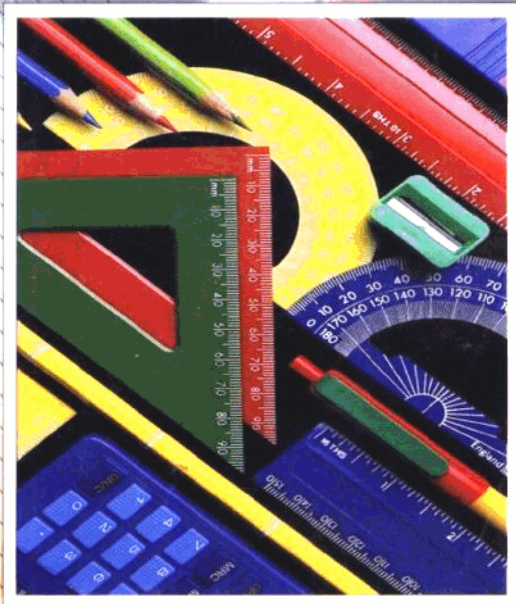
高中自学辅导实验教材

高三数学

专题讲座 要点回顾与强化训练答案 测试题及答案



丛书主编 王兴华等

本书主编 刘文武等

科学出版社

目　　录

专题讲座

第一讲　数学思想方法 …………………………………… (1)

第二讲　应用性问题 …………………………………… (36)

第三讲　高考专题选讲 …………………………………… (49)

测试题、部分要点回顾与强化训练答案

第一章　集合与简易逻辑 …………………………………… (59)

强化训练答案 …………………………………… (59)

第二章　函数 …………………………………… (62)

测试题 …………………………………… (62)

要点回顾答案 …………………………………… (64)

强化训练答案 …………………………………… (71)

测试题答案 …………………………………… (92)

第三章　数列 …………………………………… (97)

测试题 …………………………………… (97)

要点回顾答案 …………………………………… (102)

强化训练答案 …………………………………… (103)

测试题答案 …………………………………… (106)

第四章　三角函数 …………………………………… (109)

强化训练答案 …………………………………… (109)

第五章　平面向量 …………………………………… (114)

测试题 …………………………………… (114)

综合测试卷 …………………………………… (118)

强化训练答案 …………………………………… (121)

测试题答案 …………………………………… (123)

综合测试卷答案 …………………………………… (125)

第六章　不等式 …………………………………… (126)

单元测试题 …………………………………… (126)

综合测试题 …………………………………… (133)

强化训练答案 …………………………………… (135)

单元测试题答案 …………………………………… (136)

综合测试题答案 …………………………………… (139)

第七章　直线和圆的方程 …………………………………… (139)

测试题 …………………………………… (139)

要点回顾答案 …………………………………… (144)

专题选讲答案 …………………………………… (145)

强化训练答案 …………………………………… (145)

测试题答案 …………………………………………………………………… (147)
第八章　圆锥曲线方程 ………………………………………………………… (149)
测试题 …………………………………………………………………………… (149)
强化训练答案 …………………………………………………………………… (152)
测试题答案 ……………………………………………………………………… (154)
第九章　正方体"联想" ………………………………………………………… (156)
参考答案 ………………………………………………………………………… (156)
第十章　排列、组合、二项式定理 …………………………………………… (157)
测试题 …………………………………………………………………………… (157)
强化训练答案 …………………………………………………………………… (161)
测试题答案 ……………………………………………………………………… (166)
第十一章　极限与连续 ………………………………………………………… (169)
要点回顾答案 …………………………………………………………………… (169)
强化训练答案 …………………………………………………………………… (169)
第十二章　导数与微分 ………………………………………………………… (171)
强化训练答案 …………………………………………………………………… (171)
第十三章　积分 ………………………………………………………………… (172)
要点回顾答案 …………………………………………………………………… (172)
强化训练答案 …………………………………………………………………… (172)
第十四章　复数 ………………………………………………………………… (175)
要点回顾答案 …………………………………………………………………… (175)
强化训练答案 …………………………………………………………………… (176)
专题讲座答案
第一讲　数学思想方法 ………………………………………………………… (178)
第二讲　应用性问题 …………………………………………………………… (178)

专题讲座

第一讲　数学思想方法

一、高考对数学思想方法的考查要求

“知己知彼，百战不殆.”我们先来学习考试说明中对数学思想方法的提法与要求.

从 1997 年起，《普通高等学校招生全国统一考试数学科说明》第一次正式将数学“基本思想和方法”写进考试宗旨：“数学科考试的宗旨是：测试中学数学基础知识、基本技能、基本思想和方法，考查逻辑思维能力、运算能力、空间想像能力以及运用所学数学知识和方法分析问题和解决问题的能力.”六年来（1997～2002）提法未变，此即大家耳熟能详的“三基四能”.

从 2000 年到 2002 年三年的数学科考试说明中都增加了一段“对知识和能力的考查注意以下几点”，其中第(2)点和第(4)点对数学思想方法给出了诠释和要求：

(2)数学思想和方法是数学知识在更高层次上的抽象和概括，它蕴涵在数学知识发生、发展和应用的过程中.因此，对于数学思想和方法的考察必然要与数学知识的考察结合进行，通过数学知识的考察，反映考生对数学思想和方法理解和掌握的程度.考察时，要从学科整体意义和思想含义上立意，注重通性通法，淡化特殊技巧，有效地检测考生对中学数学知识中所蕴涵的数学思想和方法的掌握程度.

(4)数学科的命题，在考察基础知识的基础上，注重对数学思想和方法的考察，注重对数学能力的考察，在强调综合性的同时，重视试题的层次性，合理调控综合程度，坚持多角度、多层次的考察.

二、数学思想方法的内容简述

一般认为，中学数学知识中所蕴涵的重要数学思想有：数形结合的思想，函数与方程的思想，分类讨论的思想，化归与转化的思想等.

中学数学方法可分为三类：

1.数学基本方法：消元法、换元法、配方法、待定系数法、数学归纳法、参数法、坐标法等；

2.数学逻辑方法：分析法、综合法、反证法、归纳法、演绎法等；

3.数学思维方法：观察与试验、概括与抽象、分析与综合、一般与特殊、归纳、类比、演绎等.

三、中学数学中几种重要的数学思想

数学思想是指人们用数学的思维方式和语言思考、处理问题的自觉意识和思维习

惯,它是在对数学知识和方法作更进一步的认识和概括的基础上形成的一般性观点,是数学基础知识和基本方法中本质思想的体现,带有普遍应用意义,它更抽象更概括.数学思想是对数学规律的理性认识,作为指导思想,只是提示思考方向,没有指导具体的操作步骤,应用范围更广泛.

