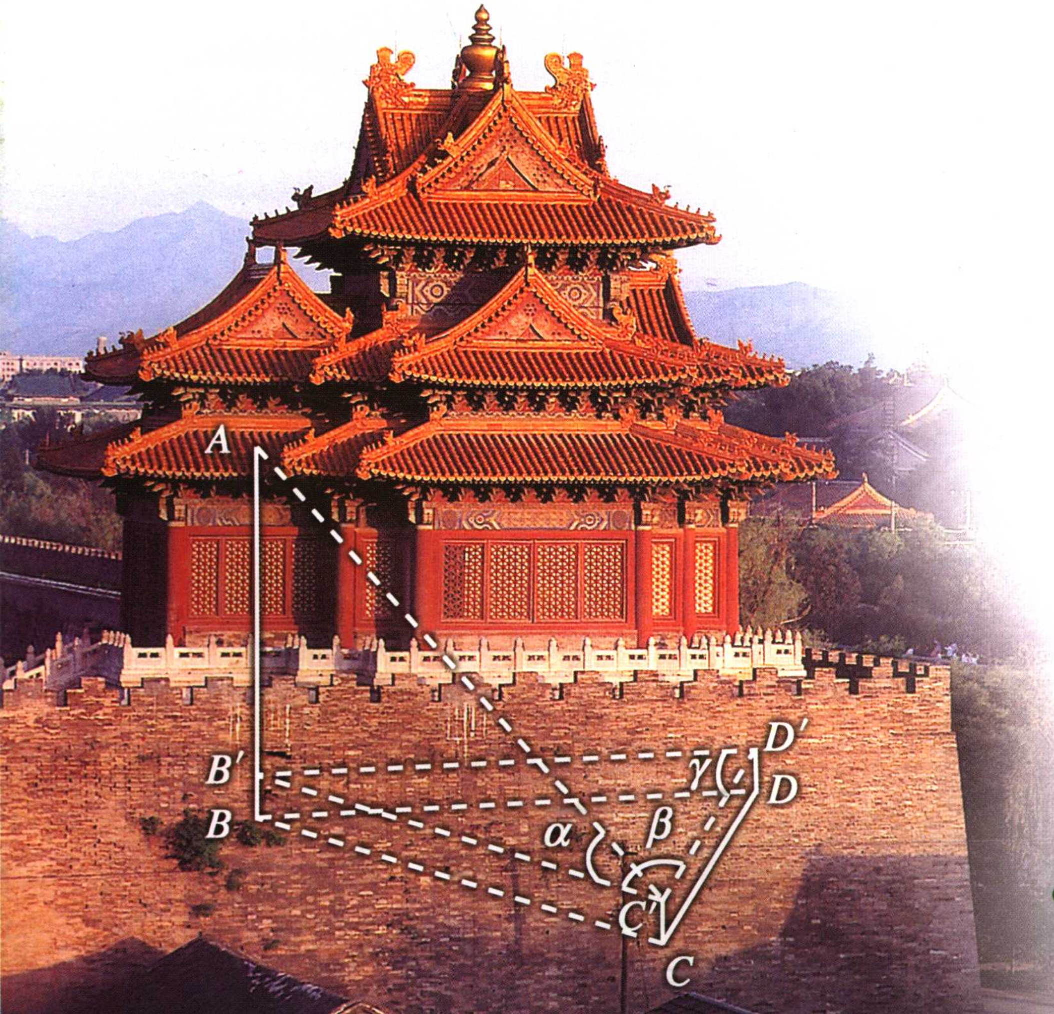
经全国中小学教材审定委员会
2005 年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学 5

