

線型計劃與經濟分析

Linear Programming and Economic Analysis

(上 冊)

R. Dorfman
P. A. Samuelson 著
R. M. Solow
余 國 燕 譯

線型計劃與經濟分析

Linear Programming and Economic Analysis

(上 冊)

R. Dorfman
P. A. Samuelson
R. M. Solov

余 國 豪 譯

線型計劃與經濟分析

Linear Programming and Economic Analysis

(下 冊)

R. Dorfman

P. A. Samuelson 著

R. M. Solow

余 國 燕 譯

前 言

線型計劃法究竟是新方法？還只是老方法新名字呢？它對分析經濟問題、商業問題有幫助嗎？它能解決實際問題不能？朗特公司(The RAND Corporation)是一家私營的研究公司，它的主要契約是替美國空軍部研究，它發現線型計劃法不但便於實際問題的解決，而且是個有效的分析方法。一部份的理由就在於多數典型的經濟分析，事實上正是線型計劃而已。

1951年，朗特公司和柯氏經濟研究基金會(The Cowles Foundation for Research in Economics)聯合贊助「生產與分配的活動分析」一書的出版，該書是討論線型計劃的數理和計算的；今則朗特公司再貢獻一書，着重線型計劃的經濟解釋。

雖然本書不是預備作教科書用，而是概論線型計劃與標準經濟分析的關係，但它用為研究生的經濟課程亦至為成功。希望它會滿足所有經濟學者的好奇心，從一年級研究生正學習老式的古典原理起，直到想知道新的教師們。

原 序

線型計劃乃是戰後經濟理論最主要的發展。感謝數學家、企業和國防主管、統計學家和經濟學家的共同努力，它的成長已特別迅速。然而經濟學者想知道線型計劃怎樣與傳統的經濟理論發生關聯時，苦無一本詳細的論著討論到它的許多事項。本書希望能給經濟學者對線型計劃理論，或者偶亦稱為活動分析的理論，有個概括的介紹，只要他知道現在的經濟理論，但不想是位多才、多藝的數學家。本書亦希望有助於從事實務的管理經濟學家，甚至可能的話，希望給對計劃問題有興趣，而人數正在增加的數學家們，也有幫助，俾對龐雜的現代經濟理論有所瞭解。

當初朗特公司要我們寫這本書時，曾同意避免高深的數學。我們計劃強調這問題的經濟面，對於實際的計算問題，以及重要的具體應用，雖注意但不強調。這項理論已太龐雜，逼得我們不得不有選擇，勉強決定略去許多有趣的題目和應用。例如，我們即不曾討論線型計劃在統計決策理論上的重要功用。

另一方面，我們却討論到著名的馮內依孟（John von Neumann）競賽理論與線型計劃間的廣泛關係，特別是爲了每一位經濟學家都想知道：在競賽理論和傳統的有關兩元獨佔的經濟理論間有何關係。同時，現代經濟學家會對線型計劃和現代福利經濟學之間的關係發生興趣，會對線型計劃能够透視華萊士（V. Walras）均衡的決定發生興趣，艾羅（K. Arrow）、戴勃路（G. Debreu）、麥開齊（L. W. McKenzie）等人的晚近著作完成了這方面的研究。

黎昂迪夫（Leontief）的投入產出理論曾在過去20年中有過極重要的貢獻。凡對它有興趣的學者亦可把本書作爲一本入門書來看。同樣，我們還曾廣泛討論動態的線型計劃問題，不但是爲了它本身的價值，而且是爲它與現代經濟理論裏最難的部份，亦即與各

家經濟學者的資本理論有不可分的關係。倘若我們有更多的篇幅和時間，我們當會再加一些材料，對同樣在朗特公司下由貝爾曼(Richard Bellman)提出的動態計劃法加以綜合介紹。這一新理論對經濟學家必有相當趣味，只是數學方面要比我們此地用到的更艱深。幸而貝氏已把他自己的方法出書詳論。

寫這本書所化的時間已遠超過當初的預料，主要是因我們遭遇到像當年約翰孫博士(Dr. Samuel Johnson)的朋友一樣的遭遇，據說他原希望成為一位哲學家，但「喜樂不斷來打擾」。我們呢！原想早些提出個說明，但失敗了，因為淵源問題不斷來打擾，諸如現存理論裏發現了脫節，或者分析方面出現了整個新的範疇。這方面朗特公司是特別的有耐心來等候我們的探討，並且特別的慷慨，肯把我們的研究報告分送各有關學者達幾年之久，真令我們不敢回想。但是，雖然得到各方面無數人的如此密切合作，却不必特別主張什麼新的成就。更毋庸說，本書是三位作者的全體成績，每個人都對整書負責。