数学思想是数学方法发展的最高层次;数学方法则是数学思想的具体体现;数学技能是实施数学思想的技术手段.数学思想是处理和解决一切数学问题的根本想法,它对数学方法起着调控和指导的作用,它是实现把基础知识转化为多种能力的桥梁和纽带.

已如前述,中学数学知识中蕴涵的重要的数学思想一般认为有如下四种:

数形结合的思想、函数与方程的思想、分类讨论的思想、化归与转化的思想.它们如春风化雨般滋润渗透在教材的各个章节,需要我们认真挖掘,系统整理,使之凸现凸显出来,指导我们登高望远,从宏观和整体上把握高中数学知识.这几种重要的数学思想,都以数学知识为载体,既相互独立,又相互渗透交织.以下我们分别来研究学习它们.

(一)数形结合的思想

数学是研究空间形式和数量关系的科学,客观存在的数和形这两个概念是密切联系的,它们是对立统一的关系.数和形互相依赖,互相制约,互相补充,互相印证,又可以互相转化,就如一枚硬币的正反两面一样,不可分割地连在一起.

数形结合的思想,就是把物体的空间形式和数量关系结合起来加以考察,通过数与形之间的对应和转化来解决问题的思想.其实质是把抽象的数学语言、数量关系和直观的图形结合起来,使抽象思维和形象思维结合起来.一方面,可以"以形助数",从"形"入手,通过对图形的观察处理,实现抽象概念与具体形象的联系与转化,化抽象为直观,化难为易;另一方面,"以数解形",可以由"数"入手,将有些涉及图形的问题转化为数量关系的研究,对图形作精细的刻画,从而使人们对直观图形有更精确、理性的理解."数无形时少直观,形无数时难入微",华罗庚的诗句精辟地指出了"数形结合"对数学研究和学习的重要性.

应用数形结合的思想,能给抽象的数量关系以形象的几何直观,也能把几何图形问题化为数量关系问题去解决,往往能将复杂的问题简单化,抽象的问题具体化,找到简捷明快的解题思路和方法.

从教科书的内容上来总结,以下几个方面渗透体现数形结合思想多而鲜明:

(1)集合:集合、子集、交集、并集、补集的文氏图表示;不等式(组)解集与数轴;点集与图形等.

(2)函数:各种基本初等函数与其图象的对应关系;函数单调性与图象的升降性;函数奇偶性与图象对称性;两函数互为反函数与其图象关于直线 $y=x$ 对称;图象变换;超越方程的图象解法;函数最值与图象最高(低)点的纵坐标等.

(3)数列:等差数列、等比数列的通项公式及前 n 项和公式都是项数 n 的函数(定义域为正整数集 $\mathbf{N}_+$ 或其有限子集 $\{1,2,\cdots,n\}$),因而其图象都可归结为(2)中函数图象(离散点集).

(4)平面向量.

(5)三角函数:三角函数定义及三角函数线,三角函数图象及其性质;勾股定理、余弦

定理的代数结构特征;任意角及其半角、三等分角等等的象限表示及相应三角函数的符号.

(6)一元不等式的解集与数轴标根法;绝对值不等式解集与零点分区讨论法;不等式解集与函数的正、负值区间.

(7)解析几何基本公式(两点间距离公式,两点间所连直线的斜率公式、线段的定比分点公式(特例中点公式)的代数特征与几何意义.

(8)曲线与方程:直线、圆、椭圆、双曲线、抛物线等的几何定义与代数方程之间的对应关系,两曲线位置关系(相交、相切或相离)与两曲线方程组成的方程组的实数解之间的对应关系,a,b,c,e,p 的几何意义与图示.

(9)复数:复数的点表示与向量表示;复数代数形式的加减运算与向量合成分解的平行四边形法则;复数三角形式的乘除乘方与向量旋转、伸缩变换之间的对应;复数开 n 次方的开方法则及与复平面上以诸根为正 n 边形顶点的对应关系;复数的取模、辐角、共轭、倒数的几何意义;复数形式下的轨迹方程.

(10)二元不等式表示的平面区域及其应用.

(11)立几中的数形结合.

(12)排列、组合、概率、微积分中的数形结合.

数形结合思想在解题中的应用,常见于以下几种题型:

(1)超越方程或超越不等式的解或解的判定.

(2)含参数的方程和含参数的不等式解的讨论.

(3)不能用教材中公式求解的高次方程根的判定.

(4)解几中直线与圆、圆与圆的位置关系问题.

(5)两条圆锥曲线的位置关系问题的讨论与判定.

(6)与由初等函数构造的复杂函数性质有关的问题.

(7)与圆锥曲线的定义、性质有关的问题.

(8)与复数模、辐角几何意义有关的问题等等.

这里重点研究"以形助数",其方法的关键是根据题设条件和探求目标,联想或构造出一个恰当的图形,利用图形探求解题途径,对于选择、填空题可以简捷地获得问题的结果;对于解答题要重视数形转换的等价性的论述,避免利用图形的直观性代替逻辑推理得到结果.

例1 如果函数 $f(x)=x^2+bx+c$ 对任意实数 t 都有 $f(2+t)=f(2-t)$,那么(　　)

(A)$f(2)<f(1)<f(4)$　　(B)$f(1)<f(2)<f(4)$

(C)$f(2)<f(4)<f(1)$　　(D)$f(4)<f(2)<f(1)$

[92(17)]

分析:

思路1:由 $f(2+t)=f(2-t)$可知:直线 $x=2$ 是函数 $y=f(x)$的图象的一条对称轴,因为 $f(x)=x^2+bx+c$,故曲线 $y=f(x)$是开口向上的抛物线,$(2,f(2))$是其最低点,$f(2)$是其最小值,$f(x)$在区间$[2,+\infty)$上是 x 的增函数,因此有

$f(2)<f(3)<f(4)$,又由对称性,$f(3)=f(2+1)=f(2-1)=f(1)$,故应选(A).

思路 2：由 $f(x)$ 的表达式和 $f(2+t)=f(2-t)$，得

$$(2+t)^2+b(2+t)+c=(2-t)^2+b(2-t)+c$$

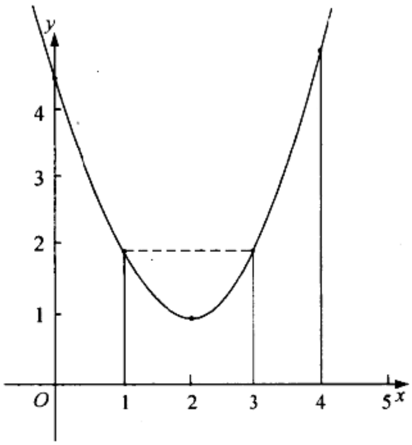


图 1-1

即　$(4+b)t=0$，

因为 t 是任意实数，所以 $4+b=0$，得 $b=-4$. 从而，$f(x)=x^2-4x+c$，故

$$f(2)=c-4, f(1)=c-3, f(4)=c,$$

因此，$f(2)<f(1)<f(4)$.