必修

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著



人民教育出版社

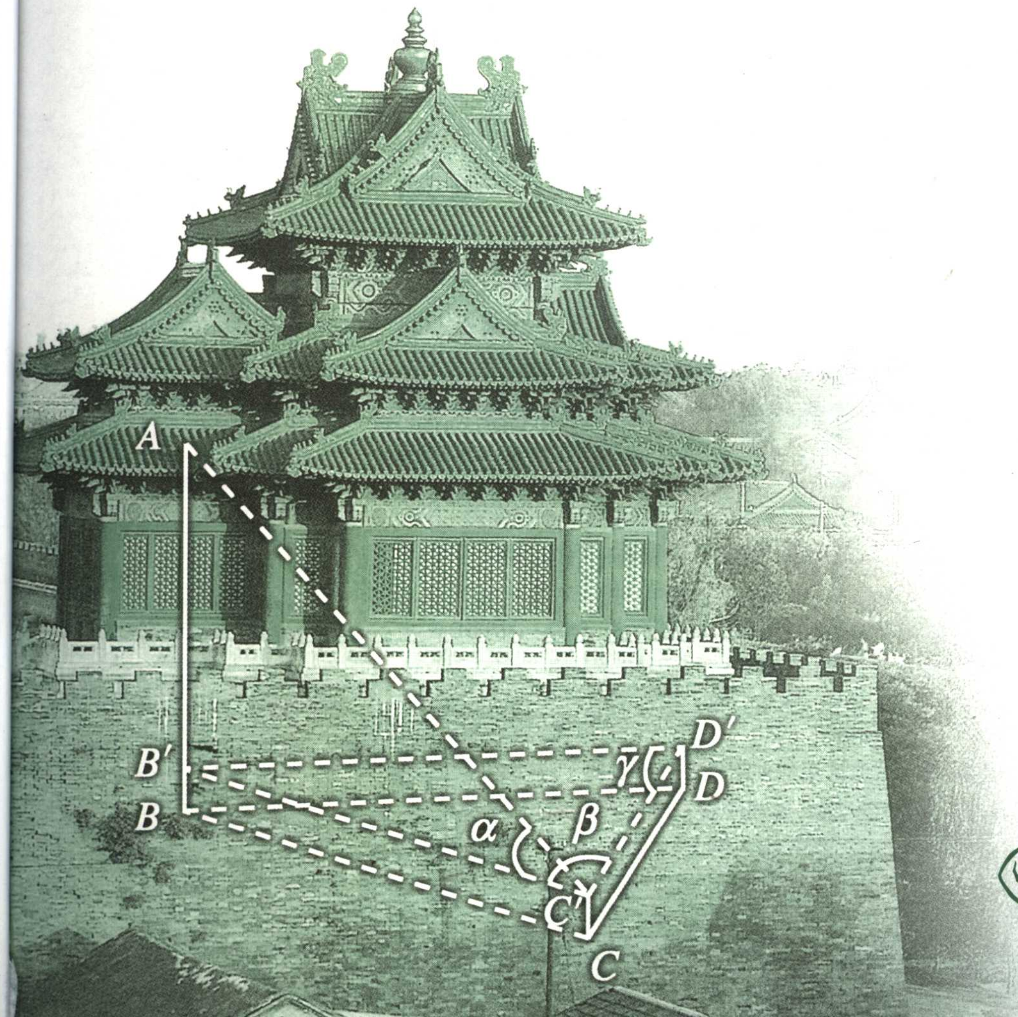
B 版

普通高中课程标准实验教科书

数学 5

必修

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著



人民教育出版社

B版

主　　编　高存明

本册主编　万庆炎
编　　者　王人伟　邵光砚　丁尔陞
　　　　　高存明　魏榕彬　刘长明
责任编辑　魏榕彬　刘长明
美术编辑　张　蓓　王　喆
封面设计　李宏庆

普通高中课程标准实验教科书
数学　5
必修
B 版
人民教育出版社　课程教材研究所
中 学 数 学 教 材 实 验 研 究 组　编著
*
人民教育出版社出版发行
网址：http://www.pep.com.cn
人民教育出版社印刷厂印装　全国新华书店经销
*
开本：890 毫米×1 240 毫米　1/16　印张：7.5　字数：146 000
2005 年 5 月第 1 版　2006 年 1 月第 1 次印刷
ISBN 7-107-18585-3 / G·11675（课）　定价：8.30 元

本册导引

同学们：

本书是高中数学必修课程的最后一册．在这一册，你们将学习关于“解三角形”、“数列”和“不等式”的知识．

在小学同学们认识了三角形，在初中同学们进一步研究了三角形的全等、相似与位似、解直角三角形等内容，对于三角形的研究，始终是围绕着组成它的元素——边和角展开的．在解三角形这一章，我们将进一步探索任意三角形中边和角之间的关系，得到任意三角形中普遍存在的两个结论——正弦定理和余弦定理，从而更好地解决涉及三角形度量的问题．应用这些知识和方法，就能较容易地解决一类与测量和几何计算有关的实际问题．

关于数列，其实同学们早已和它们打过交道．你们一定还记得，数学1中那则关于杰米和韦伯的有趣故事．根据他们两人所订的合同，你不费什么力气就能算出杰米和韦伯每天要付给对方多少钱．从合同生效的那一天开始，一个月中，杰米每天付给韦伯的钱数就构成一个数列，而韦伯每天付给杰米的钱数也是一个数列．在数列这一章，我们将重点研究等差数列和等比数列．从本质上讲，数列是一类特殊的函数，它是函数知识的延伸．在本章中，我们将通过研究它们的特殊性质，归纳出等差数列、等比数列的通项公式与前 n 项和公式．这些特殊性质为我们提供了一种数学模型，应用它们可以很方便地解决诸如教育或购房贷款、放射性物质的衰变、人口与国民经济增长等生产、生活中的问题．

