建築力學

下冊

金寶楨編譯

龍門聯合書局出版

建築力學

下冊

金寶楨編譯

龍門聯合書局出版

前　　言

我國各高等工業學校自從進行了教學改革以來，教師們都已逐漸地體會到蘇聯教育的先進性和優越性；因而在教學組織、教學方法和教學內容各方面，大家都在積極地學習蘇聯，來提高教學質量，以便保證培養出合乎一定規格的技術幹部。毫無疑問，這種教學改革工作的實施，乃是推動祖國經濟建設事業發展的一個重要環節。在整個教學改革工作中，關於教學內容的改革，也就是按照設置的專業採用相當的蘇聯教材，而不再使用以英美資產階級教育內容爲基礎的教材，更是教師們所經常努力、並已獲得了顯著成績的。

本書是參考下列的蘇聯教材編譯的：

И. М. РАБИНОВИЧ: КУРС СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ, 1950.

И. М. РАБИНОВИЧ: СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ, 1947.

А. В. ДАРКОВ и В. И. КУЗНЕЦОВ: СТАТИКА СООРУЖЕНИЙ, 1951.

И. П. ПРОКОФЬЕВ: ТЕОРИЯ СООРУЖЕНИЙ, 1947.

Б. Н. ЖЕМОЧКИН и Д. Н. ПАЩЕВСКИЙ: СТАТИКА СООРУЖЕНИЙ, 1950.

А. И. ДЫХОВИЧНЫЙ: СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА, 1953.

Н. Л. КУЗЬМИН, В. Г. РЕКАЧ и Г. И. РОЗЕНБЛАТ: СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ СООРУЖЕНИЙ, 1950.

筆者在編譯時，在取材方面曾參考了蘇聯關於土建專業的建築力學教學大綱(第一部分及第二部分)，以不超出一般的教學內容爲度，並插進祖國的一些材料；在敍述及編排程序方面，曾注意到科學的系統性與完整性；在譯筆方面，則力求明白易解，儘可能地做到信與達。此外，

在每章之末基本上都選列了習題若干則，並酌附答案，以供教學的參考。

應當指出，建築力學是爲生產建設服務的。在祖國正進行有計劃、大規模經濟建設的今日，更提高了對這門課程的要求、增加了它的重要性。在工業、民用、水利和運輸等建設事業中，都需要建築物的計算與設計；而且這些建築物無論在尺度方面、荷儎方面、架設方面以及應力分析的複雜程度方面，都將給建築力學提出了新的任務，同時也就豐富了它的內容和促進了它的發展。我們相信，建築力學這門科學一定會跟着祖國的生產建設並肩地向前發展的。

本書的教學對象是大學本科土建方面的專業，特別是工業與民用建築專業。按照本書（卽建築物靜力學）的內容分量來說，比在普通規定學時內所能講的還要多些；例如本書上册的材料至少可供講 55 學時之用，但實際上能分配到講授靜定結構部分的時間最多亦不過 45 學時而已。因此，究竟需要刪減那些部分，可由教師們根據專業的性質來決定。本書除可採作教本外，亦可用作土建技術人員的參考書。

本書暫分爲上下二册出版；上册講靜定結構部分及擋土牆的計算，下册講超靜定結構部分。本來，筆者爲提高教學質量並適應教學上的需要，曾在南工爲所任結構力學一課印發了講義，本書就是把這講義加以修訂和補充而成。很顯然地，要想做好一件編譯工作，在外文、中文、業務與政治各方面都需要相當高度的水平，可是筆者對於這幾方面都是不夠好的。因此，筆者很希望教師們和讀者們對於本書提出寶貴的意見，以便作爲修正的南針。

金寶楨　一九五三年十二月於南京工學院

下册目錄

第一章　彈性力的功及建築物的變位

1-1. 前　言

有很多的靜定建築物在設計時不僅需要求出其中的內力，同時還需要求出爲外儎所引起的彈性變位。

爲了分析超靜定系統，就需要建立形變方程式，其中將包含着某種變位，被偉大的俄國學者 M. B. 羅莫諾塞夫所創出的能量守恆定律乃是計算建築物變位所用一般方法的理論基礎。