评注：这是 1992 年高考题，把二次函数的对称性与单调性联系起来进行考查，通过函数关系式隐蔽地给出二次函数的对称轴，借此考察洞察能力，在较高的层次上考查二次函数的性质，以及分析问题与解决问题的能力. 熟练掌握二次函数性质，脑子里形数结合意识强的同学，多会用思路 1 求解，这时几乎不必计算(只需心算)便能快速作答. 相反，数形结合意识不强，思维呆板者，多会用思路 2 求解，计算量较大.

例 2　已知 α 是方程 $x+\log_2 x=4$ 的实根，β 是方程 $2^x+x=4$ 的实根，那么 $\alpha+\beta=$ ________.

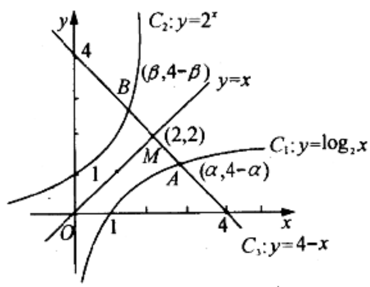


图 1-2

分析与解：两个方程都是超越方程，但都无法求出它的精确实根. 如记 $f(x)=x+\log_2 x$，则由 $f(1)=1, f(2)=3, f(3)=3+\log_2 3>4$ 可判定 $\alpha\in(2,3)$，但求不出精确值；同法可判断 $\beta\in(1,2)$，但也求不出精确值. 注意到 $y=\log_2 x$ 与 $y=2^x$ 是一对反函数，其图象关于直线 $y=x$ 对称，而函数又是最简单最重要的基本初等函数；构造函数 $y=4-x$(由原方程移项得到)，则 α，β 就分别是 $y=\log_2 x$，$y=2^x$ 与 $y=4-x$ 的图象交点的横坐标. 在同一坐标系中画出函数 $y=\log_2 x$，$y=2^x$ 及 $y=4-x$ 的图象 c_1, c_2, c_3；记 c_1, c_3 的交点为 $A(\alpha, 4-\alpha)$，c_2, c_3 的交点为 $B(\beta, 4-\beta)$，则由 c_1, c_2 关于直线 $y=x$ 对称，$c_3\perp$ 直线 $y=x$，知 A、B 关于直线 $y=x$ 对称，故有　$\alpha=4-\beta, \beta=4-\alpha$，　均有　$\alpha+\beta=4$. 对于本题，形数结合是惟一出路.

例 3　若 $5x+12y=60$，则 $\sqrt{x^2+y^2+2x+1}$ 的最小值是________.

解法 1：这是一个条件最值问题：在约束条件 $5x+12y=60$ 下求目标函数 $S=\sqrt{x^2+y^2+2x+1}$ 的最小值. 常规思路是代入、配方、求最值. 由 $5x+12y=60$ 得 $y=5-\frac{5}{12}x$，代入 $S=\sqrt{x^2+y^2+2x+1}$ 得 $S=\sqrt{x^2+2x+1+\left(5-\frac{5}{12}x\right)^2}=\sqrt{\frac{169}{144}x^2-\frac{13}{6}x+26}=\sqrt{\left(\frac{13}{12}x-1\right)^2+25}$.

所以当 $x=\frac{12}{13}$时 $S_{最小}=\sqrt{25}=5$. 此时 $y=5-\frac{5}{13}=4\frac{8}{13}$.

解法 2: 由$\sqrt{x^2+y^2+2x+1}=\sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{[x-(-1)]^2+(y-0)^2}$(配方法)知,它表示动点$(x,y)$到定点$(-1,0)$的距离. 本题的意义就是当动点$(x,y)$在直线$5x+12y=60$上运动时,求它到定点$(-1,0)$的距离的最小值. 显然这个最小值就是定点$(-1,0)$到直线$5x+12y=60$的距离,亦即从它向直线作垂线,垂足与它的距离. 由点到直线的距离公式,立得

$$d=\frac{|5\times(-1)+12\times 0-60|}{\sqrt{5^2+12^2}}=\frac{65}{13}=5.$$

评注: 转换观点看问题,解法 2 显然比解法 1 运算量少,巧妙而简捷. 遇到算术平方根下平方和的结构$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$马上联想两点间距离公式,是解决一类无理函数最值的有效方法. 读者不妨试解下题:

函数 $y=\sqrt{x^2-2x+5}+\sqrt{x^2+6x+25}$的最小值是________.

例 4 如果实数 x,y 满足等式$(x-2)^2+y^2=3$,那么$\frac{y}{x}$的最大值是( )

(A)$\frac{1}{2}$ (B)$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D)$\sqrt{3}$ [90 理(10)]

思路 1:等式$(x-2)^2+y^2=3$与比值$\frac{y}{x}$都有清晰的几何意义:前者表示 xOy 坐标平面上的一个圆,圆心在 $M(2,0)$上,半径为$\sqrt{3}$;而比值$\frac{y}{x}$是点(x,y)与坐标原点连线的斜率. 因此,该题相当于如下的几何问题:动点 N 在定圆 M 上移动,求直线 ON 的斜率的最大值. 由图 1-3 可见:当 N 在第一象限且 ON 与圆 M 相切时,ON 的斜率最大. 这时,在 Rt$\triangle OMN$ 中,$\angle N=90°$,$OM=2$,$MN=\sqrt{3}$,故 $ON=1$,

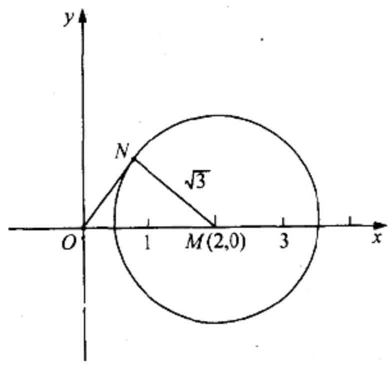


图 1-3

$\tan\angle NOM=\frac{MN}{ON}=\sqrt{3}$. 得答案为(D).

思路 2:依题设,可令 $x=2+\sqrt{3}\cos\theta$, $y=\sqrt{3}\sin\theta$,其中 $\theta\in[0,2\pi)$,因此

$\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{3}\sin\theta}{2+\sqrt{3}\cos\theta}=t$,所以$(2+\sqrt{3}\cos\theta)t=\sqrt{3}\sin\theta$, $\sqrt{3}\sin\theta-\sqrt{3}t\cos\theta=2t$.