在不等式这一章，我们将重访不等式．首先从现实世界和日常生活中存在的大量不等关系中，归纳得出不等式的基本性质．然后研究均值不等式和一元二次不等式及其解法，通过图象把一元二次不等式与相应的函数、方程联系起来，使之形成一个相对完整的知识体系．而一元二次不等式的解法与信息技术的应用相结合，将让我们再次看到算法思想的广泛应用．在本章中，同学们还将运用数形结合的思想，判定二元一次不等式(组)表示的平面区域，进而学会解决一些简单的二元线性规划问题．

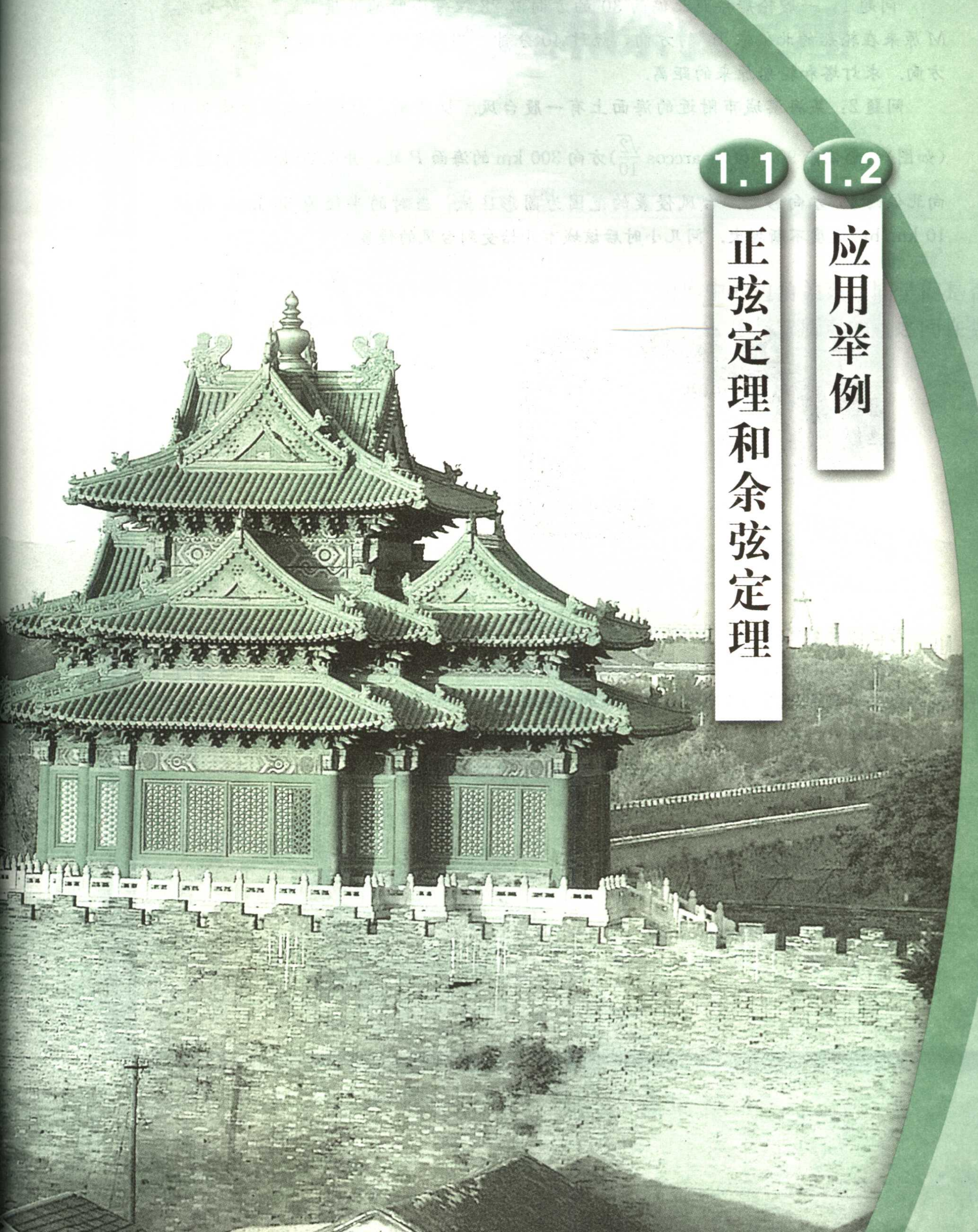
通过本册书的学习，相信同学们对数学与现实生活密切联系的认识将得到进一步加深，应用数学知识解决实际问题的能力也将得到进一步提高．