我們將先討論一下建築物的外功和內功，然後再行研究如何用各種方法來解求建築物的變位。

1-2. 外　功

外功即加到建築物上的外力所做的功。逐漸地和輕輕地(以後簡稱靜止地)加到建築物上而不在其中產生振動的荷儎叫做靜儎。

作爲一個具體的例子，我們將考慮下面一種情況，就是把 P 力靜止地加到一個懸臂梁的自由端，示如圖 1-1。爲此，梁上受到 P 力的作用應當從零值開始，經歷無限長的時間而達至其最後值。不過實際上，當遭受形變的質量所產生的慣性力遠較加在建築物上其他各力爲小時，就不妨把荷儎 P 當作靜儎看待。在此情況下，就可以忽略慣性力的存在並且可以認爲在任一時刻建築物上的外力將與其內部的彈性力維持平衡。這就是說，建築物的彈性靜止平衡發生了。

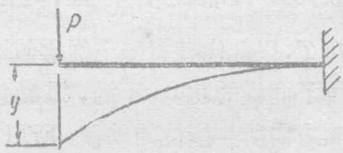

圖 1-1

目前所談的彈性變位是假定和引起這變位的荷儎成正比；因此，撓度 y_x 和 P_x 力之間的關係可用下式示之:

$$y_x=\alpha P_x, \tag{1-1}$$

其中的 α 示建立靜儎 P_x 與變位 y_x 間關係的一個常數*。在如圖 1-1 所示的情況下，對於正在 P 下的變位，則得 $\alpha=\frac{l^3}{3EJ}$，此處 l 示梁的跨徑，J 示梁截面的慣矩，E 示材料的彈性模數。

命 y 示相當於 P 力達至最後值時變位 y_x 的最後值，設求 P 力經過梁端變位 y 所做的功。為此，可假想整個的變位 y 是由無限的微分變位 dy 所組成。當撓度發生的當兒，在微分撓度 dy 內可取 P_x 為一常數(卽略去 dP 的影響)，這樣可以列出微分功的式子如下：

$$dT=P_x dy.$$

將上式在極限 $y_x=0$ 至 $y_x=y$ 內積分之，同時並用式 (1-1) 中 y_x 與 P_x 的關係，則得靜儎 P 所做的總功為

$$T=\int_0^y P_x dy=\int_0^y \frac{y_x}{\alpha} dy=\frac{y^2}{2\alpha}=\frac{Py}{2},$$

卽
$$T=\frac{1}{2} Py. \tag{1-2}$$

上得的結果較之不變力 P 與變位 y 所做的功有係數 $\frac{1}{2}$ 之差，這是由於力的逐漸增加和力與建築物形變之間的直線關係所致。從這個係數我們可以假想有一個平均值等於 $\frac{P}{2}$ 的不變力經過變位 y，而完成了功 T，以此代替實際上從零值增至最後值 P 的變力 P_x 經過變位 y 而完成了同樣的功。不過，這裏必須指出，因為功的數值是決定於力和在其方向所生變位的乘積，所以在任何情況下 y 必須是力作用點的實際變位在此力方向的投影。例如，當 P 力作用於與水平軸成一 α 角的方向時(圖 1-2)，則所用的變位 y 應當是 a 點的實際變位 aa_1 在 P 力方向的投影 ab。

當一個具有轉矩 M 的集中力偶加到一個系統時，則功的式子可用

---

* 凡屬於這種變位與荷儎成正比的彈性系統以後將簡稱為彈性系統。

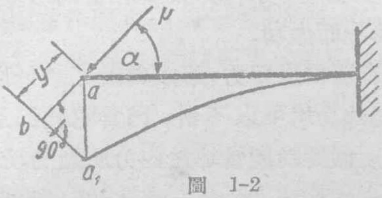

圖 1-2

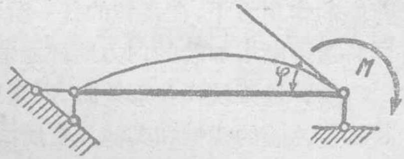

圖 1-3

類似的方式得出。在此情形下，就需要選取相當於集中力偶的變位。很明顯地，這種變位將是力偶所作用於那個截面的轉角。例如，當一個彎矩靜止地加到一個簡支梁的一端時，示如圖 1-3，則此彎矩所做的功為

$$T=\frac{1}{2}M\varphi, \tag{1-3}$$

其中的 φ 示彎矩 M 所加到梁的那個截面的轉角。

這樣，當一個力靜止地加到任一彈性的建築物時，則此力所做的功可由此力最後值的一半與其相當變位的最後值之乘積示之。為了概括上得的結論，以後我們可以把"力"這個名詞了解為加到一個彈性系統上的任何作用，就是說這個作用不僅可以代表一個集中力，而且也可代表一個彎矩或代表一種的均佈荷載（其強度可具有一種改變的規律），甚至可以代表上述各種作用的任意組合。