$\sqrt{3+3t^2}\sin(\theta-\varphi)=2t$, $(\tan\varphi=-t)$, $\sin(\theta-\varphi)=\frac{2t}{\sqrt{3+3t^2}}$.

由$|\sin(\theta-\varphi)|=\left|\frac{2t}{\sqrt{3+3t^2}}\right|\leqslant 1\Rightarrow 4t^2\leqslant 3+3t^2$, $t^2\leqslant 3$, $-\sqrt{3}\leqslant t\leqslant\sqrt{3}$,

所以 $t_{最大}=\sqrt{3}$,即$\frac{y}{x}$的最大值是$\sqrt{3}$.

思路 3:令 $t=\frac{y}{x}$,则 $y=tx$,代入已知等式,得$(x-2)^2+t^2x^2=3$, ①

整理得：$(1+t^2)x^2-4x+1=0$.

因为方程有实根，所以判别式 $\Delta=16-4(1+t^2)=4(3-t^2)\geqslant 0$

$t^2\leqslant 3$，$-\sqrt{3}\leqslant t\leqslant\sqrt{3}$. 从而 $t_{最大值}=\sqrt{3}$，即$\frac{y}{x}$的最大值为$\sqrt{3}$.

当然，也可由①得

$$t^2=\frac{1}{x^2}[3-(x-2)^2]=-\left(\frac{1}{x}\right)^2+4\left(\frac{1}{x}\right)-1=-\left(\frac{1}{x}-2\right)^2+3,$$

当$\frac{1}{x}=2$即 $x=\frac{1}{2}$时，t^2 取最大值 3，从而 $t\leqslant\sqrt{3}$.

由于 $x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{\sqrt{3}}{2}$满足等式$(x-2)^2+y^2=3$，故题设下$\frac{y}{x}$的最大值为$\sqrt{3}$.

评注：本题是一道确定条件最值的问题，既可用代数方法求解，也可用几何方法求解，反映了数与形的对立统一关系. 它的考查重点是灵活运用数形结合的思想和方法解决问题的能力. 思路 1 关键在于灵活地实现方程向圆、比值向斜率的转换；思路 2 在于利用圆的参数方程转化为三角函数最值问题；思路 3 则在于利用设$\frac{y}{x}=t$ 代入，利用判别式或配方法实现求最值. 本题的解答须灵活运用相关的知识和技能，要求良好的观察力和一定深度的思维能力. 关键在于能否将问题等价转化为自己所熟悉的问题加以解决，比较深刻地考查了等价转换思想的运用.

例 5 如果复数 Z 满足$|Z+i|+|Z-i|=2$，那么$|Z+i+1|$的最小值是(　　)

(A)1　(B)$\sqrt{2}$　(C)2　(D)$\sqrt{5}$　[94(9)]

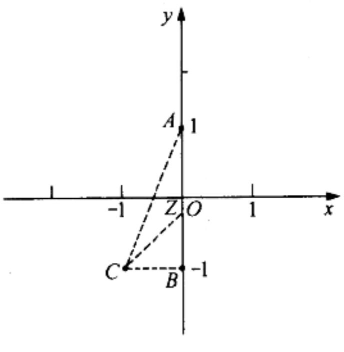


图 1-4

解：由复数与$|Z_1-Z_2|$的几何意义可知$|Z+i|+|Z-i|=2$，即$|Z-(-i)|+|Z-i|=2$表示复平面上以点 $A(0,1)$、$B(0,-1)$为端点的线段 AB.（不要错认为以 A，B 为焦点的椭圆，想一想，为什么？）

又因为$|Z+i+1|=|Z-(-1-i)|$表示线段 AB 上的点 Z 到定点 $C(-1,-1)$的距离，

所以$|Z+i+1|$的最小值为$|BC|=1$.

故选(A).

例 6 复数 $-i$的一个立方根是 i，它的另外两个立方根是(　　)

(A)$\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}i$　(B)$-\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}i$　(C)$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$　(D)$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

解法 1：因为 $-i=\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}$，

所以 $-i$ 的立方根为

$\cos\dfrac{\frac{3\pi}{2}+2k\pi}{3}+i\sin\dfrac{\frac{3\pi}{2}+2k\pi}{3}$，$k=0,1,2$. 令 $k=1,2$ 得

$$\cos\dfrac{\frac{3\pi}{2}+2\pi}{3}+i\sin\dfrac{\frac{3\pi}{2}+2\pi}{3}=\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i,$$

$$\cos\frac{\frac{3\pi}{2}+4\pi}{3}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{2}+4\pi}{3}=\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i.$$

故应选(D).

解法 2: 由复数开立方的几何意义知，$-i$ 的三个立方根对应的三点是复平面上以坐标原点为圆心的单位圆的内接正三角形的三个顶点. 由于其中一个根 i 对应点(0,1)，所以由图可知另外两点必在 x 轴下方三、四象限且关于 y 轴对称，故两点横坐标相反，纵坐标相同，只有(D)项符合要求，故选(D).

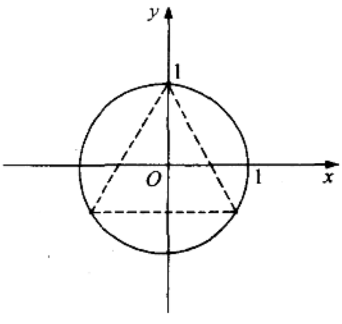


图 1-5

评注: 复数概念及其运算的几何意义涉及数形结合，故有关复数的考题宜优先从数形结合方面考虑寻找突破口及简捷解法.

例 7 直线 $\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$ 截圆 $x^2+y^2=4$ 得的劣弧所对的圆心角为(　　)

(A)$\frac{\pi}{6}$　　(B)$\frac{\pi}{4}$　　(C)$\frac{\pi}{3}$　　(D)$\frac{\pi}{2}$

解: 圆 $x^2+y^2=4$ 圆心为(0,0)，半径 $r=2$；直线 $\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$ 即 $y=-\sqrt{3}(x-2)$，它过点(2,0)，斜率为 $-\sqrt{3}$，倾斜角为 120°. 画出图形后立得它截得的劣弧所对的圆心角为 $\frac{\pi}{3}$，故选(C).

评注: 有关直线与圆的位置关系问题给数形结合提供了极大的用武之地.