由於本文裏已有附註，書末又有一張書目名單來說明本書參考的文獻，所以感謝的話可短些。但我們仍不能不提到線型計劃的理論創始人但捷先(George B. Dantzig)、塔勾(A. W. Tucker)、柯恩(H.W. Kuhn)、蓋爾(David Gale)、柯普曼(Tjalling C. Koopmans)、賈斯(A. Charnes)、華特(A. Wald)、馮芮依孟諸先生。

在朗特公司裏的許多人我們也應感謝。第一，南加州大學艾欽教授(Armen Alchian)的許多建議改進了本書的理論解釋；第二，朗特公司經濟部希智(Charles J. Hitch)主任是本書的發起人；第三，寇孝(Joseph A. Kershaw)；第四，曲來雪(Melvin Dresher)、閻塞(Reuben Kessel)和倪古思(Russell Nichols)諸先生核讀並改正了部份手稿。最後，感謝朗特公司裏的衆人長期給於方便。

一切錯誤全由我們單獨負責，但敢希望這一集體創作是個小小的例外，不被那些明知聖經譯本亦是一個委員會的集體創作，但仍一味否認任何不是個人單獨創作會有價值的人所褒貶。

陶夫曼 (Robert Dorfman)

撒母耳遜 (Paul A. Samuelson)

蘇魯 (Robert M. Solow)

線型計劃與經濟分析 目錄

譯 序	(1)
前 言	(1)
原 序	(1)
目 錄	(1)
第一章 導 論	(1)
第二章 線型計劃的基本概念	(9)
第三章 價值問題：市場的求解功能	(45)
第四章 線型計劃的代數	(73)
第五章 運輸問題	(121)
第六章 企業的線型計劃分析	(149)
第七章 企業用途：價值決定與對合關係	(189)
第八章 非線型計劃	(213)
第九章 黎昂迪夫 (Leontief) 靜態體系	(233)
第十章 黎昂迪夫靜態體系 (續)	(265)
第十一章 線型模型之動態面	(307)
第十二章 有效率的資本累積計劃	(361)
第十三章 線型計劃與一般均衡理論	(409)
第十四章 線型計劃與福利經濟學	(459)
第十五章 競賽理論要略	(491)

第十六章 線型計劃與競賽理論之間的關係 ..	(525)
附錄一 機遇、效用和競賽理論	(549)
附錄二 行列代數	(555)
附錄三 大道定理與經濟成長之效率途徑	(599)
參考書目	(639)

第一章 導 論

第一節 簡 史

任何時候、任何經濟都有一定量的生產原素，同時有許多工作要使用這些生產原素。如何分配這些生產原素以用於各項工作，一般言之，可有許多不同的方法，因之亦就有不同的結果。在這種情況之下，怎樣才算是「最好的」分配？在經濟分析中沒有再比這個研究更常見的問題了。

我們正說到一個福利經濟學上、或生產論上的基本問題。這個問題也就是線型經濟學上的問題。「線型」兩字是用來標明一樁事實：就是在這問題中的基本限制都是最簡單的數學函數式。例如其中的限制是說：任何一個生產原素用於各種生產工作的總量之和不得超過原素的可用量。在數學上，各個限制都構成一個簡單加式。

這一例子說明了經濟學上許多熟悉的問題，都可屬於線型經濟學的範疇。彷彿法國喜劇作家摩利爾(Molière)所描寫的藥且(Jourdain)先生和他的散文一樣，經濟學家已從事線型經濟學40餘年而不自知。然則何以今日要寫這一本這類题目的書呢？理由是：經濟學家直到晚近，一向忽略他們問題的線型面，認為那是當然的、無意義的、無趣味的。但是一塊被經濟學家所廢棄的頑石，到了最近10年，忽變作了巨柱。新的分析方法都靠利用經濟問題的線型特性才得開展，而且都強調這些特性。此中最流行的方法就該推線型計劃、產出投入分析和競賽理論了。

