



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材
国家级精品课程主讲教材与实验设备

计算机组成原理 试题解析

(第五版)

白中英	戴志涛	主编
王智广	张天乐	编著
	李小勇	
	王克义	主审

第三版 2005年国家级教学成果二等奖

.05

 科学出版社

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材
国家级精品课程主讲教材与实验设备

计算机组成原理 试题解析

(第五版)

白中英 戴志涛 主编

王智广 张天乐 李小勇 编著

王克义 主审

科学出版社

北京

TP301
B158-2.05

内 容 简 介

本书是《计算机组成原理(第五版·立体化教材)》的配套教材,提供了“计算机组成原理”课程的典型题解 800 余题,分为选择、填空、计算、证明、分析、设计六大类型,以及硕士生入学考试辅导。所选习题少而精,具有概念性、思考性、启发性,并给出参考答案。

本书是计算机学科大类专业本科生、大专生的必读教材,尤其对硕士研究生入学考试、计算机专业成人自学考试、全国计算机等级考试 NCRE(四级)复习来说,特别实用有效,有很强的指导性。

图书在版编目(CIP)数据

计算机组成原理试题解析/白中英,戴志涛主编.—5 版.—北京:科学出版社,2013

(“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材·国家级精品课程主讲教材与实验设备)

ISBN 978-7-03-037237-6

I. ①计… II. ①白…②戴… III. ①计算机组成原理-高等学校-题解
IV. ①TP301-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 059196 号

责任编辑:陆新民 余 江/责任校对:郭瑞芝

责任印制:闫 磊/封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏杰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013年3月第 五 版 开本:787×1092 1/16

2013年3月第 29 次印刷 印张:13 插页:1

印数:229 701~236 000 字数:300 000

定价:26.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

第五版前言

本书是“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。

“计算机组成原理”是计算机学科大类专业的重要专业基础课程,又是一门实践性很强的课程。实践出真知,实践出人才。实践理念对创新人才培养来说太重要了!

2500年前,中国伟大的教育家孔子说过一句名言:“学而时习之,不亦乐乎!”

任何理论的学习,只有通过实践环节才能融会贯通。实践环节包括学生完成习题、实验、课程设计。为了配合理论教学,同时为了对硕士研究生入学考试进行辅导,在出版《计算机组成原理(第五版·立体化教材)》的基础上,我们又出版了这本《计算机组成原理试题解析(第五版)》。本书提供了“计算机组成原理”课程的典型题解800余题,分为选择、填空、计算、证明、分析、设计六种类型。所选习题少而精,具有概念性、思考性、启发性,并给出参考答案。但不束缚学生的创造性,鼓励学生一题多解。其次,习题设计有不同的广度和深度,以适用于本科、大专两个层次的教学。作者倡导学生在理解的基础上灵活自如地掌握800道题解,并能独立做实验和课程设计,这样一定会学好这门课程。

本书是北京邮电大学计算机学院、中国石油大学信息学院、华南理工大学计算机学院、清华大学科教仪器厂多位教师的合作结晶。

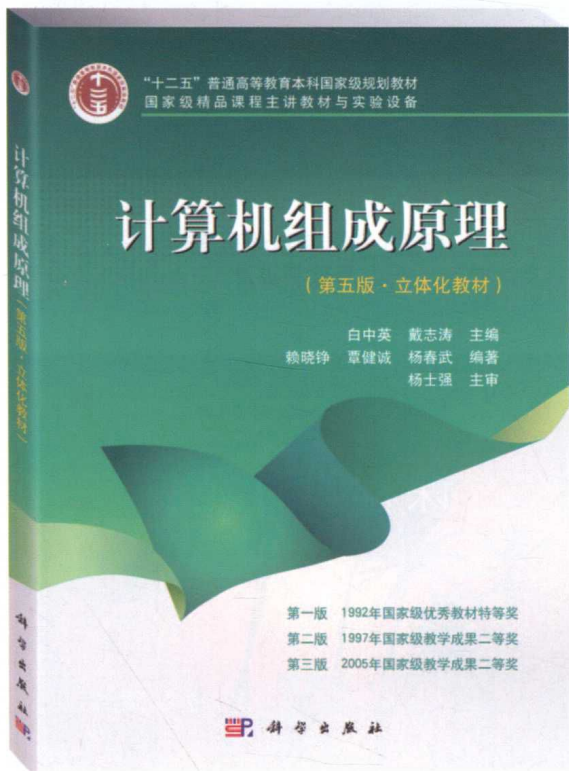
参加本书编写和CAI课件、自测试题库、习题答案库研制工作的还有赖晓静、覃健诚、杨春武、冯一兵、李楠、倪辉、杨秦、白媛等老师,以及研究生吴琨、李贞、张振华、刘俊荣、宗华丽、李姣姣、胡文发、王晓梅、王坤山、崔洪浚、王玮、吴璇、杨孟柯等,限于幅面,封面上未能一一署名。