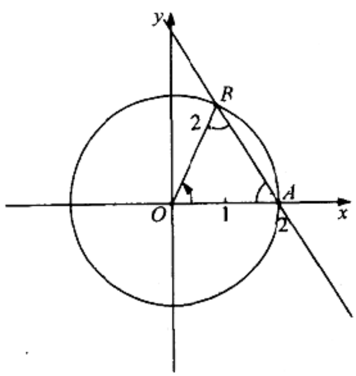


图 1-6

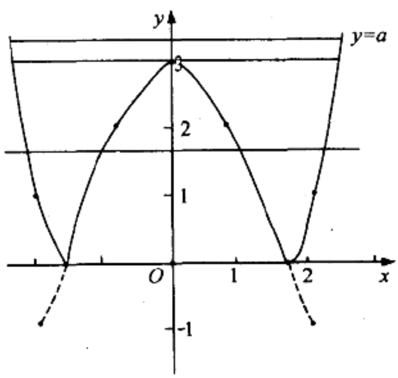


图 1-7

例 8 设曲线 $y=|3-x^2|$ 与直线 $y=a\,(a\in\mathbf{R})$ 的交点个数为 m，则下列四种情况中，不可能出现的是(　　)

(A)$m=4$　　(B)$m=3$　　(C)$m=2$　　(D)$m=1$

解: 画出函数 $y=|3-x^2|$ 的图象(用对称变换)及直线 $y=a$，观察可知，其交点不可能是一个，故选(D).

评注: 在解含有参数的方程中，确定解的个数，或根据解的个数确定参数范围，借助于函数图象来求解显得更为直观、简单.

例 9 设 θ 是第二象限角，则必有(　　)

(A)$\tan\frac{\theta}{2}>\cot\frac{\theta}{2}$　(B)$\tan\frac{\theta}{2}<\cot\frac{\theta}{2}$　(C)$\sin\frac{\theta}{2}>\cos\frac{\theta}{2}$　(D)$\sin\frac{\theta}{2}<\cos\frac{\theta}{2}$

解:因为$\frac{\pi}{2}+2k\pi<\theta<\pi+2k\pi$,所以$\frac{\pi}{4}+k\pi<\frac{\theta}{2}<\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$.
即当θ在第二象限时,它的半角$\frac{\theta}{2}$在第一或第三象限,在单位圆中画出$\frac{\theta}{2}$所在的区域$\frac{\pi}{4}+k\pi<\frac{\theta}{2}<\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$,取$\frac{\theta}{2}=\frac{\pi}{3}$,有$\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}>\frac{\sqrt{3}}{3}=\cot\frac{\pi}{3}$,又由正余切函数的周期为$\pi$,知在$\left(\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right)$上仍有$\tan\frac{\theta}{2}>\cot\frac{\theta}{2}$.故选(A).

评注:正确地求出$\frac{\theta}{2}$角的范围是解答本题的关键.利用单位圆中的正切函数线$\overrightarrow{AT}$的方向与长短与1比较,结合$\cot\frac{\theta}{2}=\frac{1}{\tan\frac{\theta}{2}}$的倒数关系,容易作出正确的判断.

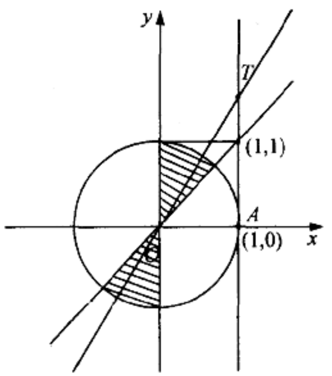


图 1-8

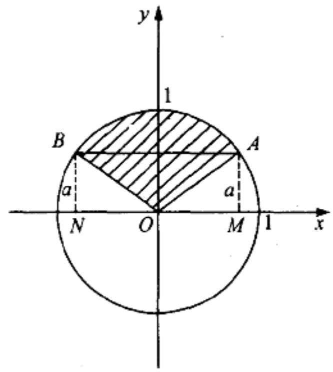


图 1-9

例 10　若$0<a<1$,在$[0,2\pi]$上满足$\sin x\geqslant a$的x的范围是(　　)

(A)$[0,\arcsin a]$　　(B)$[\arcsin a,\pi-\arcsin a]$

(C)$[\pi-\arcsin a,\pi]$　　(D)$\left[\arcsin a,\frac{\pi}{2}+\arcsin a\right]$

分析与解:如图1-9,x的终边位于阴影区域(即扇形AOB)内,$\angle AOM=\angle BON$,所以$\angle AOM\leqslant x\leqslant\pi-\angle BON$,即$\arcsin a\leqslant x\leqslant\pi-\arcsin a$,选(B).

评注:很多求解三角函数与反三角函数的定义域、值域、三角方程、三角不等式等问题借助于单位圆和三角函数线,可使问题容易得到解决.

例 11　一间民房的屋顶有如图1-10三种不同的盖法:①单向倾斜;②双向倾斜;③四向倾斜,记三种盖法屋顶面积分别为P_1,P_2,P_3.若屋顶斜面与水平面所成的角都是α,则(　　)

(A)$P_3>P_2>P_1$　(B)$P_3>P_2=P_1$　(C)$P_3=P_2>P_1$　(D)$P_3=P_2=P_1$

分析与解:如图1-10,过屋顶斜面的下沿作与水平平面平行的平面截房屋,则三个截面的形状、大小均相同;再过屋脊向此截面作垂线,可得各屋顶斜面(一个、二个、四个)在截面上的射影,观察可知,各屋顶在截面上射影的面积(和)都等于截面面积.由于$S_{侧}\cdot\cos\theta=S_{底}$,所以$S_{侧}=S_{底}/\cos\theta$,$\theta$为屋顶侧面与水平面即水平截面所成的角,由于

三种屋顶中 $S_{底}$ 相同，θ 相同，故 P_1,P_2,P_3 均相等，故选(D).

图 1-10

评注：本题的方法是"以数助形"，关键是掌握射影面积公式及其变形.

例 12 求函数 $y=|x+2-\sqrt{1-x^2}|$ 的单调区间和值域.

分析与解：函数的定义域为 $1-x^2\geqslant 0$，即 $-1\leqslant x\leqslant 1$，此时，$1\leqslant x+2\leqslant 3$，$0\leqslant\sqrt{1-x^2}\leqslant 1$，$-1\leqslant-\sqrt{1-x^2}\leqslant 0$，$0\leqslant x+2-\sqrt{1-x^2}\leqslant 3$.

所以 $y=|x+2-\sqrt{1-x^2}|=x+2-\sqrt{1-x^2}$.　　$x\in[-1,1]$

解法 1：将 $y=|x+2-\sqrt{1-x^2}|$ 变形为 $\dfrac{y}{\sqrt{2}}=\dfrac{|1\cdot x+(-1)\cdot\sqrt{1-x^2}+2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}$，

把 $\dfrac{y}{\sqrt{2}}$ 看成点 $M(x,\sqrt{1-x^2})$ 到直线 $x-y+2=0$ 的距离，则点 M 的轨迹方程为：$x^2+y^2=1,0\leqslant y\leqslant 1$.

如图 1-11，过 O 作 $OP\perp l$ 于 P，交半圆于 M，则 OM 方程为 $y=-x$.