同時，"變位"這個名詞亦可具有概括的意義，它所代表的變位必須是"廣義的力"所能做功的那種變位。相當於集中力的變位是一線位移；相當於彎矩的變位是一角位移；相當於由一系列荷載所組成的"廣義的力"的變位則為一種"廣義的變位"。

總之，必須注意，以上所述只能正確地適用於那樣的彈性系統，即其中所產生的形變是很小的。

1-3. 內功（位能）

內功是存在於系統裏邊的"力"所做的功。我們將要考慮一種由一個或數個桿件所組成而受有任何"廣義的"靜載的彈性系統。在此

荷儎的作用之下,在系統的任一截面上就產生了內力及其相當的形變,同時這逐漸增加着的內力將經過這形變而做功。

當彈性系統產生形變時,則用以克服內摩阻力,形成與散失熱量以及改變物體的磁性和其他性質所消耗的功均可以不計,因爲它們都是很小的。 根據能量守恆定律,外力所做的功應當等於內力所做的功。因此,在去掉荷儎之後,物體可以完全恢復到它的原有形狀和尺度;在此恢復的過程中,內力所做的功乃等於外力早先所消耗的功。

由此可見,彈性物體好像具有儲藏和聚集能量的能力。 人們把這種能量叫做形變的位能,普通以字母 U 示之。

爲了建立解求位能 U 的公式,我們將在桿軸的垂直方向作兩個相距爲 ds 的截面,於是從這桿件中取出一個微分原素,示如圖 1-4。 在一般情況下,作用於這樣一個原素上的力計有軸心力 N,彎矩 M 和剪力 Q。我們將要考慮這三種力中的每一個力對於原素 ds 的個別影響。

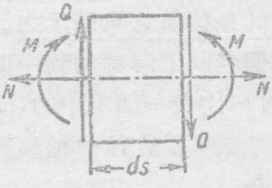

圖 1-4

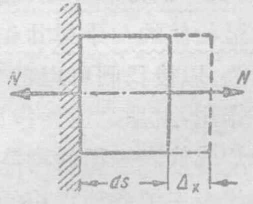

圖 1-5

只受有軸心力 N 作用着的原素 ds 如圖 1-5 所示。如果把這原素的左端截面當作不動的,即作爲固定端看待,則其右端截面在軸心力 N 的作用下將向右發生位移,其大小爲

$$\Delta x=\frac{Nds}{EF},$$

其中的 EF 示桿件截面的抗拉(或抗壓)剛度。 逐漸增加着的力 N 經過這個變位所做的功爲

$$dU_N=\frac{1}{2}N\,\Delta x=\frac{N^2ds}{2EF}. \tag{1-4}$$

只受有彎矩 M 作用着的原素 ds 如圖 1-6 所示。如果把它的左端截面當作固定端，則此原素兩極端截面之間的相對轉角顯然等於其右端截面的轉角，即按照下式所算出的角 $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi=\frac{Mds}{EJ},$$

其中的 EJ 示桿截面的抗撓剛度。逐漸增加着的彎矩 M 經過這個角位移所做的功爲

$$dU_M=\frac{1}{2}M\Delta\varphi=\frac{M^2ds}{2EJ}. \qquad (1-5)$$

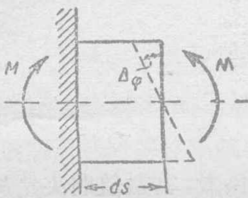

圖 1-6

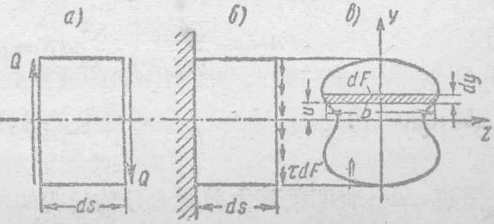

圖 1-7

只受有剪力作用着的原素 ds 如圖 1-7 所示。今先固定其左端(圖 1-7 б)，然後在其右端截面上加上由剪力 Q 所產生的並在撓曲時按照下式變化着的剪力:

$$\tau\, dF=\frac{QS}{Jb}dF,$$

其中 dF —位於原素 ds 的極端截面上並距慣性主軸爲 y 的狹條面積(如圖 1-7 в 中的陰影部份所示);

