职业高级中学试用课本

数　学

（工科用）

第一册

北京教育出版社

责任编辑：李宝钟
封面设计：士　心

职业高级中学试用课本

数　学

（工 科 用）

第 一 册

*

北京教育出版社出版
（北京崇文门外东兴隆街51号）
北京市新华书店发行
北京印刷一厂印刷

*

1925年6月第1版　　1986年6月第1次印刷
书号：7327·23　　定价：1.05元

这套职业高级中学试用课本数学(工科用)，是根据国家教委对职业高中文化课所提的原则要求而编写的，供职业高中数学教学使用. 全套书共分三册：第一册代数与三角；第二册立体几何与解析几何；第三册简易微积分与概率统计初步. 第三册为选学内容.

由于职业高中专业设置复杂，各专业对数学需求不尽相同，本课本编写中注意了以下几点：

一、课本包含了普通高中“基本要求”的全部内容，在保持数学学科知识系统性的前提下，适当降低了理论要求的深度. 并注意了与初中知识的紧密衔接.

二、课本文字叙述通俗易懂，简洁明确，深入浅出，利教利学.对于难理解、易出错之处均以“注意”或“说明”的形式做了进一步的阐述. 各章都有小结，例题及习题的配备着重围绕让学生掌握基本的知识和技能，注意联系实际，对于在实际工作中应用较多的部分安排了较多的练习.

三、为了适应不同专业对数学的不同需要，课本内容在编写上作到了多层次，有[illegible] 除第三册全册为选学内容外，其他册的若干章节的内容和习题的配备也有不同层次的安排，便于各校根据实际需要灵活掌握. 课本中标有“*”号的部分为选学内容，各章复习题可以选作.

四、教材把几何、代数内容作了相对集中，各校可根据专业特点和教学实际情况并行开设或者单科独进.

本书在编写过程中，得到了北京市部分区县职业教研室和职业高中教师的帮助和支持，在此表示感谢。

本册教材由刘东、刘嘉琨、王锦初、曹福海、宗福衡编写，刘东主编，北京教育学院审定。

由于我们水平有限，缺点、错误在所难免，恳请读者批评指正。

一九八六年二月

编写说明

一、为了适应中等职业技术教育发展的需要，北京、天津、河北、山西、内蒙古五省（市、自治区）教育厅（局）组织编写了职业高级中学试用课本，由山西人民出版社、河北人民出版社、内蒙古教育出版社、天津教育出版社、北京教育出版社出版，供各地职业高级中学使用。

二、这套职业高级中学试用课本，是根据职业学校的培养目标和教学要求编写的，适用于职业高级中学。全套文化课基础教材包括：政治、语文、数学、物理、化学、生物、地理、历史和英语等九个学科，共十二种。各科教材都针对职业学校的特点，注重基础知识的掌握、基本技能的培养和训练，以达到进行文化基础教育的目的。

三、根据华北地区职业学校现行的教学计划，这套课本适当安排了文化课和专业课的课时比例。文化课的教学时数，约占总教学时数的40％～50％。各科教材的内容和课时，都安排得多层次，有弹性。有的学科分文科用书和工科用书，有的学科分必教内容和选教内容，以便不同类型的学校或专业根据各自的需要选择使用。全套课本在编写上注意与初中教材的衔接，对各学科的基础知识，强调分清主次，突出重点，抓住关键，解决难点，注重实用，便于教学。

四、这套职业高级中学课本是试用教材，欢迎职业学校的师生根据试用情况提出修改意见，以便及时修订，不断完善。

华北地区职业学校教材编写组

一九八六年二月

目　录

第一章　二次函数、幂函数、指数函数和对数函数

在初中，我们学习了函数、一次函数和反比例函数．本章将学习集合的初步知识，在此基础上，进一步学习有关的函数概念，并运用这些知识讨论二次函数、幂函数、指数函数、对数函数的图象与性质，最后研究指数方程和对数方程的解法。