由 $\begin{cases}y=-x\\x^2+y^2=1,y\in(0,1]\end{cases}$ 解得 $M\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

观察图 1-11 可知，当 $x\in\left[-1,-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 时，$\dfrac{y}{\sqrt{2}}$ 递减；当 $x\in\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right]$ 时，$\dfrac{y}{\sqrt{2}}$（实即 $|MP|$）递增.

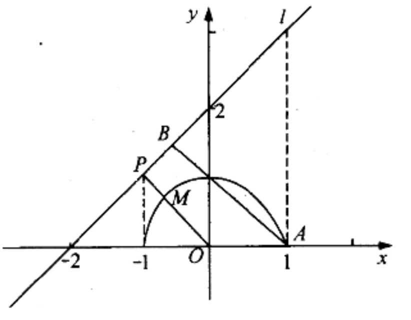


图 1-11

所以函数 $y=|x+2-\sqrt{1-x^2}|$ 在 $\left[-1,-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 时为减函数，在 $x\in\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right]$ 时为增函数. 且 $\left(\dfrac{y}{\sqrt{2}}\right)_{\min}=|MP|=\dfrac{|0-0+2|}{\sqrt{2}}-1=\sqrt{2}-1$，

$\left(\dfrac{y}{\sqrt{2}}\right)_{\max}=|AB|=\dfrac{|1-0+2|}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

所以 $y_{\max}=3$，　$y_{\min}=2-\sqrt{2}$. 所以函数值域为 $2-\sqrt{2}\leqslant y\leqslant 3$.

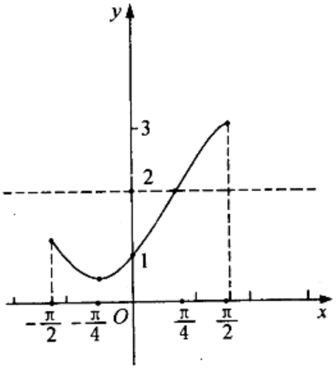


图 1-12

解法 2：设 $x=\sin\theta$，$\theta\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，则原函数化为

$y=\sin\theta+2-\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)+2$.　$\theta\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$

因为 $-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$，　所以 $-\frac{3\pi}{4}\leqslant\theta-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{4}$.

画出函数 $y=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)+2$ 的简图可知，当 $\theta\in\left[-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4}\right]$，$x\in\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$时，$y$ 是减函数，从 1 减到 $2-\sqrt{2}$；当 $\theta\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$即 $x\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$时，$y$ 是增函数，从 $2-\sqrt{2}$增到 3. 故　$y_{\max}=3,y_{\min}=2-\sqrt{2}$.

所以函数在$\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$上是减函数，在$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$上是增函数，函数值域为 $2-\sqrt{2}\leqslant y\leqslant3$.

强化训练

1.选择题.

(1)条件甲：$x^2+y^2\leqslant4$；条件乙：$x^2+y^2\leqslant2x$，则甲是乙的(　　)

(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　(D)既非充分也非必要条件

(2)如果奇函数 $f(x)$在区间[3,7]上是增函数且最小值为5，那么 $f(x)$在区间[−7，−3]上是(　　)

(A)增函数且最小值为−5　　(B)增函数且最大值为−5

(C)减函数且最小值为−5　　(D)减函数且最大值为−5

(3)关于 x 的方程$a^x=-x^2+2x+a(a>0$ 且 $a\neq1)$解的个数是(　　)

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)不确定，应视 a 而定

(4)设复数 Z 满足 $\arg(Z+i)=\frac{2\pi}{3}$，则$\frac{1}{|Z+6|+|Z-3i|}$的最大值是(　　)

(A)$\frac{\sqrt{5}}{15}$　　(B)$\frac{1}{9}$　　(C)$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$　　(D)$\frac{\sqrt{5}}{10}$

(5)两个非零复数 Z_1,Z_2，满足$|Z_1-Z_2|=|Z_1+Z_2|$，则$\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2$(　　)

(A)大于零　　(B)小于零　　(C)等于零　　(D)不能确定

(6)方程 $\log_2(x+2)=\sqrt{-x}$的实数解有(　　)

(A)0个　　(B)1个　　(C)2个　　(D)3个

(7)函数 $y=|\log_2|x-1||$的单调递减区间是(　　)

(A)$(-\infty,-2)$与$(-1,0]$　　(B)$[-2,-1)$与$[0,+\infty)$

(C)$(-\infty,0]$与$(1,2]$　　(D)$[0,1)$与$[2,+\infty)$

(8)若奇函数 $y=f(x)(x\neq0)$，在 $x\in(0,+\infty)$时 $f(x)=x-1$，那么 $f(x-1)<0$ 的 x 的集合是(　　)

(A)$\{x|1<x<2\}$　　(B)$\{x|-1<x<0\}$

(C)$\{x|x<0$ 或 $1<x<2\}$　　(D)$\{x|x<-2$ 或 $-1<x<0\}$

(9)集合 $M=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}x=3\cos\theta\\y=3\sin\theta\end{cases}(0<\theta<\pi)\right.\right\}$，$N=\{(x,y)|y=x+b\}$，若 $M\cap N\neq\varnothing$，则 b 满足(　　)

(A) $-3\sqrt{2}\leqslant b\leqslant 3\sqrt{2}$　(B) $-3\leqslant b\leqslant 3\sqrt{2}$　(C) $0<b\leqslant 3\sqrt{2}$　(D) $-3<b\leqslant 3\sqrt{2}$

(10)已知函数 $y=2\cos x(x\in[0,2\pi])$ 和 $y=2$ 的图象围成一个封闭的平面图形，则这个封闭图形的面积是(　　)

(A)2　　(B)4　　(C)2π　　(D)4π

(11)已知不等式 $x^2-\log_m x<0$ 在 $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 时成立，取 m 的取值范围是(　　)

(A)$0<m<1$　　(B)$\frac{1}{16}<m<1$　　(C)$m>1$　　(D)$0<m<\frac{1}{16}$

(12)已知 $0<x<1$，则 $2^x,\lg x,\sqrt{x}$ 这三个数的大小顺序是(　　)

(A)$2^x<\sqrt{x}<\lg x$　(B)$\sqrt{x}<\lg x<2^x$　(C)$\lg x<2^x<\sqrt{x}$　(D)$\lg x<\sqrt{x}<2^x$

(13)如果直线 $y=ax+2$ 与直线 $y=3x-b$ 关于直线 $y=x$ 对称，那么(　　)

(A)$a=\frac{1}{3},b=-6$　(B)$a=\frac{1}{3},b=6$　(C)$a=3,b=-2$　(D)$a=3,b=6$

(14)若对任意实数 x，不等式 $|x+1|\geqslant kx$ 恒成立，则实数 k 的取值范围是(　　)

(A)$(-\infty,0)$　　(B)$[-1,0]$　　(C)$[0,1]$　　(D)$[0,+\infty)$

(15)若不等式 $\sqrt{4x-x^2}>ax$ 的解集为 $\{x\mid 0<x\leqslant 4\}$，则实数 a 的取值范围是(　　)

(A)$a\geqslant 0$　　(B)$a<4$　　(C)$a<0$　　(D)$a\leqslant 0$

2.填空题.

