即为滑动摩擦力。两个物体相对滑动前的摩擦力称静摩擦力，开始滑动后的摩擦力称为滑动摩擦力。图 2—8 表示一个重  $W$  的物体 A 放置在水平面 B 上，通过一根软绳（可不计重量）使 A 受到水平拉力  $Q$  的作用。若水平面是很光滑的，则 B 只能在垂直方向对 A 产生反作用力  $N$ ，这个反力只能和重力  $W$  成平衡。这时无论  $Q$  怎么小，物体 A 都要向右滑动。当 A、B 间存在摩擦力时，水平方向拉力  $Q$  只有大于 A、B 间的静摩擦力，A 才能移动，否则 A、B 无相对运动。由此可知，当  $Q > F_{\text{静}}$  时， $F$  随  $Q$  的增加而增大，方向与  $Q$  相反。即：

$$Q \leq F \leq F_{\text{静}}$$

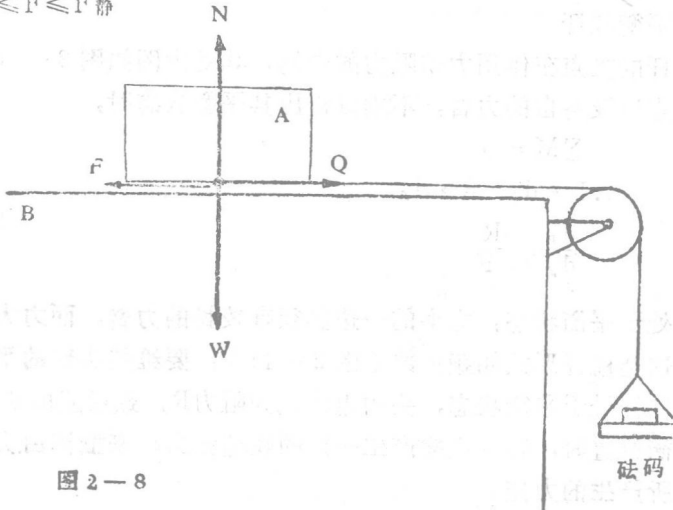


图 2—8