本书由北京大学信息学院王克义教授主审。出版过程中得到了科学出版社的大力支持。在此作者一并表示衷心感谢。

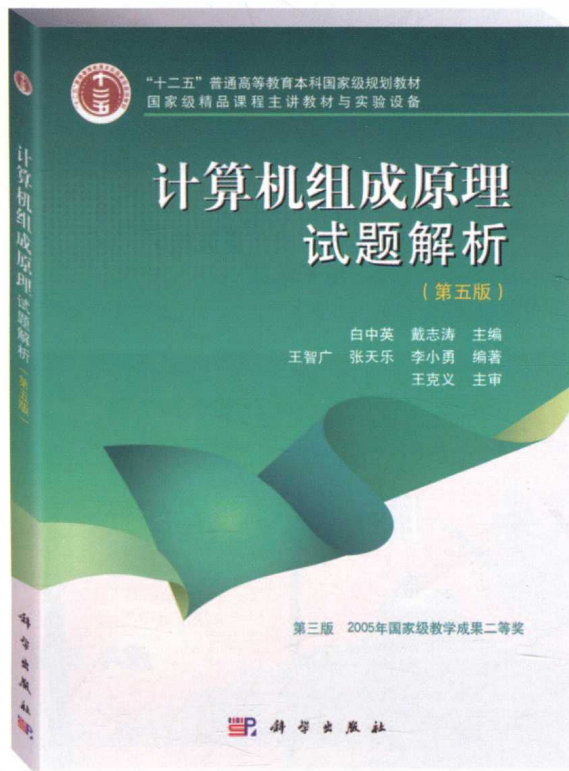
作者

2013年1月

《计算机组成原理》 配套教材与实验设备



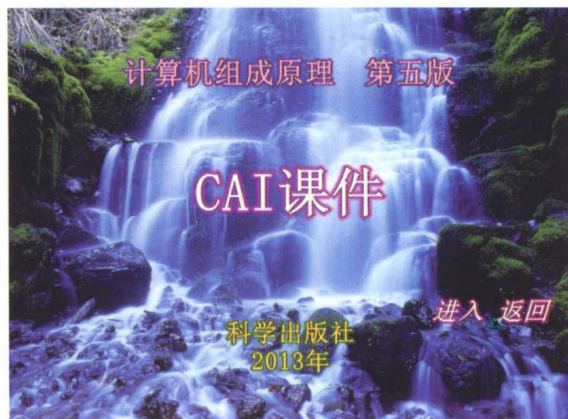
彩图1 《计算机组成原理》
(第五版·立体化教材)



彩图2 《计算机组成原理试题解析》
(第五版)



彩图3 《计算机组成原理》
资源库 (光盘)



彩图4 《计算机组成原理》
CAI课件

目 录

140	第 1 章	计算机系统概论	1.01
141	1.1	选择题	1.01
141	1.2	填空题	1.01
141	第 2 章	运算方法和运算器	1.03
141	2.1	选择题	1.01
141	2.2	证明题	1.01
141	2.3	计算题	1.01
141	2.4	分析题	1.01
141	2.5	设计题	1.01
141	第 3 章	多层次的存储器	1.01
141	3.1	选择题	1.01
141	3.2	分析题	1.01
141	3.3	设计题	1.01
141	第 4 章	指令系统	1.01
141	4.1	选择题	1.01
141	4.2	分析题	1.01
141	4.3	设计题	1.01
141	第 5 章	中央处理器	1.01
141	5.1	选择题	1.01
141	5.2	分析题	1.01
141	5.3	设计题	1.01
141	第 6 章	总线系统	1.01
141	6.1	选择题	1.01
141	6.2	分析题	1.01
141	第 7 章	外存与 I/O 设备	1.01
141	7.1	选择题	1.01
141	7.2	分析题	1.01
141	第 8 章	输入输出系统	1.01
141	8.1	选择题	1.01
141	8.2	分析设计题	1.01
141	第 9 章	并行组织与结构	1.01
141	9.1	选择题	1.01
141	9.2	分析计算题	1.01