S —截面中位於狹條以上(或以下，當狹條在 Z-軸以下時)那一部分面積對於 Z-軸的靜矩。

同樣兩個纖維的相對直線位移，其中一個屬於原素 ds 的左邊而另一個屬於其右邊，將等於這右邊纖維的絕對位移(因爲其左邊是假定固定着的)，其大小可用下式求之:

$$\gamma ds=\frac{\tau\, ds}{G},$$

其中 γ 示相對的位移角。所以,作用於微分面積 dF 上的剪力 τdF 經過這個位移 γds 所做的功可由下列的乘積求之:

$$\frac{1}{2}\tau dF\cdot\gamma ds.$$

今將上式在整個截面 F 的極限內進行積分,則得在原素 ds 內產生剪形變的剪力所做的總功為

$$dU_Q=\int_F\frac{1}{2}\tau dF\cdot\gamma ds=\int_F\frac{\tau^2 ds dF}{2G}=\int_F\frac{Q^2S^2}{J^2b^2}\cdot\frac{ds}{2G}dF,$$

即
$$dU_a=\frac{Q^2 ds}{2GJ^2}\int_F\frac{S^2}{b^2}dF=\mu\frac{Q^2 ds}{2GF}, \tag{1-6}$$

上式中的
$$\mu=\frac{F}{J^2}\int_F\frac{S^2}{b^2}dF; \tag{1-7}$$

在這裏,μ—表明截面內剪應力分佈情况的無名係數,其數值將決定於截面的形狀;

GF—桿件橫截面的抗剪剛度。

今以 Δy 代表 $\dfrac{Qds}{GF}$,則 dU_Q 可用下式示之:

$$dU_Q=\mu\frac{1}{2}Q\Delta y,$$

其中的 Δy 示當原素 ds 兩端截面內的剪應力 τ 均為均佈而大小等於 $\dfrac{Q}{F}$ 時這兩個截面的相對位移。

如求屬於矩形截面的係數 μ,必須記着:

$$F=bh;\ J=\frac{bh^2}{12};\ S=\frac{b}{2}\left(\frac{b^2}{4}-y^2\right);\ b=\text{常數},$$

將以上各值代入式(1-7)後並進行積分,則得 $\mu=1.2$。

當截面為圓形時,則得

$$\mu=\frac{32}{27}.$$

對於具有工字形截面的梁,其係數 μ 可用下列的近似式求之:

$$\mu=\frac{F}{F_{cm}},$$

其中的 F_{cm} 示此種截面腹部的面積。

當軸心力 N,彎矩 M 和剪力 Q 同時作用於原素 ds 之上時,則這些力中的每一個力經過被其餘任一力所產生的形變都不能做功。 因此,原素 ds 內由於形變所產生的位能應等於下列各項位能之和:

$$dU=dU_N+dU_M+dU_Q=\frac{N^2ds}{2EF}+\frac{M^2ds}{2EJ}+\mu\frac{Q^2ds}{GF}. \tag{1-8}$$

先將桿件內所有內力及截面剛度須作連續改變的每一部分的 dU 進行積分,然後將屬於所有各部分及各桿件的結果加起來,卽可得出用於解求任何彈性系統整個位能的公式如下:

$$U=\sum\int_0^s\frac{N^2ds}{2EF}+\sum\int_0^s\frac{M^2ds}{2EJ}+\sum\int_0^s\mu\frac{Q^2ds}{2GF}. \tag{1-9}$$

符號 Σ 表示積分的進行必須包括系統的所有桿件的所有部分。同時,還應當記得,寫在積分號內的 N, M 和 Q 等力都是變數,它們都必須表示成從所選的某一桿件之起算截面至此桿件任一截面之距離的函數。 從上得位能式子的分析,可以得出下述的結論:

1．位能總是具有正號,因爲在其公式內所有內力 N, M 和 Q 都是二次方。

2．位能是各內力的二次函數,同時它也是各項形變的二次函數,因爲形變是與內力成正比的。

3．由一羣的力所產生的位能並不等於各個力單獨作用時所產生的各位能之和;換句話說,我們不能把力的疊加原理應用於位能的解求。 這是因爲:位能乃決定於內力 N, M 和 Q 的二次方,而這些內力之和的二次方並不等於它們每個二次方之和。

4．位能的大小並不決定於施加荷儀的次序,而只決定於彈性系

統的最後狀態。

為了說明上述的結論 3，今考慮三種情況把靜儎加到如圖 1–8 (a) 所示的桿件上，卽：1) 只將 P_1 一個力加上（圖 1–8 б）；2) 只將 P_2 一個力加上(圖 1–8 в)；及 3) 同時將 P_1 和 P_2 兩個力加上(圖 1–8 г)。