目 录

第一章 解三角形

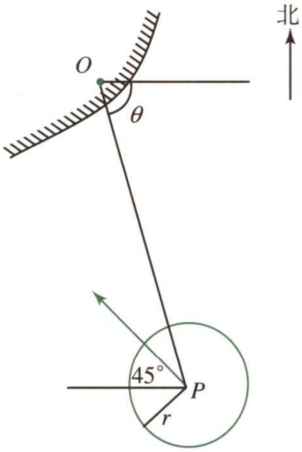
1.1 正弦定理和余弦定理

1.2 应用举例



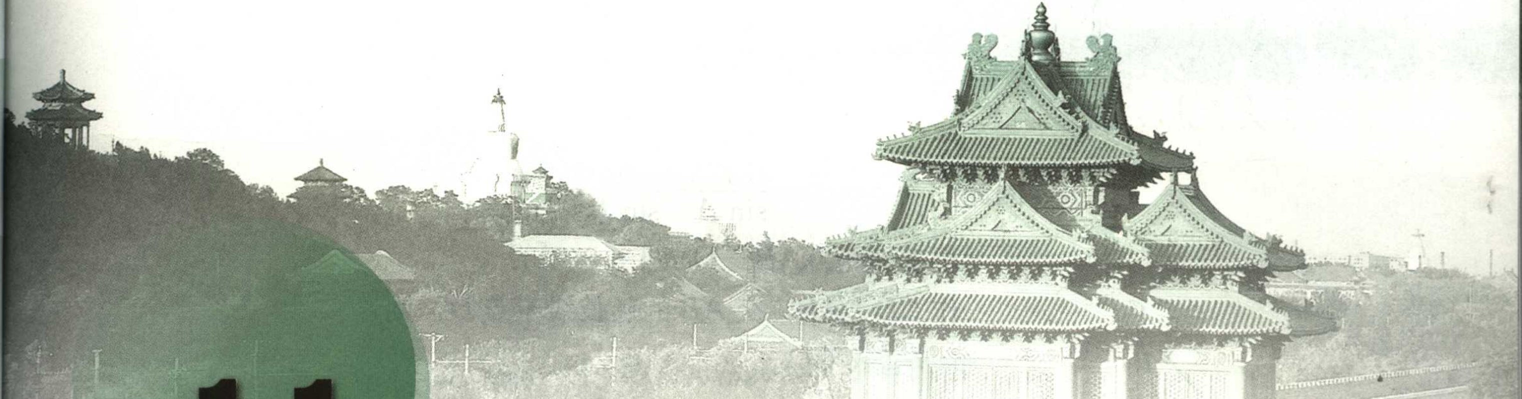
问题 1：一艘轮船按照北偏西 30° 的方向以 28 浬每小时的速度航行．一个灯塔 M 原来在轮船的北偏东 10° 的方向，经过 40 分钟，测得灯塔在轮船的北偏东 70° 的方向．求灯塔和轮船原来的距离．

问题 2：某海滨城市附近的海面上有一股台风．据监测，台风中心位于城市 O（如图）的南偏东 $90^\circ-\theta\left(\theta=\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{10}\right)$ 方向 300 km 的海面 P 处，并以 20 km/h 的速度向北偏西 45° 方向移动．台风侵袭的范围为圆形区域，当时的半径为 60 km，并以 10 km/h的速度不断增大．问几小时后该城市开始受到台风的侵袭？



与上面两个问题相类似的还有下列问题：怎样测出底部不可到达的建筑物的高度？在海上航行时怎样测出船的航向和航速？怎样测出两个岛屿之间的距离？……这些问题的解决都需要用到三角形中边角关系的有关知识．

在本章中，我们将学习正弦定理和余弦定理，并应用它们解三角形，进而借助所学的三角形边角关系的知识解决一些类似于上述问题的实际问题．



1.1 正弦定理和余弦定理

1.1.1 正弦定理

可结合课件 5101 学习正弦定理.

在初中，我们学习过直角三角形中的边角关系. 同学们是否想过这样一个问题，在任一个三角形中，角与它所对的边之间在数量上有什么关系？下面，我们首先研究特殊情况.

在 Rt△ABC 中(如图 1-1)，有

$$\frac{a}{c}=\sin A,\ \frac{b}{c}=\sin B,$$

因此

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=c.$$

又因为 $\sin C=1$，所以

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$

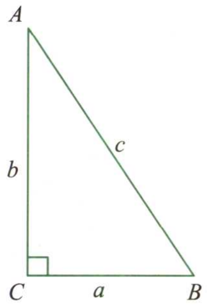


图 1-1

对于一般三角形，以上结论是否仍然成立？

在本书中，△ABC 中的三个内角 A、B、C 的对边，分别用 a、b、c 表示.

先看锐角△ABC（如图 1-2(1)).

作 $CD\perp AB$ 于点 D，有

$$\frac{CD}{b}=\sin A，即 CD=b\sin A;$$

$$\frac{CD}{a}=\sin B，即 CD=a\sin B,$$

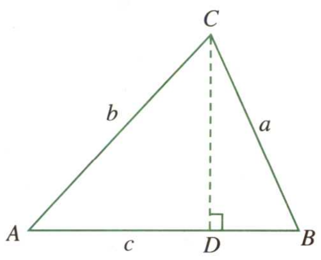


图 1-2(1)

因此

$$b\sin A=a\sin B,$$

即

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}.$$

同理可证

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C},$$

因此　　$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$

再看钝角△ABC（如图 1-2(2)).