第 10 章 考研辅导	140
10.1 选择题	140
10.2 计算题	151
10.3 分析题	157
10.4 设计题	167
第 11 章 历年硕士研究生入学统一考试试题	176
11.1 2009 年“计算机组成原理”试题	176
11.2 2010 年“计算机组成原理”试题	179
11.3 2011 年“计算机组成原理”试题	184
11.4 2012 年“计算机组成原理”试题	188
11.5 2013 年“计算机组成原理”试题	193
附录 A 2013 年计算机组成原理研究生入学统考大纲	198
附录 B 《计算机组成原理》(第五版·立体化教材)配套教材与实验设备	200
参考文献	201
1	1.1
2	2.1
3	3.1
4	4.1
5	5.1
6	6.1
7	7.1
8	8.1
9	9.1
10	10.1
11	11.1
12	12.1
13	13.1
14	14.1
15	15.1
16	16.1
17	17.1
18	18.1
19	19.1
20	20.1
21	21.1
22	22.1
23	23.1
24	24.1
25	25.1
26	26.1
27	27.1
28	28.1
29	29.1
30	30.1
31	31.1
32	32.1
33	33.1
34	34.1
35	35.1
36	36.1
37	37.1
38	38.1
39	39.1
40	40.1
41	41.1
42	42.1
43	43.1
44	44.1
45	45.1
46	46.1
47	47.1
48	48.1
49	49.1
50	50.1

第 1 章 计算机系统概论

1.1 选择题

1. _____ 年,在国际超级计算机 500 强排序中,_____ 研制的 _____ 位居第 1,运算速度达到 2500 万亿次/秒。
A. 2010、中国、天河 1 号 B. 2010、美国、美洲虎
C. 2009、中国、星云号 D. 2009、美国、走鹃
2. 多核处理机是 _____ 计算机,它有 _____ 个 CPU。
A. 空间并行,1 B. 时间并行,多
C. 空间并行,多 D. 时间并行,1
3. 1946 年研制成功的第一台电子数字计算机称为 _____,1949 年研制成功的第一台程序内存的计算机称为 _____。
A. EDVAC,MARKI B. ENIAC,EDSAC
C. ENIAC,MARKI D. ENIAC,UNIVACI
4. 计算机的发展大致经历了五代变化,其中第四代是 _____ 年的 _____ 计算机为代表。
A. 1946—1957,电子管 B. 1958—1964,晶体管
C. 1965—1971,中小规模集成电路 D. 1972—1990,大规模和超大规模集成电路
5. 计算机从第三代起,与 IC 电路集成度技术的发展密切相关。描述这种关系的是 _____ 定律。
A. 摩根 B. 摩尔
C. 图灵 D. 冯·诺依曼
6. 1970 年,_____ 公司第一个发明了半导体存储器,从而开始取代磁芯存储器,使计算机的发展走向了一个新的里程碑。
A. 莫托洛拉 B. 索尼
C. 仙童 D. 英特尔
7. 1971 年,英特尔公司开发出世界上第一片 4 位微处理器 _____,首次将 CPU 的所有元件都放入同一块芯片之内。
A. Intel 4004 B. Intel 8008
C. Intel 8080 D. Intel 8086
8. 1974 年,英特尔公司开发的 _____ 是世界上第 1 片通用 8 位微处理器。
A. Intel 8008 B. Intel 8080
C. Intel 8086 D. Intel 8088
9. 1978 年,英特尔公司开发的 _____ 是世界上第 1 片通用 16 位微处理器,可寻址存储器是 _____。

- A. Intel 8088, 16KB
B. Intel 8086, 1MB
C. Intel 80286, 16MB
D. Intel 80386, 16MB
10. 1985年,英特尔公司推出了32位微处理器_____,其可寻址存储器容量为_____。
- A. Intel 80286, 16MB
B. Intel 80486, 4GB
C. Intel 80386, 4GB
D. Pentia, 4GB
11. _____对计算机的产生有重要影响。
- A. 牛顿、维纳、图灵
B. 莱布尼兹、布尔、图灵
C. 巴贝奇、维纳、麦克斯韦
D. 莱布尼兹、布尔、克雷
12. 至今为止,计算机中的所有信息仍以二进制方式表示的理由是_____。
- A. 节约元件
B. 运算速度快
C. 物理器件性能所致
D. 信息处理方便
13. 冯·诺依曼计算机工作方式的基本特点是_____。
- A. 多指令流单数据流
B. 按地址访问并顺序执行指令
C. 堆栈操作
D. 存储器按内部选择地址
14. 20世纪六七十年代,在美国的_____州,出现了一个地名叫硅谷。该地主要工业是_____,它也是_____的发源地。
- A. 马萨诸塞,硅矿产地,通用计算机
B. 加利福尼亚,微电子工业,通用计算机
C. 加利福尼亚,硅生产基地,小型计算机和微处理机
D. 加利福尼亚,微电子工业,微处理机
15. 20世纪50年代,为了发挥_____的效率,提出了_____技术,从而发展了操作系统,通过它对_____进行管理和调度。
- A. 计算机,操作系统,计算机
B. 计算,并行,算法
C. 硬设备,多道程序,硬软资源
D. 硬设备,晶体管,计算机
16. 目前大多数集成电路生产中,所采用的基本材料为_____。
- A. 单晶硅
B. 非晶硅
C. 锑化铝
D. 硫化镉
17. 编译程序出现的时期是_____。
- A. 第一代
B. 第二代
C. 第三代
D. 第四代
18. 计算机硬件能直接执行的只有_____。
- A. 符号语言
B. 机器语言
C. 机器语言和汇编语言
D. 汇编语言
19. 计算机高级程序语言一般分为编译型和解释型两类,在JAVA、FORTRAN和C语言中,属于编译型语言的是_____。
- A. 全部
B. FORTRAN
C. C
D. FORTRAN和C
20. 下列说法中不正确的是_____。
- A. 任何可以由软件实现的操作也可以由硬件来实现
B. 固件就功能而言类似于软件,而从形态来说又类似于硬件
C. 在计算机系统的层次结构中,微程序属于硬件级,其他四级都是软件级
D. 直接面向高级语言的机器目前已经实现