這三門線型經濟學各自分別成立，而後逐漸匯合發展。最先成立的是競賽理論。它的理論核心早在1928年便由馮芮依孟發表(註一)。但競賽理論要對經濟學發生巨大的影響，却還須遲至1944年才有「競賽理論與經濟行為」一書的刊行(註二)。簡單言之，競賽理論的基本觀念是認為：在經濟界、政治界和軍事界的衝突現象，都

可比擬為競賽理論裡兩人的競賽。在任何衝突現象裡，必有若干利害衝突的分子，而且各分子的勝敗都決定於全體分子的行為。每一分子都面臨一個問題，就是先研究他對手的行為，然後決定自己的對策。反之，他的對手當然也在研究他的行為，然後決定對付他的行為。因此，各分子都在猜測他對手將如何猜測自己的行為，以及對猜測的行為將起何種的反應。馮內依孟的重大成就便在證明：這種縱橫捭闔的相互心理反應必可獲致一定的結果。他證明：在一定假設下，每一分子可以採取作為，保證能得到一定的最小利益，或最大的損失；至於他的假設是什麼尚待討論。總而言之，當每一分子的行為保證自己獲得最小的利益時，則他已防止了他的對手獲得任何多於此最小的利益。換言之，最小的利益便是實際可得的利益，全體分子的行為和其行為的結果因此是固定的。

這一理論的經濟意義極為明顯。寡頭壟斷所引起的不確定性有了解決的希望，如果經濟環境能合乎馮內依孟的假設。它的軍事意義亦極明顯。最後並發現它與統計理論亦有影響。自1944年起，競賽理論便在這三方面有日新月異的應用。

投入產出分析是二門線型經濟學中出現的第二門。黎昂迪夫在1936年初次發表了這一方法的明白說明（註三）。繼而在1941年復加以完整的說明（註四）。投入產出分析是建立在一種觀念上，認為現代經濟中有一大部份的勞動力是用在中間財貨的生產上，並且中間財貨的產出與最終財貨的產出間有着密切的關聯。任何最終產物，例如汽車的產出，如有改變，則生產該最終產物所需的各種中間產物，如銅、玻璃、鋼等的產出，包括汽車本身的產出，都將有所改變，也即用以生產該最終生產物的一切財貨的生產都要有所改變，如此循環不已。

投入產出分析原來是完全以閉鎖的經濟體系做研究對象的，也即體系內的一切產物都是中間財，連消費財都被當做是生產個人勞務的中間財。在這樣一個體系內，各種生產物的產出如果相抵，或

即各種生產物的產出如恰等於生產其他財貨所需的投入需求時，均衡便告成立。這一均衡和均衡成立時的價格關係便是黎昂迪夫的第一目標。

隨着二次大戰的爆發，興趣轉到黎昂迪夫模型的另一種觀點。照這種新的觀點，最終的需求就認為是由外界決定，而投入產出分析只用以求出各經濟部門的活動水平，以符合已定的最終需求型態。例如康斐特 (Cornfield)、莫文司 (Evans) 和霍芬貝 (Hoffenberg) 三人曾先假定一種最終需求的型態，然後計算各部門的就業水平，並據以計算就業總量 (1946)。黎昂迪夫亦曾估計對外貿易的盛衰對國內各部門經濟活動的影響 (1947)。投入產出分析當然還可用於動員計劃和經濟開發計劃 (1948)。

三門線型經濟學中最晚出現的是線型計劃。線型計劃是由但捷先 (George B. Dantzig) 於1947年創立，用以設計美國空軍的各種活動 (註八)。但捷先所要解決的問題與黎昂迪夫的研究有極重要的類似處。在任何作業期間，空軍部都有若干目標待完成，它的採購、委任、保養、訓練等各種活動都是為達成那些目標。空軍部計劃中的這些目標與活動，其關係正彷彿是黎昂迪夫模型中各種最終生產物與各個企業部門的產出間的關係。無論在前者或在後者，都是一種目的和手段的關聯。不過，在黎昂迪夫的方案內，各部門只有一種產出水準能符合特定的最終生產物型態，而在空軍部的計劃內，或在任何類似機關的計劃內，通常會發現有若干不同的計劃都能達成指定的任務。這是但捷先問題的新奇處，所以才需要一個標準來決定這些計劃中那個最好，同時需要一套方法，去實際找出這最好的計劃。