(1)关于 x 的方程 $|x^2-4x+3|=m$ 有三个不相等的实根，则实数 $m=$________；

(2)已知方程 $|x+1|+|x-a|=9$ 有解，则实数 a 的取值范围为________；

(3)已知关于 x 的方程 $x^2-4|x|+5=m$ 有四个不相等的实根，则实数 m 的范围为________；

(4)关于 x 的方程 $\sqrt{4-x^2}=kx+2$ 只有一个实根，则 k 的取值范围是________；

(5)已知方程 $2^x+x=0,\log_2 x=2-x,\arccos x=x$ 的实根依次为 a,b,c，则 a,b,c 的大小顺序为________；

(6)设 $\arg(z+3)=\frac{2\pi}{3},\arg(z-5)=\frac{5\pi}{6}$，则 $z=$________；

(7)圆 $x^2+y^2+2x+4y-3=0$ 上到直线 $x+y+1=0$ 的距离为 $\sqrt{2}$ 的点共有________个；

(8)已知实数 a,b 满足 $a^2+b^2-2\sqrt{3}a-2b+3=0$，则 a^2+b^2 的最大值是________；$\frac{b}{a}$ 的取值范围是________；

(9)函数 $y=\sqrt{x^2-2x+5}+\sqrt{x^2+6x+25}$ 的最小值是________；

(10)$(4\cos\theta-6+\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2+(3\sin\theta-\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2$ 的最小值为________(θ,t 为参数).

3.解答题.

(1)求函数 $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{2+x}$ 的值域；

(2)求函数 $y=\sqrt{3-2x-x^2}-|x+1|$ 的最值；

(3)就 k 的取值讨论关于 x 的方程 $\sqrt{x^2-1}=k(x+1)$ 的解的个数；

(4)设有函数 $f(x)=a+\sqrt{-x^2-4x}$ 和 $g(x)=\frac{4}{3}x+1$，已知 $x\in[-4,0]$ 时，恒有 $f(x)\leqslant g(x)$，求实数 a 的范围；

(5)已知曲线 $C:\begin{cases}x=-a+\sqrt{2}a\cos\theta\\ y=\frac{a}{2}-\sqrt{2}a\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）和直线 $l:\begin{cases}x=-2-\sqrt{2}t\\ y=4+\sqrt{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）. 设 d 是曲线 C 上一动点到直线 l 的距离，若曲线 C 上仅有两点，使 d 取得最大值，求其最大值；

(6)若圆 $(x-3)^2+(y+5)^2=R^2$ 上有且仅有两点到直线 $4x-3y-2=0$ 的距离等于 1，求 R 的范围；

(7)如果实数 a,b,c 满足 $\begin{cases}a^2+b^2+2a-4b+4=0\\ c^2+d^2-4c+4d+4=0\end{cases}$

求 $W=(a-c)^2+(b-d)^2$ 的最大值与最小值；

(8)已知 $x^2+y^2\leqslant4$，且 $x\geqslant0$，求 $\frac{y+4}{x+1}$ 的最值；

(9)已知 $2x^2+3y^2=6x$，求 x^2+y^2+2x 的最值；

(10)在抛物线 $4y=x^2-6x+17$ 上找一点 Q，使它到两定点 $A(3,3)$，$B(2,5)$ 的距离之和最小，求点 Q 坐标.

(二)函数与方程的思想

函数描述了自然界中量与量之间的依存关系，它从量的方面刻画了宏观世界的运动变化、相互联系，是对问题本身的数量本质特征和制约关系的一种刻画. 变量是函数的基础，对应(映射)是函数的本质.

函数思想，就是用运动和变化的观点，分析和研究自然界中具体问题量的依存关系，剔除问题中的非数学因素，抽象其数学特征，用函数的形式把这种数量关系表示出来，并加以研究，运用函数的性质使问题获得解决的思想.

与函数思想相联系的就是方程的思想. 方程的思想，是在解决问题时，用事先设定的未知数沟通问题中所涉及的各量间的制约关系，列出方程(组)，从而求出未知数及各量的值，使问题获得解决，这就是方程的方法. 所设的未知数，沟通了变量之间的联系. 方程可以看作未知量与已知量相互制约的条件，它架设了由已知探索未知的桥梁.

中学数学，特别是中学代数，可谓是以函数为中心(纲). 集合的学习，为求函数定义域和值域打下了基础；映射的引入，使函数的核心——对应法则更显现其本质；单调性、奇偶性、周期性的研究，是对映射更深入更细致的刻画；函数与反函数的研究，辩证地全面地看待事物之间的制约关系. 各种具体函数：幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数，以及由它们通过有限次的加减乘除和简单的复合构成了初等函数：代数函数与超越函数；代数函数中，正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数、多项式函数、有理分式函数等等琳琅满目. 数列也可以看成是特殊的函数. 解方程 $f(x)=0$，就是求函数 $y=f(x)$ 的零点；解不等式 $f(x)>0$ 或 $f(x)<0$，就是求函数 $y=f(x)$ 取正值、负值的区间；对函数解析式 $f(x)$ 的研究为研究 $y=f(x)$ 的分类、性质奠定了基础. 函数的图

象，从另一个方面刻画了函数的本质，单调性与升降，奇偶性与对称，定义域、值域与图象展布范围，最大值和最小值与最高点最低点的坐标，周期性与图象的重复出现…，以函数为纲，就带动起了高中代数的“目”．函数极限的研究，导数、微分、积分的研究，也完全是以函数为对象、为中心的．熟练掌握幂函数、指数函数、对数函数、二次函数、三角函数等基本初等函数的图象和性质，是应用函数思想解题的基础．善于根据题意构造、抽象出函数关系式是用函数思想解题的关键．一句话，抓住了函数，就牵起了中学代数的“牛鼻子”．

例 1　已知$(1-2x)^7=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$，求 $a_1+a_2+\cdots+a_7=$______．

分析：此题可应用二项展开式定理展开求出 $a_1,a_2,\cdots,a_7$ 然后求和去做，但运算量大，十分麻烦，且易出错．如果用函数思想和整体性思想看问题，视$(1-2x)^7$ 为以 x 为自变量的一元多项式函数$f(x)$，把离散的问题转化为连续的问题，利用赋特殊值法，可以使问题的解决变得十分巧妙．