21. 完整的计算机系统应包括_____。
- A. 运算器、存储器、控制器 B. 外部设备和主机
- C. 主机和实用程序 D. 配套的硬件设备和软件系统

参考答案:

1. A 2. C 3. B 4. D 5. B 6. C 7. A 8. B 9. B
10. C 11. B 12. C 13. B 14. D 15. C 16. A 17. B
18. B 19. D 20. D 21. D

1.2 填空题

1. 哈佛型体系结构不同于冯·诺依曼型体系结构，A和B分别放在两个存储器中，故指令执行容易实现C作业。
2. 计算机系统是一个由硬件和软件组成的多级层次结构，由低层到高层依次分为A、B、C、D、E，每一级上都能进行程序设计。
3. 计算机系统的5层结构中，第1级直接由A执行，第1级到第3级编写程序采用的语言是B语言，第4、5两级编写程序所采用的语言是C语言。
4. 计算机的硬件是有形的电子器件构成的，它包括A、B、C、D、E、F。
5. 当前的中央处理器(CPU)包括A、B、C。
6. 数字计算机的工作原理是A并按B顺序执行，这也是CPUC工作的关键。
7. 计算机软件通常分为A和B两大类。
8. 计算机的系统软件包括A、B、C、D。
9. 计算机软件是计算机A的重要组成部分，也是计算机不同于一般B的本质所在。
10. 用来管理计算机系统的资源并调度用户的作业程序的软件称为A，负责将B语言的源程序翻译成目标程序的软件称为C。
11. 计算机系统中的存储器分为A和B。在CPU执行程序时，必须将指令存放在C中。
12. 输入、输出设备以及磁盘存储器统称为A。
13. 计算机存储器的最小单位为A。1KB容量的存储器能够存储B个这样的基本单位。
14. 在计算机系统中，多个系统部件之间信息传送的公共通路称为A。就其所传送的信息的性质而言，在公共通路上传送的信息包括B、C和D信息。
15. 从采用的器件角度看，计算机的发展大致经历了五代的变化。从A年开始为第一代，采用电子管；从B年开始为第二代，采用晶体管；从C年开始为第三代，采用SSL和MSL；从D年开始为第四代，采用LSI和VSLI；从E年开始为第五代，采用ULSI。

16. 2000 年研制的 Pentium 4 是 A 位处理器, 一个 CPU 芯片中含有的晶体管数目为 B 百万, 可寻址的内存储器容量为 C。

17. 2002 年研制的 Itanium 2 是 A 位处理器, 一个 CPU 芯片中含有的晶体管数目为 B 百万, 可寻址的内存储器容量为 C。

18. 指令周期由 A 周期和 B 周期组成。

19. 取指周期中从内存读出的信息流称为 A 流, 执行周期中从内存读出的信息流称为 B 流。

参考答案:

1. A. 指令 B. 数据 C. 流水

2. A. 微程序设计级 B. 一般机器级 C. 操作系统级 D. 汇编语言级

E. 高级语言级

3. A. 直接由硬件 B. 二进制数 C. 符号(英文字母和符号)

4. A. 运算器 B. 控制器 C. 存储器 D. 适配器 E. 系统总线

F. 外部设备

5. A. 运算器 B. 控制器 C. 存储器

6. A. 存储程序 B. 地址 C. 自动化

7. A. 系统软件 B. 应用软件

8. A. 各种服务性程序 B. 语言类程序 C. 操作系统 D. 数据库管理程序

9. A. 系统结构 B. 电子设备

10. A. 操作系统 B. 高级语言 C. 编译系统

11. A. 内存 B. 外存 C. 内存

12. A. 外围设备

13. A. 比特 B. 8192

14. A. 总线 B. 数据 C. 地址 D. 控制

15. A. 1946 B. 1958 C. 1965 D. 1971 E. 1986

16. A. 64 B. 42 C. 64GB

17. A. 64 B. 220 C. 64GB

18. A. 取指 B. 执行

19. A. 指令流 B. 数据流

第 2 章 运算方法和运算器

2.1 选择题

- 下列数中最小的数为_____。
A. $(101001)_2$ B. $(52)_8$ C. $(101001)_{\text{BCD}}$ D. $(233)_{16}$
- 下列数中最大的数为_____。
A. $(10010101)_2$ B. $(227)_8$ C. $(96)_{16}$ D. $(143)_5$
- 在机器数中,_____的零的表示形式是唯一的。
A. 原码 B. 补码 C. 反码 D. 原码和反码
- 针对 8 位二进制数,下列说法中正确的是_____。
A. -127 的补码为 10000000 B. -127 的反码等于 0 的移码
C. $+1$ 的移码等于 -127 的反码 D. 0 的补码等于 -1 的反码
- 计算机系统中采用补码运算的目的是为了_____。
A. 与手工运算方式保持一致 B. 提高运算速度
C. 简化计算机的设计 D. 提高运算的精度
- 某机字长 32 位,采用定点小数表示,符号位为 1 位,尾数为 31 位,则可表示的最大正小数为 ①,最小负小数为 ②。
A. $+(2^{31}-1)$ B. $-(1-2^{-32})$ C. $+(1-2^{-31}) \approx +1$ D. $-(1-2^{-31}) \approx -1$
- 某机字长 32 位,采用定点整数表示,符号位为 1 位,尾数为 31 位,则可表示的最大正整数为 ①,最小负整数为 ②。
A. $+(2^{31}-1)$ B. $-(1-2^{-32})$ C. $+(2^{30}-1)$ D. $-(2^{31}-1)$
- 定点 8 位字长的字,采用 2 的补码形式表示 8 位二进制整数,可表示的数范围为_____。
A. $-127 \sim +127$ B. $-2^{-127} \sim +2^{-127}$ C. $2^{-128} \sim 2^{+127}$ D. $-127 \sim +128$
- 32 位浮点数格式中,符号位为 1 位,阶码为 8 位,尾数为 23 位。则它所能表示的最大规格化正数为_____。
A. $+(2-2^{-23}) \times 2^{+127}$ B. $+(1-2^{-23}) \times 2^{+127}$
C. $+(2-2^{-23}) \times 2^{+255}$ D. $2^{+127} - 2^{-23}$
- 64 位浮点数格式中,符号位为 1 位,阶码为 11 位,尾数为 52 位。则它所能表示的最小规格化负数为_____。
A. $-(2-2^{-52}) \times 2^{-1023}$ B. $-(2-2^{-52}) \times 2^{+1023}$
C. -1×2^{-1024} D. $-(1-2^{-52}) \times 2^{+2047}$
- 假定下列字符码中有奇偶校验位,但没有数据错误,采用偶校验的字符码是_____。
A. 11001011 B. 11010110 C. 11000001 D. 11001001

12. 若某数 x 的真值为 -0.1010 , 在计算机中该数表示为 1.0110 , 则该数所用的编码方法是 码。

- A. 原 B. 补 C. 反 D. 移

13. 已知定点整数 x 的原码为 $1x_{n-1}x_{n-2}x_{n-3}\cdots x_0$, 且 $x > -2^{n-1}$, 则必有 。

- A. $x_{n-1}=0$ B. $x_{n-1}=1$
C. $x_{n-1}=0$, 且 $x_0 \sim x_{n-2}$ 不全为 0 D. $x_{n-1}=1$, 且 $x_0 \sim x_{n-2}$ 不全为 0

14. 已知定点小数 x 的反码为 $1.x_1x_2x_3$, 且 $x < -0.75$, 则必有 。

- A. $x_1=0, x_2=0, x_3=1$ B. $x_1=1$
C. $x_1=0$, 且 x_2, x_3 不全为 0 D. $x_1=0, x_2=0, x_3=0$