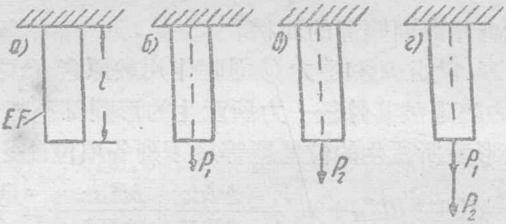

圖 1–8

從上得解求位能的公式，可知這桿件在第一和第二兩種載荷情況下的位能各等於：

$$U_1=\frac{P_1^2l}{2EF}\,;\ U_2=\frac{P_2^2l}{2EF}.$$

在上述第三種載荷情況下的位能等於

$$U_3=\frac{(P_1+P_2)^2l}{2EF}=\frac{P_1^2l}{2EF}+\frac{P_2^2l}{2EF}+\frac{P_1P_2l}{EF}.$$

如果把 U_3 跟 U_1+U_2 對比一下，立知當 P_1 和 P_2 單獨作用時的位能之和並不等於它們一起作用時的位能。 在目前情況下，

$$U_3=U_1+U_2+\frac{P_1P_2l}{EF}.$$

為了領會上式中最後一項的物理意義，今將 P_1 和 P_2 兩力按照以下次序靜止地加到桿件上。 先把逐漸增加着的 P_1 力加上去，一俟 P_1 達至其最後值時，再將 P_2 力靜止地加上，則此時桿件的下端截面將與 P_1 一起由於 P_2 而額外的發生一個等於 $\frac{P_2l}{EF}$ 的變位。

因為在 P_2 逐漸增加的過程中 P_1 力保持為一常數，所以 P_1 將經過這個被 P_2 所產生的變位而做了功，其大小等於

$$P_1 \cdot \frac{P_2 l}{EF}.$$

由此可見，在 U_3 式中的 $P_1 \dfrac{P_2 l}{EF}$ 一項乃是 P_1 力經過 P_2 力在前者方向所生變位而做的功；或者也可以說如果把力的施加次序變換一下，它是 P_2 力經過 P_1 力所生變位而做的功。

這樣，當決定彈性系統的位能時，實際上是不能應用力的疊加原理的，因爲如果這樣做，將要漏掉一項應當考慮的由一個力經過另一力所生變位而做的功。

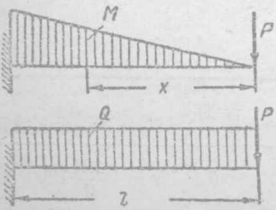

圖 1-9

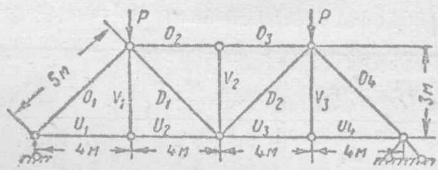

圖 1-10

例題 1-1. 圖 1-9 示一懸臂梁，其截面爲一矩形，寬與高各爲 b 與 h，其自由端受一集儎 P。試求此梁內所集蓄的位能。

〔解〕 因已知荷儎 P 與梁軸垂直，故在梁內無軸心力，而只有彎矩 M 與剪力 Q。對於距自由端爲 x 的任一截面，則得

$$M_x = -Px;\quad Q_x = P.$$

將以上 M_x 和 Q_x 代入式(1-9)，同時記着屬於矩形截面的 $\mu=1.2$，則得

$$U=\frac{1}{2}\int_0^l \frac{M_x^2 dx}{EJ}+\frac{\mu}{2}\int_0^l \frac{Q_x^2 dx}{GF}=\frac{P^2 l^3}{6EJ}+\frac{\mu}{2}\cdot\frac{P^2 l}{GF}=\frac{P^2 l^3}{6EJ}+\frac{3P^2 l}{5GF}.$$

又因 $G\approx 0.4E$, $F=bh$ 及 $J=\dfrac{bh^3}{12}$，將此代入上式，經化簡後得

$$U=\frac{2P^2}{E}\cdot\frac{l^3}{bh^3}\left[1+\frac{3}{4}\left(\frac{h}{l}\right)^2\right], \tag{1-10}$$

上式右邊大括弧內的第二項表示剪力對於 U 的影響。設梁的深度與其跨徑之比爲 1/5（實際上很少遇到較此更大的深度），則