這種問題就是經濟學上同一熟悉的求極大、極小一類問題。傳統的解法是：先成立一個生產函數，然後決定生產辦法，一方面達到所需的產出，同時又化最少的成本，或者再滿足一些其他的標準。這種辦法不能適用在空軍部或任何其他部門林立的機關，因為無

法確定一個全軍的生產函數，作為最終生產物和原始投入間的關係式（註九）。所以必須研究若干（也許很多）互相有關的部份生產函數，每一部份生產函數代表該機關中的一種活動。線型計劃法便是來處理這類問題。

空軍部的線型計劃問題刺激起兩條發展道路。一是應用這項技術到其他管理設計上去（註十），在這方面領頭的是卡尼基理工學院（Carnegie Institute of Technology）的一批人。二是許多經濟學家，也許以柯普曼為首，開始探討這項新方法對一般經濟理論的意義（註十一）。本書亦屬於這一方向。我們認為線型計劃是經濟分析的一種有彈性、有力的工具，並且希望下面的應用會證實我們的立場。

這是三門線型經濟學。投入產出分析和線型計劃間的關係是顯而易見的。產出投入分析可以看做是線型計劃的一種特殊情形，就是最終生產的型態一旦決定後，便無選擇的餘地。

這兩門線型經濟學與競賽理論間的關係比較模糊。的確，凡讀完我們對此三項技術所處理的問題的簡介後，真會奇怪它們之間會有任何關係，而且在歷史上，直到三種個別的問題和它們的解答都被知道後，它們間的關係還許久看不出來。它們間的關係殆在於線型計劃和競賽理論有一致的數學結構。這豈是偶然的嗎（註十二）？也許不值得去找經濟上的理由。我們若以競賽理論和線型計劃只是應用同一門數學——同是應用一階不等式的分析——而且若知這門數學在經濟學內、經濟學外還有許多別的用途時，則它們之間的關係或者便可減少神秘性，正如投資的複利增值與馬爾薩斯人口增殖間的關係完全一樣。

註一：見“Zur Theorie der Gesellschaftsspiele” *Mathem. Annalen*. 100: (1928) 295-320。

註二：係 John von Neumann & Oskar Morgenstern 所著 Princeton University Press, Princeton, N.J. 發行，1944年初版、1953年三版。

註三：見 W. W. Leontief, "Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States", *Review of Economic Statistics*, 18: (1936) 105~128。

註四：見 W. W. Leontief, *The Structure of American Economy* 1919~29, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1941 2nd ed, Oxford University Press New York, 1951。

註五：見 J. Cornfield, W. D. Evans, & M. Hoffenberg 著： "Full Employment Pattern, 1950" *Monthly Labour Review* 64: (1947) 163~190, (1947) 420~432。

註六：見 W. W. Leontief 著 "Exports, Imports, Domestic Output and Employment" *Quarterly Journal of Economics*, 60: (1946) 171~193。

註七：例如 H. B. Chenery & K.S Kretschmer 著有 "Resource Allocation for Economic Development" *Economica*, 24. (1956) 365~399。

註八：基本論文已私下傳閱多年，後收在 T.C. Koopmans 編輯之 *Activity Analysis of Production and Allocation* John Wiley & Sons, Inc., New York, 1951 一書中第 339~347 頁，題為 "Maximization of a Linear Function of Variables Subject to Linear Inequalities"。

註九：這一段話稍欠過份。全軍的生產函數非是絕對無法確立，不過它的確立必先假定機關內部各部門的作業水準有其固定的關係。這無異是說：問題棘手的地方已經解決。可見問題的核心還是在確定全般的生產函數，這也正是一般經濟分析的初步工作。

註十：其典型例子可見：A. Charnes, W. W. Cooper, & B. Mellon, "Blending Aviation Gasolines: A Study in Programming Interdependent Activities in an Integrated Oil Company." *Econometrica* 20: (1952) 135~159。

註十一：關於這方面的著述可看 T. C. Koopmans 編 *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley and Sons, Inc, New York, 1951。尤以柯普曼之第三章，戴母耳遜之第七章，及喬吉斯 (Georgescu Roegen) 之第十章為主。

註十二：應用數學上極多這種偶然。舉個物理學的例子：大家知道力學的平行四邊形原理可用於：(1) 力學上求並力的結合；(2) 電學上求交流電受電阻、電感等影響後的電流和位相(即定時)。這是不過偶然而已；這兩類問題在物理學上毫無關係，雖然數學上是一致的。