解：设 $f(x)=(1-2x)^7=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$，

则 $f(0)=1=a_0$，$f(1)=(1-2)^7=-1=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7$，

所以 $a_1+a_2+\cdots+a_7=-1-a_0=-2$．

例 2　如果二次函数 $f(x)=x^2+px+q$ 满足$f(x+1)=f(1-x)$，$x\in\mathbf{R}$，试比较$f\left(\sin\frac{\pi}{7}\right)$和 $f\left(\sin\frac{\pi}{5}\right)$的大小．

解：由 $f(x+1)=f(1+x)=f(1-x)$，$x\in\mathbf{R}$，得函数 $f(x)$的图象的对称轴方程为 $x=\frac{1+x+1-x}{2}$即 $x=1$．又 x^2 项的系数为 $1>0$，故抛物线开口向上，函数 $f(x)$在$(-\infty,1]$上为减函数．

因为$0<\frac{\pi}{7}<\frac{\pi}{5}<\frac{\pi}{2}$，所以$0<\sin\frac{\pi}{7}<\sin\frac{\pi}{5}<1$，所以 $f\left(\sin\frac{\pi}{7}\right)>f\left(\sin\frac{\pi}{5}\right)$．

评注：本题的解决用到了正弦函数和二次函数的单调性，思维十分顺畅．

例 3　已知 $T_1=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$，$T_2=\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$，$T_3=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{7}}$，下列关系式中正确的是（　　）

(A)$T_1<T_2<T_3$　　(B)$T_3<T_1<T_2$　　(C)$T_2<T_3<T_1$　　(D)$T_2<T_1<T_3$

分析与解：这类几个实数值（幂值）比较大小的问题，解决它的关键是建立与之相应的函数模型，然后利用函数的单调性比较大小．观察比较题设的三个数值的底数和指数特征，T_1 与 T_3 的底数相同而指数不同，T_1 与 T_2 的指数相同但底数不同．这样，构造指数函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 和幂函数$y=x^{\frac{1}{3}}$．对于 T_1 与 T_3，因为指数函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在$(-\infty,+\infty)$上是减函数，而$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}>\frac{2}{7}$，所以 $T_3>T_1$；对于 T_1 和 T_2，因为幂函数 $y=x^{\frac{1}{3}}$在第一象限内是增函数，而$\frac{1}{2}>\frac{1}{5}$，所以 $T_1>T_2$．因此 $T_2<T_1<T_3$，故选(D)．

例 4　若关于 x 的方程 $\cos2x+\sin x+a=0$ 有实数解，求实数 a 的取值范围．

分析与解：利用二倍角公式将原方程变形为

$1-2\sin^2x+\sin x+a=0$，即　$2\sin^2x-\sin x-1-a=0$．　①

原方程关于 x 有实数解，等价于方程①关于 $\sin x$ 有$[-1,1]$中的实数解，设 $t=\sin x\in$

$[-1,1]$,即相当于方程

$2t^2-t-1-a=0$ 有区间$[-1,1]$内的实数解.这牵涉到一元二次方程的实根分布,可用数形结合方法解之,但稍繁.如果换一个观点,视 $a=-\cos2x-\sin x=2\sin^2x-\sin x-1$,即 a 为 x 的函数,则原方程关于 x 有实数解等价于 $\sin x\in[-1,1]$,求 a 的值域,配方得 $a=2\left(\sin x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{9}{8}$,由 $\sin x\in[-1,1]$,$\frac{1}{4}\in[-1,1]$,所以 $a_{\min}=-\frac{9}{8}$,$a_{\max}=2\left(-1-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{9}{8}=2$,故 $a\in\left[-\frac{9}{8},2\right]$.

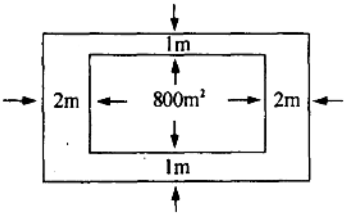


图 1-13

例 5 要开辟一个面积为800m^2的长方形鱼池,并在四周修出宽分别为 1m,2m 的小路(如图 1-13),则占地面积最小是________m^2.

解:设鱼池的长为 xm,则宽为$\frac{800}{x}$m,占地总面积

$$S=(x+4)\left(\frac{800}{x}+2\right)=2x+\frac{3200}{x}+808$$

$$\geqslant2\sqrt{2x\cdot\frac{3200}{x}}+808=968(\text{m}^2),此时\ 2x=\frac{3200}{x},x=40(\text{m}).$$

故占地面积最小是 968m^2.

评注:这是一个实际应用问题,通过选择适当的自变量,建立目标函数,把几何图形问题转化为函数问题,借助函数求最值的均值不等式定理得出结论.

例 6 m 为何值时关于 x 的二次方程 $7x^2-(m+13)x+m^2-m-2=0$ 的两个实根满足:

(1)一根小于 1,另一根大于 1;(2)分别在区间$(0,1)$与$(1,2)$内.

分析与解:这本是一个一元二次方程实根分布问题,容易想的思路是由判别式大于零和求根公式求出两根,让两根满足题设条件去解不等式组,但实现起来较难.注意到 $f(x)=0$ 的实根实即函数 $y=f(x)$的零点即 $y=f(x)$图象与 x 轴交点的横坐标,由此数形结合,则解法简洁明快.

设 $f(x)=7x^2-(m+13)x+m^2-m-2$.

(1)因为 $7>0$,所以函数 $y=f(x)$图象开口向上,方程 $7x^2-(m+13)x+m^2-m-2=0$ 的两根一个大于 1,一个小于 1,等价于 $f(1)<0$,即

$$7-(m+13)+m^2-m-2<0\Rightarrow m^2-2m-8<0,$$

解得 $-2<m<4$.

所以当 $-2<m<4$ 时方程一根小于 1,另一根大于 1;

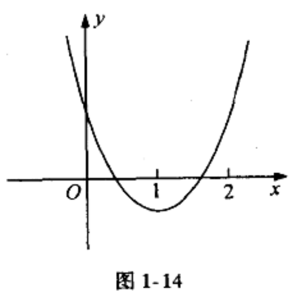


图 1-14

(2)由两根分别在$(0,1)$和$(1,2)$之内,则有

$$\begin{cases}f(0)>0\\f(1)<0,\\f(2)>0\end{cases}即\quad\begin{cases}m^2-m-2>0\\m^2-2m-8<0,\\m^2-3m>0\end{cases}$$

解得 $-2<m<-1$ 或 $3<m<4$.

即当 $-2<m<-1$ 或 $3<m<4$ 时,方程两根分别在区间$(0,1)$和$(1,2)$内.