一　集合与函数

1.1　集合

在初中，我们已经遇到过一些集合的例子，如整数的集合、分数的集合、正数的集合、负数的集合等等．当我们把所研究的一些对象看成一个整体时，就说这些对象组成一个**集合**(有时简称集)．

看下面的例子：

(1) 1，2，3，4，5；

(2) 所有的三角形；

(3) 到定点O的距离等于r的所有的点；

(4) 一车间的全体职工；

(5) a^2，$a+b$，$\sqrt{a+1}$，$\frac{a-b}{a+b}$。

这里每组对象都构成一个集合，集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**. 例如，$a+b$ 就是集合(5)的元素.

我们一般用大写字母 A，B，C，……表示集合；集合的元素一般用小写字母 a，b，c，……表示. 如果 a 是集合 A 的元素，就说 a **属于**集合 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a **不属于**集合 A，记作 $a\notin A$（或 $a\overline{\in}A$）.

如果用 A 表示集合(5)，那么就有 $\sqrt{a+1}\in A$，$5\notin A$.

由有限个元素组成的集合叫做**有限集合**；例如，集合(1)(4)(5)都是有限集合.

由无限个元素组成的集合叫做**无限集合**；例如，集合(2)(3)都是无限集合.

对于集合的概念应注意以下两点：

1. 所给集合中的元素应该是确定的，不能有模棱两可的情况. 例如对于前面给出的 5 个集合中的每一个集合，任何一个对象或者是这个集合中的元素，或者不是它的元素. 相反，我们说“面积较大的三角形”，“清晰的电视图象”都不能构成一个集合. 因为给出一个三角形或电视图象都没有明确的标准判断它们是否属于这样的集合.

2. 集合中的元素是互异的. 即集合中的任何两个元素都是不同的对象；相同的对象归入任何一个集合时，只作为集合的一个元素.

常用的表示集合的方法有列举法和描述法.

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内用来表示集合的方法，叫做**列举法**.

例如，用列举法表示集合(1)为

$$\{1, 2, 3, 4, 5\};$$

集合(5)为

$$\left\{a^2, a+b, \sqrt{a+1}, \frac{a-b}{a+b}\right\}.$$

根据集合中元素的互异性，用列举法表示集合时，相同的元素只写一个．又由于集合中的元素无顺序关系，所以列举时，不必考虑先后顺序．集合(1)也可以写为

$$\{2, 5, 3, 4, 1\}.$$

要注意，a与$\{a\}$是不同的，$\{a\}$表示一个由单元素a构成的集合；而a是集合$\{a\}$的元素，这里$a\in\{a\}$.

把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内用来表示集合的方法，叫做**描述法**．一般在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式，再画一条竖线，在竖线的右边写上这个集合的元素的公共属性．

例如，在2与7之间的全部实数组成的集合可表示为

$$\{x|2<x<7, x\text{ 是实数}\};$$ ①

又如，由一次函数$y=2x+1$的图象上所有的点组成的集合，可表示为：

$$\{(x, y)|y=2x+1\}.$$

为了简便，有时用描述法表示集合可以把竖线及竖线左边的部分省略．

如把{三角形|直角三角形}写成

{直角三角形}；

把 $\{n|0<n<10, n\text{ 是整数}\}$写成

① 有的书上用冒号或分号代替竖线，如$\{x:2<x<7, x\text{ 是实数}\}$或$\{x;2<x<7, x\text{ 是实数}\}$.

{小于 10 的正整数}.

为了方便，对常用的数集规定如下的记法：

全体自然数的集合，简称为**自然数集**，记作 $\boldsymbol{N}$；

全体整数的集合，简称为**整数集**，记作 $\boldsymbol{Z}$；

全体有理数的集合，简称为**有理数集**，记作 $\boldsymbol{Q}$；

全体实数的集合，简称为**实数集**，记作 $\boldsymbol{R}$；

有时还用 Q^+表示正有理数集，R^-表示负实数集，等等。

练　习

1. 说出下列集合中的元素：

(1) {小于 8 的正奇数}；

(2) $\{x \mid |x|=5,\ x\in R\}$；

(3) $\{(x,\ y) \mid x\leqslant 2,\ y\leqslant 2,\ x,\ y\in N\}$；

(4) {立方后仍等于原数的数}.