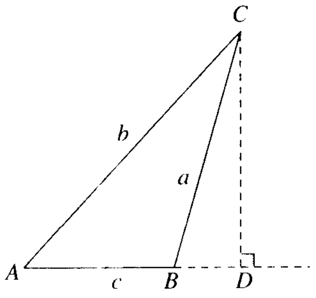


图 1-2(2)

作 $CD\perp AB$，交 AB 的延长线于点 D，则

$$\frac{CD}{b}=\sin A，即 CD=b\sin A；$$

$$\frac{CD}{a}=\sin(180^\circ-B)=\sin B，即 CD=a\sin B，$$

因此　$b\sin A=a\sin B$，即　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$.

同理可证　　$$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}，$$

因此　　$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$

于是，我们得到下面的定理：

可结合课件5102学习应用正弦定理解三角形.

正弦定理　在一个三角形中，各边的长和它所对角的正弦的比相等，即

$$\boxed{\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.}$$

例 1　已知△ABC，根据下列条件，求相应的三角形中其他边和角的大小（保留根号或精确到 0.1)：

(1) $A=60^\circ$，$B=45^\circ$，$a=10$；

(2) $a=3$，$b=4$，$A=30^\circ$；

(3) $a=5$，$b=2$，$B=120^\circ$；

(4) $b=3\sqrt{6}$，$c=6$，$B=120^\circ$.

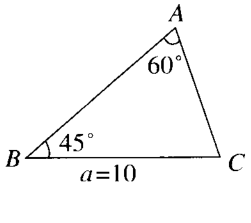


图 1-3(1)

解：(1) 因为　$C=180^\circ-60^\circ-45^\circ=75^\circ$，

所以　由正弦定理，得

$$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{10\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ}=\frac{10\sqrt{6}}{3}\approx 8.2，$$

$$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{10\sin 75^\circ}{\sin 60^\circ}\approx 11.2（如图 1-3(1)所示）.$$

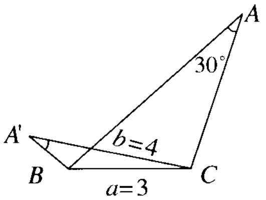


图 1-3(2)

(2) 由正弦定理，得

$$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{4\sin 30^\circ}{3}=\frac{2}{3}，$$

因此　$B\approx 41.8^\circ$或 $B\approx 138.2^\circ$（如图 1-3(2)所示).

当 $B\approx 41.8^\circ$时，

$$C \approx 180^\circ - 30^\circ - 41.2^\circ = 108.8^\circ,$$

$$c = \frac{a\sin C}{\sin A} = \frac{3\sin 108.8^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 5.7;$$

当 $B \approx 138.2^\circ$时，

$$C \approx 180^\circ - 30^\circ - 138.2^\circ = 11.8^\circ,$$

$$c = \frac{a\sin C}{\sin A} = \frac{3\sin 11.8^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 1.2$$（如图 1-3(2)所示）.

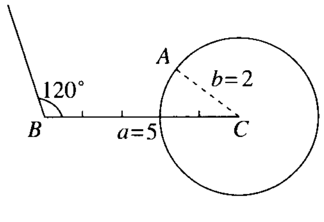


图 1-3(3)

（3）由正弦定理，得

$$\sin A = \frac{a\sin B}{b} = \frac{5\sin 120^\circ}{2} \approx 2.2.$$

因为任意角的正弦值都不大于 1，所以适合本题条件的三角形不存在，本题无解（如图 1-3(3)所示）.

（4）由正弦定理，得

$$\sin C = \frac{c\sin B}{b} = \frac{6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{3\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

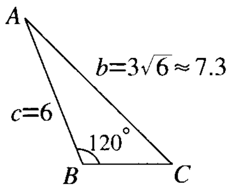


图 1-3(4)

因此　$C = 45^\circ$或$C = 135^\circ$.

因为　$B = 120^\circ$，所以　$C < 60^\circ$.

因此　$C = 45^\circ$，$A = 180^\circ - B - C = 15^\circ$.

再由正弦定理，得

$$a = \frac{b\sin A}{\sin B} = \frac{3\sqrt{6}\sin 15^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 2.2$$（如图 1-3(4)所示）.

一般地，我们把三角形的三个角和它的对边分别叫做三角形的元素．已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做解三角形.