15. 长度相同但格式不同的 2 种浮点数, 假设前者阶码长、尾数短, 后者阶码短、尾数长, 其他规定均相同, 则它们可表示的数的范围和精度为 。

- A. 两者可表示的数的范围和精度相同
B. 前者可表示的数的范围大但精度低
C. 后者可表示的数的范围大且精度高
D. 前者可表示的数的范围大且精度高

16. 某数在计算机中用 8421BCD 码表示为 $0111\ 1000\ 1001$, 其真值为 。

- A. 789 B. 789H C. 1929 D. 11110001001B

17. 在浮点数原码运算时, 判定结果为规格化数的条件是 。

- A. 阶的符号位与尾数的符号位不同
B. 尾数的符号位与最高数值位相同
C. 尾数的符号位与最高数值位不同
D. 尾数的最高数值位为 1

18. 运算器虽有许多部件组成, 但核心部分是 。

- A. 数据总线 B. 算术逻辑运算单元 C. 多路开关 D. 通用寄存器

19. 在定点二进制运算器中, 减法运算一般通过 来实现。

- A. 原码运算的二进制减法器 B. 补码运算的二进制减法器
C. 补码运算的十进制加法器 D. 补码运算的二进制加法器

20. 四片 74181ALU 和一片 74182CLA 器件相配合, 具有如下进位传递功能: 。

- A. 行波进位 B. 组内先行进位, 组间先行进位
C. 组内先行进位, 组间行波进位 D. 组内行波进位, 组间先行进位

21. 在定点运算器中, 无论采用双符号位还是单符号位, 必须有 , 它一般用来实现 。

- A. 译码电路, 与非门 B. 编码电路, 或非门
C. 溢出判断电路, 异或门 D. 移位电路, 与或非门

22. 下列说法中正确的是 。

- A. 采用变形补码进行加减法运算可以避免溢出
B. 只有定点数运算才有可能溢出, 浮点数运算不会产生溢出
C. 只有带符号数的运算才有可能产生溢出

D. 只有将两个正数相加时才有可能产生溢出

23. 在定点数运算中产生溢出的原因是_____。

- A. 运算过程中最高位产生了进位或借位
- B. 参加运算的操作数超出了机器的表示范围
- C. 运算的结果的操作数超出了机器的表示范围
- D. 寄存器的位数太少,不得不舍弃最低有效位

24. 下溢指的是_____。

- A. 运算结果的绝对值小于机器所能表示的最小绝对值
- B. 运算的结果小于机器所能表示的最小负数
- C. 运算的结果小于机器所能表示的最小正数
- D. 运算结果的最低有效位产生的错误

25. 按其数据流的传递过程和控制节拍来看,阵列乘法器可认为是_____。

- A. 全串行运算的乘法器
- B. 全并行运算的乘法器
- C. 串-并行运算的乘法器
- D. 并-串行运算的乘法器

26. 下面浮点运算器的描述中正确的句子是_____。

- A. 浮点运算器用两个松散连接的定点运算部件——阶码部件和尾数部件来实现
- B. 阶码部件可实现加、减、乘、除四种运算
- C. 阶码部件只进行阶码相加、相减和比较操作
- D. 尾数部件只进行乘法和除法运算

参考答案:

1. C 2. B 3. B 4. B 5. C 6. ①C ②D 7. ①A ②D
8. D 9. A 10. B 11. D 12. B 13. A 14. D 15. B
16. A 17. D 18. B 19. D 20. B 21. C 22. C 23. C
24. B 25. B 26. A,C

2.2 证明题

1. 设 $[x]_{\text{补}} = x_0.x_1x_2\cdots x_n$, 求证: $x = -x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$ 。

【证】当 $x \geq 0$ 时, $x_0 = 0$,

$$[x]_{\text{补}} = 0.x_1x_2\cdots x_n = \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i} = x$$

当 $x < 0$ 时, $x_0 = 1$,

$$[x]_{\text{补}} = 1.x_1x_2\cdots x_n = 2 + x$$

$$x = 1.x_1x_2\cdots x_n - 2 = -1 + 0.x_1x_2\cdots x_n = -1 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

综合上述两种情况,可得出 $x = -x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$

2. 设 $[x]_{\text{补}} = x_0 . x_1 x_2 \cdots x_n$, 求证:

$$\left[\frac{1}{2} x \right]_{\text{补}} = x_0 . x_0 x_1 x_2 \cdots x_n$$

【证】因为 $x = -x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$, 所以

$$\frac{1}{2} x = -\frac{1}{2} x_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i} = -x_0 + \frac{1}{2} x_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i} = -x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-(i+1)}$$