2. 把下列集合用另外一种方法表示出来：

(1) {12 的约数}；

(2) {方程 $x^2-4x+3=0$ 的解}；

(3) {m^2-4 的一次因式}；

(4) $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots\}$；

(5) $\{10,\ 100,\ 1000,\ \cdots\}$；

(6) {不大于 20，且是 4 的倍数的自然数}.

3. 用符号$\in$或$\notin$填空：

$1\_\_N$，$0\_\_N$，$-3\_\_N$，$0.5\_\_N$，$\sqrt{2}\_\_N$；

$1\_\_Z$，$0\_\_Z$，$-3\_\_Z$，$0.5\_\_Z$，$\sqrt{2}\_\_Z$；

$1\_\_Q$，$0\_\_Q$，$-3\_\_Q$，$0.5\_\_Q$，$\sqrt{2}\_\_Q$；

$1\_\_R$，$0\_\_R$，$-3\_\_R$，$0.5\_\_R$，$\sqrt{2}\_\_R$.

1.2 子集、集合的相等

1. 子集

研究集合问题，常涉及两个集合间的关系．例如，自然数集N与整数集Z之间，任何一个自然数都是一个整数，换句话说就是N中的任何一个元素n，都有$n\in Z$．又如，自然数集与有理数集之间，也有类似的特点：N中的任何一个元素n，都有$n\in Q$．

一般地，对于两个集合A与B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么集合A叫做集合B的子集，记作$A\subseteq B$(或$B\supseteq A$)．读作"A包含于B"(或"B包含A")．例如，

$$\{等腰三角形\}\subseteq\{三角形\},$$

$$N\subseteq Z,\quad Z\subseteq Q.$$

如果集合A有不属于集合B的元素，那么A就不是B的子集，记作

$$A\nsubseteq B(或\ B\nsupseteq A),$$

读作"A不包含于B"(或"B不包含A")．

对于任何一个集合A，因为它的任何一个元素都属于集合A本身，所以

$$A\subseteq A,$$

也就是说，任何一个集合都是它本身的子集．

规定：不含任何元素的集合叫做空集，记作$\varnothing$．

例如，设P是方程$x^2+x+2=0$的实数根的全体组成的集合，由于方程的判别式$\Delta<0$，所以　　$P=\varnothing$．

还规定空集是任何集合的子集．也就是说，对于任何集

合 A，都有　$\varnothing\subseteq A$.

如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记作

$$A\subset B(\text{或 } B\supset A).$$

例如，{直角三角形}⊂{三角形}；又如，$N\subset Z$，$Q\subset R$.

当 A 不是 B 的真子集时，记作

$$A\not\subset B(\text{或 } B\not\supset A).$$

例如，$N\subseteq N$，但 $N\not\subset N$.

集合 B 同它的真子集 A 之间的关系常用图 1-1 表示，A，B 两个圆的内部分别表示集合 A，B.

显然，空集是任何一个非空集合的真子集.

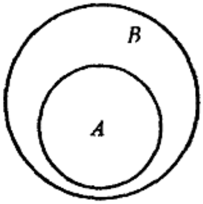

图 1-1

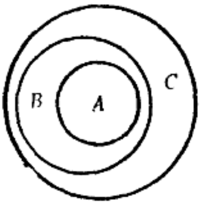

图 1-2

从图 1-2 可以看出：对于集合 A，B，C，**如果 $A\subset B$，$B\subset C$，那么 $A\subset C$.**

例 1　写出集合{1,2}的所有的子集及真子集.

解：集合{1,2}的全部子集是 $\varnothing$，{1}，{2}，{1,2}，其中 $\varnothing$，{1}，{2}是真子集.