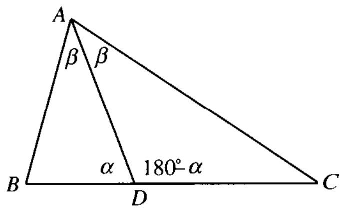


图 1-4

例 2　如图 1-4，在$\triangle ABC$中，$\angle A$的平分线AD与边BC相交于点D，求证：$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

证明：如图 1-4，在$\triangle ABD$和$\triangle CAD$中，由正弦定理，得

$$\frac{BD}{\sin\beta} = \frac{AB}{\sin\alpha}, \qquad ①$$

$$\frac{DC}{\sin\beta} = \frac{AC}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{AC}{\sin\alpha}. \qquad ②$$

①÷②，得　$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

练习A

1. 已知$\triangle ABC$，根据下列条件，解三角形（保留根号或精确到 0.1）：

   (1) $A=60^\circ$，$B=30^\circ$，$a=3$；　　(2) $A=45^\circ$，$B=75^\circ$，$b=8$；

   (3) $a=3$，$b=\sqrt{3}$，$A=60^\circ$；　　(4) $a=3$，$b=2$，$B=45^\circ$；

   (5) $b=4$，$c=4.8$，$C=75^\circ$.

2. 求证：在$\triangle ABC$中，$\dfrac{\sin A+\sin B}{\sin C}=\dfrac{a+b}{c}$.

   $\left(提示：令\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=k.\right)$

练习B

1. 已知在$\triangle ABC$中. $a=3$，$b=4$，$A=30^\circ$，求 C.
2. 应用正弦定理证明：在$\triangle ABC$中，大角对大边，大边对大角.
3. 在$\triangle ABC$中，$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 C$，求证：$\triangle ABC$是直角三角形.

探索与研究

在正弦定理中，设$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=k$. 请研究常数 k 与$\triangle ABC$外接圆的半径 R 的关系.（提示：先考察直角三角形.）

1.1.2 余弦定理

可结合课件 5103 学习余弦定理.

如果已知一个三角形的两边及其夹角，则这个三角形完全确定. 能否用正弦定理求解这个三角形呢？由于在这个三角形中找不出一条边及其对角都是已知的，因此无法直接应用正弦定理. 为了

解这类三角形，必须寻求其他途径.

在三角形 ABC 中，已知边 a，b，及$\angle C$，求边 c 的长.

如果$\angle C=90°$，那么可以用勾股定理求 c 的长；

如果$\angle C\neq 90°$，那么是否仍可以用勾股定理来解呢?

很自然的想法是构造直角三角形，以便于应用勾股定理进行计算.

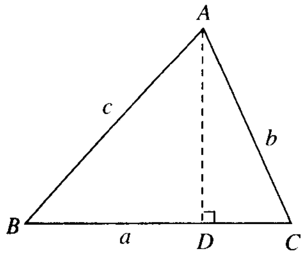


图 1-5(1)

当$\angle C$ 为锐角时(图 1-5(1))，高 AD 把$\triangle ABC$ 分成两个直角三角形 ADB 和 ADC；当$\angle C$ 为钝角时(图 1-5(2))，作高 AD，则构造了两个直角三角形 ADB 和 ADC，算出 c 的关键是先算出 AD 和 BD(或 DC).

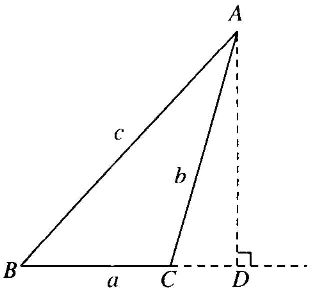


图 1-5(2)

考察向量$\overrightarrow{AC}$在向量$\overrightarrow{BC}$方向上的正射影数量：当 C 分别为锐角和钝角时，得到的两个数量符号相反；当 C 为直角时，其向量$\overrightarrow{AC}$在直角边上的正射影的数量为零. 因此，不论$\angle C$ 是锐角、钝角还是直角，都有

$$AD=b\sin C,\ DC=b\cos C,\ BD=a-b\cos C.$$

在 Rt$\triangle ADB$ 中，运用勾股定理，得

$$\begin{aligned} c^2 &= AD^2+BD^2=b^2\sin^2 C+(a-b\cos C)^2 \\ &=a^2+b^2-2ab\cos C. \end{aligned}$$

同理可得

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B,$$
$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A.$$

于是，我们得到三角形中边角关系的又一重要定理：

余弦定理 **三角形任何一边的平方等于其他两边的平方和减去这两边与它们夹角的余弦的积的两倍，即**

$$\boxed{\begin{aligned} c^2&=a^2+b^2-2ab\cos C, \\ b^2&=a^2+c^2-2ac\cos B, \\ a^2&=b^2+c^2-2bc\cos A. \end{aligned}}$$

显然，余弦定理表述了任意一个三角形中三边长与三个内角余弦之间的数量关系.

在一个三角形中，如果知道两边及其夹角的值，由余弦定理就可以求出第三边.