根据补码与真值的关系则有

$$\left[\frac{1}{2} x \right]_{\text{补}} = x_0 . x_0 x_1 x_2 \cdots x_n$$

由此可见, 如果要得到 $[2^{-i} x]_{\text{补}}$, 只要将 $[x]_{\text{补}}$ 连同符号位右移 i 位即可。

3. 对于模 4 补码, 设 $[x]_{\text{补}} = x'_0 . x_0 x_1 x_2 \cdots x_n$ (x'_0 为符号位), 求证:

$$x = -2x'_0 + x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

【证】因为 x'_0 为符号位, 当 $x \geq 0$ 时, $x_0 = 0$, x 为正数, 则

$$[x]_{\text{补}} = 0x_0 . x_1 x_2 \cdots x_n = x_0 + 0 . x_1 x_2 \cdots x_n = x$$

$$x = x_0 + 0 . x_1 x_2 \cdots x_n = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

当 $x < 0$ 时, $x'_0 = 1$, x 为负数, 则

$$[x]_{\text{补}} = 1x_0 . x_1 x_2 \cdots x_n = 4 + x \quad (\text{模 4 补码定义})$$

$$x = 1x_0 . x_1 x_2 \cdots x_n - 4 = -2 + x_0 + 0 . x_1 x_2 \cdots x_n = -2 + x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i}$$

综合以上两种情况, 可知:

$$x = -2x'_0 + x_0 + \sum_{i=1}^n x_i 2^{-i} \quad \text{其中 } x'_0 = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$$

4. 求证: $[-x]_{\text{补}} = [[x]_{\text{补}}]_{\text{求补}}$ 。

【证】当 $0 \leq x < 2^n$ 时, 设

$$[x]_{\text{补}} = 0x_1 x_2 \cdots x_n = x$$

$$-x = -x_1 x_2 \cdots x_n$$

$$[-x]_{\text{原}} = 1x_1 x_2 \cdots x_n$$

所以

$$[-x]_{\text{补}} = 1\bar{x}_1 \bar{x}_2 \cdots \bar{x}_n + 1$$

比较 $[x]_{\text{补}}$ 和 $[-x]_{\text{补}}$, 发现将 $[x]_{\text{补}}$ 连同符号位求反加 1 即得 $[-x]_{\text{补}}$ 。

当 $-2^n \leq x < 0$ 时, 设 $[x]_{\text{补}} = 1x'_1 x'_2 \cdots x'_n$, 则

$$[x]_{\text{原}} = 1\bar{x}'_1 \bar{x}'_2 \cdots \bar{x}'_n + 1$$

所以

$$[-x]_{\text{原}} = 0\bar{x}'_1 \bar{x}'_2 \cdots \bar{x}'_n + 1$$

故

$$[-x]_{\text{补}} = 0\bar{x}'_1 \bar{x}'_2 \cdots \bar{x}'_n + 1$$

比较 $[x]_{\text{补}}$ 和 $[-x]_{\text{补}}$, 发现将 $[x]_{\text{补}}$ 各位(包括符号)求反加 1 即得 $[-x]_{\text{补}}$ 。

连同符号位求反加 1 的过程叫做求补,所以

$$[-x]_{\text{补}} = [[x]_{\text{补}}]_{\text{求补}}$$

5. 求证: $-[y]_{\text{补}} = +[-y]_{\text{补}}$ 。

【证】因为

$$[x]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} = [x+y]_{\text{补}}$$

令 $x = -y$ 代入上式,则有

$$[-y]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} = [-y+y]_{\text{补}} = [0]_{\text{补}} = 0$$

所以

$$[-y]_{\text{补}} = -[y]_{\text{补}}$$

6. 已知 $[x]_{\text{补}} = x_0.x_1x_2\cdots x_n$, 求证:

$$[1-x]_{\text{补}} = x_0.\bar{x}_1\bar{x}_2\cdots\bar{x}_n + 2^{-n}$$

【证】因为

$$[1-x]_{\text{补}} = [1]_{\text{补}} + [-x]_{\text{补}} = 1 + \bar{x}_0.\bar{x}_1\bar{x}_2\cdots\bar{x}_n + 2^{-n}$$

$$1 + \bar{x}_0 = x_0$$

所以

$$[1-x]_{\text{补}} = 1 + \bar{x}_0.\bar{x}_1\bar{x}_2\cdots\bar{x}_n + 2^{-n} = x_0.\bar{x}_1\bar{x}_2\cdots\bar{x}_n + 2^{-n}$$