2. 集合的相等

对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么就说这两个集合相等，记作

$$A=B,$$

读作“A 等于 B”.

例如，$A=\{$与 P，Q 两点距离相等的点$\}$，

$B=\{$线段 PQ 垂直平分线上的点$\}$.

则 $$A=B.$$

又如，$M=\{$方程 $2x+7=6$ 的解$\}$，

$N=\{$方程 $2x=6-7$ 的解$\}$.

则 $$M=N.$$

利用集合相等可以把集合的表达形式化简.

例 2 写出不等式 $3x+2<4x-1$ 的解集，并进行化简(即化成直接表明未知数本身的取值范围的解集).

解：不等式的解的集合是$\{x|3x+2<4x-1\}$.

$$\begin{aligned}&\{x|3x+2<4x-1\}\\=&\{x|-x<-3\}\\=&\{x|x>3\}.\end{aligned}$$

练　习

1. 写出集合$\{a,b,c\}$的所有子集及真子集.
2. 用适当的符号($\in$，$\notin$，$=$，$\supset$，$\subset$)填空：

(1) a__$\{a,b\}$；　　　(2) a__$\{a\}$；

(3) $\sqrt{2}$__N；　　　(4) $\{a,b\}$__$\{b,a,c\}$；

(5) $\varnothing$__$\{0\}$；　　　(6) $\{1,3,5,7\}$__$\{3,5,7,1\}$；

(7) $\{$到$\angle ABC$ 两边的距离相等的点$\}$

$__\{\angle ABC$的平分线上的点$\}$.

3. 写出方程 $5x+2=7x-8$ 的解集并进行化简.

4. 写出不等式 $3(1-x)<2(x+9)$ 的解集，并进行化简.

1.3 交集、并集、补集

1. 交集

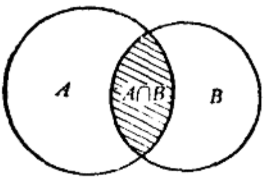

图 1-3

运用集合讨论数学问题，常常涉及两个集合的公共部分. 如一条直线和一个圆都可以看成是点的集合，假若直线和圆有两个交点，这两点就是这两个集合的公共部分，这两点也构成一个集合.

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A，B 的交集. 记作 $A\cap B$(可读作"A 交 B").

即 $$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

图 1-3 中的阴影部分，表示集合 A，B 的交集 $A\cap B$.

例 1 设 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$，$B=\{2,4,6,8,10\}$，求 $A\cap B$.

解：$A\cap B=\{2,4,6\}$.

例 2 设 $A=\{x\mid x>-3\}$，$B=\{x\mid x\leqslant 2\}$，求 $A\cap B$.

解：$A\cap B=\{x\mid x>-3\}\cap\{x\mid x\leqslant 2\}$

$=\{x\mid x>-3,\text{ 且 } x\leqslant 2\}$

$=\{x\mid -3<x\leqslant 2\}$.

例 3 设 $A=\{(x,y)\mid 2x+y=0\}$，

$B=\{(x,y)\mid 3x-y=-5\}$，求 $A\cap B$.

解：$A\cap B=\{(x,y)\mid 2x+y=0\}\cap\{(x,y)\mid 3x-y=-5\}$

$$=\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}2x+y=0\\3x-y=-5\end{cases}\right\}$$

$$=\{(-1,2)\}.$$

形如 $2n(n\in Z)$ 的整数叫做**偶数**，形如 $2n+1(n\in Z)$ 的整数叫做**奇数**，全体偶数的集合简称**偶数集**，全体奇数的集合简称**奇数集**.

例 4 设 $A=\{$奇数$\}$，$B=\{$偶数$\}$，Z 为整数集，求 $A\cap Z$，$B\cap Z$，$A\cap B$.

解：$A\cap Z=\{$奇数$\}\cap\{$整数$\}=\{$奇数$\}=A$；

$B\cap Z=\{$偶数$\}\cap\{$整数$\}=\{$偶数$\}=B$；

$A\cap B=\{$奇数$\}\cap\{$偶数$\}=\varnothing$.