从以上公式中解出 $\cos A$，$\cos B$，$\cos C$，则可以得到余弦定理的另一种形式：

在 $\triangle ABC$ 中，令 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，你能通过计算 $|\boldsymbol{a}|^2=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}$，证明余弦定理吗？

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc},$$
$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca},$$
$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}.$$

应用以上结果，由三角形的三边长，可以求出三角形的三个内角.

例 1 如图 1-6，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=5$，$b=4$，$\angle C=120°$，求 c.

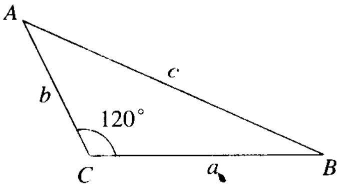


图 1-6

解：由余弦定理，得

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos 120°,$$

因此 $c=\sqrt{5^2+4^2-2\times5\times4\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\sqrt{61}$.

例 2 如图 1-7，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=3$，$b=2$，$c=\sqrt{19}$，求此三角形的其他边、角的大小及其面积（精确到 0.1）.

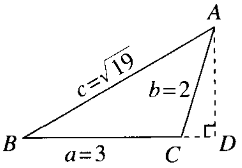


图 1-7

解：由余弦定理，得

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{3^2+2^2-(\sqrt{19})^2}{2\times3\times2}$$
$$=\frac{9+4-19}{12}=-\frac{1}{2},$$

因此 $C=120°$.

再由正弦定理，得

$$\sin A=\frac{a\sin C}{c}=\frac{3\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{19}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}\approx0.596\ 0,$$

因此 $A\approx36.6°$，或 $A\approx143.4°$（不合题意，舍去）.

因此 $B=180°-A-C\approx23.4°$.

设 BC 边上的高为 AD，则

$$AD=c\cdot\sin B=\sqrt{19}\sin 23.4°\approx1.73.$$

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times3\times1.73\approx2.6$.

例 3 如图 1-8，$\triangle ABC$ 的顶点为 $A(6,\ 5)$，$B(-2,\ 8)$ 和 $C(4,\ 1)$，求 $\angle A$（精确到 0.1）.

解：根据两点间距离公式，得

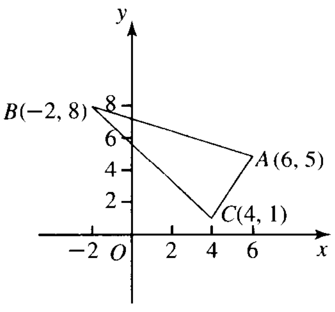


图 1-8

$$AB=\sqrt{[6-(-2)]^2+(5-8)^2}=\sqrt{73},$$

$$BC=\sqrt{(-2-4)^2+(8-1)^2}=\sqrt{85},$$

$$AC=\sqrt{(6-4)^2+(5-1)^2}=2\sqrt{5}.$$

在$\triangle ABC$中，由余弦定理，得

$$\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{2}{\sqrt{365}}\approx 0.1047,$$

因此　$\angle A\approx 84.0°$.

练习A

1. 已知$\triangle ABC$，求证：

(1) 如果 $a^2+b^2=c^2$，则$\angle C$为直角；

(2) 如果 $a^2+b^2>c^2$，则$\angle C$为锐角；

(3) 如果 $a^2+b^2<c^2$，则$\angle C$为钝角.

2. 已知$\triangle ABC$的三个角A，B，C所对的边分别为a，b，c，分别根据下列条件，求此三角形的其他边和角：

(1) $a=10$，$b=5$，$C=60°$；　　(2) $a=6$，$b=4$，$c=6$；

(3) $a=3\sqrt{6}$，$c=6$，$B=45°$.

3. 已知 $a:b:c=3:4:5$，试判断三角形的形状.

4. 已知三点$A(1,\ 3)$，$B(-2,\ 2)$，$C(0,\ -3)$，求$\triangle ABC$的各内角的大小.

练习B

1. 已知$\triangle ABC$的顶点为$A(2,\ 3)$，$B(3,\ -2)$和$C(0,\ 0)$. 求：

(1) $\angle ACB$；　　(2) AB；　　(3) $\angle CAB$；　　(4) $\angle ABC$.

2. 求证：在$\triangle ABC$中，

$$a^2+b^2+c^2=2(bc\cos A+ac\cos B+ab\cos C).$$

3. 用余弦定理证明：平行四边形两条对角线的平方和等于它们各边的平方和.

习题1－1 A

1. 根据下列条件解$\triangle ABC$：

（1）$A=60^\circ$，$B=45^\circ$，$a=3$；　　（2）$A=45^\circ$，$B=15^\circ$，$b=2$；

（3）$a=1$，$b=\sqrt{3}$，$A=30^\circ$；　　（4）$b=2.5$，$c=3$，$B=70^\circ$.