第二節 本書大綱

線型計劃是線型經濟學的核心，我們亦將先予說明。第二章即介紹線型計劃的基本概念和假定，並舉兩個例題作解釋。一是家政學上的例題，一是國際貿易理論上的例題。分配問題和價格問題不可分離的事實不但見於線型計劃，而且見於其他方式的經濟分析。線型計劃如何決定價格的問題便在第三章中說明。

第二、三兩章是線型計劃的主要觀念；第四章則繼續說明線型計劃問題的數學性質和其實際的解法。第四章比較專門，並且可以略去，因為它並未加入新的經濟概念。不過，對實際解法感到興趣的讀者會發現它是不可少的一章。

第五章介紹線型計劃的一個應用，非常簡單但非常重要。這是這樣一個問題：設某種統一的商品，在許多地方生產而且在許多地方消費，再假定每個消費地的總需求和每個生產地的總供給都已知，現在要問：每個消費地應向每個生產地購買多少？才使全體需求都得滿足，而同時又化最小的運輸總成本。這一「運輸」問題，或「訂貨」問題，不但本身饒有趣味，並且含有極具價值的一般理論在內。

在第六章中，線型計劃法被用到競爭的企業理論上。結論則與邊際生產的原理相呼應。不過我們前面提過：邊際原理引用籠統的生產函數概念，包羅企業的全部活動。但在有多種產品，有多種生產過程的企業，應以研究許多部份生產函數為便。第七章討論到某一競爭企業對所用各種原料的價值歸屬問題。

第六、第七兩章限於競爭性的企業，因為它含有一個線型假定。只在競爭性的企業，總收益才是銷售量的線型函數，也就是等於該業全部商品銷售量乘上單價後的總和。但在不完全競爭時的企業，收益和銷售量間的關係要比較複雜；事實上，它不成為線型的。第八章討論這類企業的分析，以及解除線型計劃中若干線型假定後

的問題。

投入產出分析繼之而起。投入產出的基本系統列在第九章中加以說明和討論。第十章是對這類體系作更專門的討論。凡不善數學的讀者可忽略之。它討論的問題，比第九章的問題更難解釋，包括考慮黎昂迪夫最強的假定，即每一經濟部門的產出，只有一種結合辦法，將生產因素和原料的投入結合起來。

第十一章及十二章將投入產出模型擴大為動態，也即加入接續的時期，並與資本理論相結合。在這兩章中，同樣以前一章主要討論概念，以後一章討論更困難、更專門的問題。這也幾乎是本書唯一的地方，我們的研究與前人發表的結果有點衝突。我們前面曾經提到：在黎昂迪夫的靜態體系內，只有一組產出水準可以生產特定型態的最終生產物。所以最終生產物的型態一旦決定，各部門的活動水準便無選擇餘地。黎昂迪夫曾經擴大他的體系變成動態化，同時又保存這種充分決定的特徵。我們認為：由於有了中間生產物和最終生產物有盤存的可能性，必然帶來選擇，所以黎昂迪夫的分析忽略了經濟動態的重要一面。不過我們不能在此詳論，必須等到十一章裡再說。這幾章又提供若干新標準，以判別動態的經濟效率觀念，對於競爭市場的動態作業，也有新的結論。

頗為奇怪的是：線型計劃居然是最有效的方法，解決了華萊士及其後人所未解決的一般均衡問題。在什麼條件下，經濟界會有一個均衡位置？且其中的價格和產出會無負債？在什麼條件下，這個均衡位置才是獨一無二的位置？華萊士生前的技術環境不允許他對這些問題提出滿意的答案。利用線型計劃的解決辦法便放在第十三章。線型計劃還證明是個方便有效的方法，好求福利經濟學的基本理論。第十四章便是討論這些。

最後兩章討論競賽理論。第十五章討論競賽理論應用在經濟問題上的基本概念，並討論一些競賽問題實際求解的方法。第十六章完全討論競賽理論和線型計劃的數學關係。

競賽理論對效用可以測量的依賴也值得討論，尤其鑒於效用能否測量與經濟學有無影響的問題，向來是老的爭論。附錄一討論這個問題。

讀者將立刻感到，線型經濟學要時刻用到行列代數。本文裡面，幾乎完全避免行列出現。不過為幫助讀者希望多瞭解一些行列起見，乃加上附錄二來討論行列代數。雖然是附錄，仍希望不是無用的累贅。