从交集定义容易推出，对于任何集合 A，B，有

$$A\cap A=A,\ A\cap\varnothing=\varnothing.$$

$$A\cap B=B\cap A.$$

2．并集

在用集合讨论问题时，也常需要把两个集合合并为一个集合，如把有理数集 Q 与无理数集(全体无理数组成的集合)合并就是实数集 R.

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A，B 的**并集**，记作 $A\cup B$(读作"A 并 B")．即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A，或 x\in B\}.$$

图 1-4

图 1-4 中阴影部分，表示集合 A，B 的并集 $A\cup B$.

例 5　设 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x<7\}$，求 $A\cup B$.

解：$A\cup B=\{x|x>-2\}\cup\{x|x<7\}$

$=R$.

例 6　设 $M=$\{锐角三角形\}，$N=$\{钝角三角形\}，求 $M\cup N$.

解：$M\cup N=$\{锐角三角形\}$\cup$\{钝角三角形\}

$=$\{斜三角形\}.

由并集的定义容易知道，对于任何集合 A，B 有

$$A\cup A=A,\ A\cup\varnothing=A,$$
$$A\cup B=B\cup A.$$

3. 补集

在研究一些集合之间的关系时，往往这些集合都是一个给定集合的子集，这个给定集合叫做**全集**，用符号 I 表示．如果我们研究的集合都是一个平面上的点集，那么就可以把整个平面上所有点组成的集合作为全集．如果研究的集合都是由有理数组成的，那么就可以把有理数集作为全集．总之，全集含有所研究的各个集合的全部元素．

已知全集 I，集合 $A\subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的**补集**，记作 $\overline{A}$（读作"A 补"），即

$$\overline{A}=\{x|x\in I\text{ 且 }x\notin A\}.$$

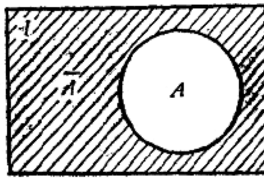

图 1-5

图 1-5 中，长方形的内部表示全集 I，圆的内部表示集合 A，根据补集的定义，图中阴影部分表示集合 A 在集合 I 中的补

集$\overline{A}$。

例7 如果$I=Z$，$A=\{$偶数$\}$，那么
$$\overline{A}=\{\text{奇数}\}.$$

例8 如果$I=R$，$R^+=\{$正实数$\}$，那么，$\overline{R^+}$是由所有负实数和零组成的集合。

例9 如果$I=Q=\{$有理数$\}$，
$$A=\{x\mid x>1\text{且}x\in Q\},$$
那么，$\overline{A}=\{x\mid x\leqslant 1，且x\in Q\}$。

从补集的定义容易看出：
$$A\cup\overline{A}=I,\quad A\cap\overline{A}=\varnothing,\quad \overline{\overline{A}}=A,$$
其中$\overline{\overline{A}}$表示$\overline{A}$在I中的补集。

练　习

1. 自符号$\in$、$\notin$、$=$、$\subset$、$\supset$中，选择正确的符号填空：

(1) a__$\{a, b\}$；(2) $\{a\}$__$\{a, b\}$；

(3) $\{1, 2, 3\}$__$\{2, 1, 3\}$；

(4) Z__$\{x\mid x=3n, n\in N\}$；

(5) $\varnothing$__$\{0, 1, 2\}$；

(6) $\varnothing$__$\{0\}$。

2. 写出$\{1, 2, 3\}$的所有的子集。
3. 设$A=\{x\mid x=2n, n\in N\}$，$B=N$，求$A\cap B$。
4. 写出方程组
$$\begin{cases}2x-3y=-11,\\3x+2y=3\end{cases}$$
的解的集合。
5. 设$A=\{1, 2, 4, 6, 9\}$，$B=\{4, 5, 6, 7, 8\}$，