2. 根据下列条件解$\triangle ABC$：

（1）$a=2.7$，$b=3.7$，$C=82^\circ18'$；

（2）$b=12.9$，$c=15.4$，$A=42.3^\circ$；

（3）$a=1$，$b=\sqrt{3}$，$c=\sqrt{2}$；

（4）$a=2$，$b=2.5$，$c=3$.

3. 已知平行四边形$ABCD$的对角线$AC=57$ cm，它与两条邻边AB和AD的夹角分别是27°和35°，求AB和AD的长.

4. 根据下列条件解$\triangle ABC$：

（1）$a=4$，$b=4$，$c=3$；

（2）$a=2$，$b=4$，$C=45^\circ$；

（3）$a=3$，$b=2$，AB边上的中线长为2.

5. （1）已知$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4$，$|\boldsymbol{a}|=4$，$|\boldsymbol{b}|=2$，求$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$；

（2）已知$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-6$，$|\boldsymbol{a}|=5$，$|\boldsymbol{b}|=2$，求$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$.

6. 在$\triangle ABC$中，已知$\angle A:\angle B=1:2$，$a:b=1:\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的三个内角.

7. 用正弦定理证明：如果在$\triangle ABC$中，$\angle A$外角平分线AD与边BC的延长线相交于点D，则$\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{AB}{AC}$.

习题1－1 B

1. 已知$\triangle ABC$的三个角A，B，C所对边分别为a，b，c，分别根据下列条件，求$\angle C$，c，$\angle B$：

（1）$a=4$，$b=5$，$\angle A=60^\circ$；　　（2）$a=4$，$b=3$，$\angle A=45^\circ$；

（3）$a=4$，$b=2$，$\angle A=30^\circ$；　　（4）$a=4$，$b=2$，$\angle A=75^\circ$.

2. 已知$\triangle ABC$的顶点为$A(1,1)$，$B(m+4,m-4)$，$C(0,0)$，$\cos C=-\dfrac{3}{5}$，求常数m的值.

3. 已知$\triangle ABC$的顶点为$A(2,0)$，$B(-1,4)$和$C(5,1)$，求此三角形的三个内角.

4. 已知$\triangle ABC$中，$AB=4\sqrt{3}$，$AC=2\sqrt{3}$，AD为BC边上的中线，且$\angle BAD=30^\circ$，求BC

的长.

5. 已知$\triangle ABC$的顶点为$A(3,4)$，$B(8,6)$，$C(2,k)$，其中k为常数. 如果$\angle A=\angle B$，求k的值.

6. 已知四点$A(-1,3)$，$B(1,1)$，$C(4,4)$，$D(3,5)$，

(1) 求证四边形$ABCD$是直角梯形；

(2) 求$\angle DAB$、$\angle CAB$的大小.

7. 已知三角形的三边满足条件$\dfrac{a^2-(b-c)^2}{bc}=1$，求$\angle A$.

8. 在$\triangle ABC$中，已知$\sin A=2\sin B\cos C$，试利用正、余弦定理与和角公式两种方法证明$\triangle ABC$是等腰三角形.

9. 设$\triangle ABC$的面积为S，求证：

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

其中$2p=a+b+c$.

10. 已知三角形的两边和为4，其夹角为$60°$，求此三角形的最小周长.

探索与研究

平行四边形与三角形面积的计算公式

如图1-9所示. 在直角坐标系xOy中，已知$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}=(a_1,a_2)$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}=(b_1,b_2)$. 以线段$OA$，$OB$为邻边作平行四边形$OACB$. 我们常说，这个平行四边形是由向量$\overrightarrow{OA}$和$\overrightarrow{OB}$所张成的平行四边形. 我们研究的课题是：如何计算出$\overrightarrow{OA}$和$\overrightarrow{OB}$所张成的平行四边形的面积.

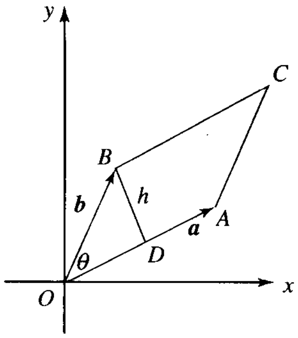


图 1-9

设$\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\theta$，$\square OACB$的边$OA$上的高为$h$，我们可以从$\square OACB$的面积

$$S=|\boldsymbol{a}|h, \tag{1}$$

推出

$$S=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\sin\theta. \tag{2}$$

我们在平面向量一章，由向量的坐标可以算出向量的长度和夹角的余弦或正弦，代入(2)，就可以得到由向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$所张成的平行四边形的面积公式：

$$S=\left|a_1b_2-a_2b_1\right|. \tag{*}$$

我们也可以用直线方程知识，算出点B到直线OA的距离h和OA的长度，代入(1)，同样可以得到上面的公式.

请同学们利用上面的提示，求证公式(*).