7. 求证: $[x]_{\text{补}} = [x]_{\text{反}} + 2^{-n}$ 。

【证】因为

$$[x]_{\text{反}} = 2 - 2^{-n} + x, \quad 0 \geq x > -1$$

$$[x]_{\text{补}} = 2 + x, \quad 0 \geq x > -1$$

移项得

$$x = [x]_{\text{反}} - 2 + 2^{-n}$$

$$x = [x]_{\text{补}} - 2$$

所以

$$[x]_{\text{补}} - 2 = [x]_{\text{反}} - 2 + 2^{-n}$$

故

$$[x]_{\text{补}} = [x]_{\text{反}} + 2^{-n}$$

8. 设 $[x]_{\text{补}} = x_0.x_1x_2\cdots x_n$, 求证:

$$[x]_{\text{补}} = 2x_0 + x, \quad \text{其中 } x_0 = \begin{cases} 0, & 1 > x \geq 0 \\ 1, & 0 > x > -1 \end{cases}$$

【证】当 $1 > x \geq 0$ 时, 即 x 为正小数, 则

$$1 > [x]_{\text{补}} = x \geq 0$$

因为正数补码等于正数本身, 所以

$$1 > x_0.x_1x_2\cdots x_n \geq 0, x_0 = 0$$

当 $0 > x > -1$ 时, 即 x 为负小数, 根据补码定义有

$$2 > [x]_{\text{补}} = 2 + x > 1 \pmod{2}$$

即 $2 > x_0.x_1x_2\cdots x_n > 1, x_0 = 1$ 。所以

正数: 符号位 $x_0 = 0$

负数: 符号位 $x_0 = 1$

若 $1 > x \geq 0, x_0 = 0$, 则 $[x]_{\text{补}} = 2x_0 + x = x$ 。

若 $-1 < x < 0, x_0 = 1$, 则 $[x]_{\text{补}} = 2x_0 + x = 2 + x$ 。
 所以有

$$[x]_{\text{补}} = 2x_0 + x, \quad \text{其中 } x_0 = \begin{cases} 0, & 1 > x \geq 0 \\ 1, & 0 > x > -1 \end{cases}$$

9. 设 $[x]_{\text{补}} = x_{n-1}x_{n-2}\cdots x_1x_0, [y]_{\text{补}} = y_{n-1}y_{n-2}\cdots y_1y_0$ 。求证:

$$x \cdot y = (x_{n-2}\cdots x_1x_0) \cdot (y_{n-2}\cdots y_1y_0) - x_{n-1} \cdot (y_{n-2}\cdots y_1y_0) \cdot 2^{n-1} - y_{n-1} \cdot (x_{n-2}\cdots x_1x_0) \cdot 2^{n-1} + x_{n-1} \cdot y_{n-1} \cdot 2^{2n-2}$$

【证】无论 x 和 y 为正还是负, 均有

$$x = -x_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i$$

$$y = -y_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} y_i 2^i$$

所以

$$\begin{aligned} x \cdot y &= (-x_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i) \cdot (-y_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} y_i 2^i) \\ &= ((-x_{n-1})x_{n-2}\cdots x_1x_0) \cdot ((y_{n-1})y_{n-2}\cdots y_1y_0) \\ &= (x_{n-2}\cdots x_1x_0) \cdot (y_{n-2}\cdots y_1y_0) - x_{n-1} \cdot (y_{n-2}\cdots y_1y_0) \cdot 2^{n-1} \\ &\quad - y_{n-1} \cdot (x_{n-2}\cdots x_1x_0) \cdot 2^{n-1} + x_{n-1} \cdot y_{n-1} \cdot 2^{2n-2} \end{aligned}$$

2.3 计算题

1. 已知: $x = 0.1011, y = -0.0101$, 求: $[\frac{1}{2}x]_{\text{补}}, [\frac{1}{4}x]_{\text{补}}, [-x]_{\text{补}}, [\frac{1}{2}y]_{\text{补}}, [\frac{1}{4}y]_{\text{补}}, [-y]_{\text{补}}$ 。

【解】 $[x]_{\text{补}} = 0.1011$

$[y]_{\text{补}} = 1.1011$

$[\frac{1}{2}x]_{\text{补}} = 0.01011$

$[\frac{1}{2}y]_{\text{补}} = 1.11011$

$[\frac{1}{4}x]_{\text{补}} = 0.001011$

$[\frac{1}{4}y]_{\text{补}} = 1.111011$

$[-x]_{\text{补}} = 1.0101$

$[-y]_{\text{补}} = 0.0101$

2. 设机器字长 16 位, 定点表示, 尾数 15 位, 数符 1 位, 问:

(1) 定点原码整数表示时, 最大正数是多少? 最小负数是多少?

(2) 定点原码小数表示时, 最大正数是多少? 最小负数是多少?

【解】(1) 定点原码整数表示:

最小负数值 $= -(2^{15} - 1)_{10} = (-32767)_{10}$

最小负整数表示: 1 111 111 111 111 111

最大正数值 $= (2^{15} - 1)_{10} = (+32767)_{10}$

最大正整数表示: 0 111 111 111 111 111