

高等学校试用教材

网络综合理论

上海铁道学院主编

中国铁道出版社

1980年·北京

内 容 简 介

本书为电信系通信专业“网络综合理论”课程的试用教材。全书共分八章，包括有网络综合基础知识、基本网络的综合、滤波器近似理论、无源和有源滤波器的实现、无源和有源均衡器的实现等内容。在网络综合中的一些复杂计算部分，还附有电子计算机的计算程序。书后并附录有一些常用的综合法设计图表。

本书也可供电信系其他各专业的师生作为参考用书。

高等学校试用教材

网络综合理论

上海铁道学院主编

中国铁道出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张：21.25 字数：518 千

1980年4月第1版 1980年4月第1次印刷

印数：0001—5,000册 定价：2.20元

目 录

第一章 基础知识	1
第一节 复频率与复平面.....	1
第二节 二端网络的函数及其零极点.....	5
第三节 霍尔维茨多项式.....	10
第四节 正实函数.....	16
第五节 阻抗归一化与频率归一化.....	23
第二章 二端网络的综合	26
第一节 LC 电抗二端网络的性质.....	26
第二节 LC 电抗二端网络的综合.....	31
第三节 RC 二端网络.....	41
第四节 RL 二端网络.....	54
第三章 四端网络的综合	58
第一节 四端网络的参数.....	58
第二节 实现无源四端网络的条件.....	66
第三节 私有极点.....	69
第四节 四端网络的传递函数.....	70
第五节 按传递函数综合梯型四端网络（一侧终接电阻）.....	74
第六节 零点位移技术.....	79
第四章 工作参数理论	84
第一节 工作传输函数.....	84
第二节 反射函数.....	89
第三节 电抗四端网络的工作特性.....	91
第四节 工作参数与网络参数之间的关系.....	99
第五节 按工作衰减函数综合梯型四端网络（两侧终接电阻）.....	103
第五章 近似理论	113
第一节 近似的形式.....	113
第二节 勃脱华兹近似.....	115
第三节 契比雪夫近似.....	120
第四节 椭圆函数近似.....	132
第五节 贝塞尔近似.....	140
第六节 频率变换.....	144
第六章 无源滤波器的实现	148
第一节 低通滤波器的实现.....	148
第二节 另外两种频率变换.....	168

第三节	用综合法图表设计低通滤波器	178
第四节	高通滤波器的实现	183
第五节	对称带通滤波器的实现	187
第七章	有源滤波器的实现	192
第一节	运算放大器	192
第二节	有源低通滤波器的实现	197
第三节	有源高通滤波器的实现	210
第四节	有源对称带通滤波器的实现	216
第五节	状态变量电路	226
第八章	均衡器	231
第一节	线性系统的各种响应	231
第二节	无源衰减均衡器	237
第三节	有源幅度均衡器	254
第四节	无源时延均衡器	262
第五节	有源时延均衡器	278
附录		286
附录一	计算机程序中基本符号的缩写说明	286
附录二	解复系数高阶方程根的程序	286
附录三	契比雪夫有理函数的证明	287
附录四	解线性代数方程组的程序	295
第六章	附表	296
附表 6—1	契比雪夫型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值	296
附表 6—2	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 5\%$, $n = 5$)	298
附表 6—3	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 8\%$, $n = 5$)	300
附表 6—4	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 10\%$, $n = 5$)	302
附表 6—5	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 5\%$, $n = 6$ —C 式)	304
附表 6—6	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 8\%$, $n = 6$ —C 式)	306
附表 6—7	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 10\%$, $n = 6$ —C 式)	308
附表 6—8	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 5\%$, $n = 7$)	310
附表 6—9	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 8\%$, $n = 7$)	312
附表 6—10	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 10\%$, $n = 7$)	314

附表 6—11	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 5\%$, $n = 8 - C$ 式)	316
附表 6—12	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 8\%$, $n = 8 - C$ 式)	318
附表 6—13	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 10\%$, $n = 8 - C$ 式)	320
附表 6—14	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 5\%$, $n = 9$)	322
附表 6—15	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 8\%$, $n = 9$)	324
附表 6—16	椭圆函数型低通滤波器 (低通原型电路) 的元件归一系数值 ($ \rho = 10\%$, $n = 9$)	326
第八章 附表		328
附表 8—1	甲类桥 T 型衰减均衡器	328
参考资料		331

第一章 基础知识

在网络理论中，存在着两个重要的分支：网络分析与网络综合，它们之间是既互相联系又互有区别。网络分析，是在已知激励和网络结构的情况下来确定网络的响应，如图 1—1 (a) 所示；而网络综合，则是在已知激励和所要求的响应情况下，来寻求实现各种响应的网络结构，如图 1—1 (b) 所示。

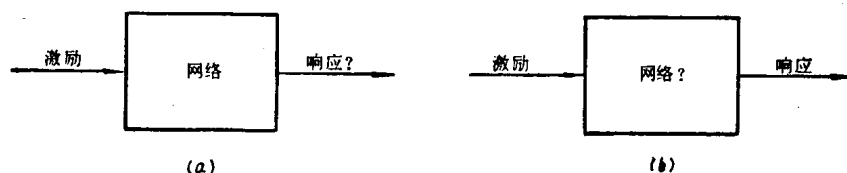


图 1—1 网络分析与网络综合示意图

网络综合理论，包括有“网络近似”和“网络实现”两大组成部分，示意图如 1—2 所示。首先，是根据所要求的响应（幅度、衰减或相移特性）求出数学上的近似函数表达式，然后，用不同的网络结构来实现这些近似函数式。

就网络综合的过程来说，应该是先近似、后实现，但是，最终的网络结构是否能够实现，往往受到网络函数和网络元件在物理上可实现性的限制，因此，从根本上来说，我们必



图 1—2 网络综合过程

须先研究一下各种基本网络（例如，二端网络和四端网络）的网络函数性质及其可实现的条件。其中，将涉及到许多很重要的基本概念，如复频率，零极点、霍尔维茨多项式、正实函数等，因而有必要一开始就对这些在网络综合理论中常用的基础知识作一些比较详细的描述。

第一节 复频率与复平面

在线性电路分析中曾经提到：用运算法分析电路的瞬态过程是一种比较好的方法。这种

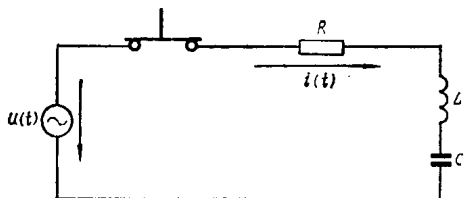


图 1—3 电路分析的简单例子

方法是以拉普拉斯变换为依据的。在这里，先举一个简单的例子来复习一下运算法的全过程，并且从中引出复频率与复平面的概念。

如图 1—3 所示，将一激励源 $u(t)$ 接通一个由电阻元件 R 、电感元件 L 和电容元件 C 所组成的串联电路，并且假设电路的初始电流和

电容器的初始电荷都等于零。这时,从图 1—3 中不难写出电路的电压微积分方程式为

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (1-1)$$

若用运算法来求电流的响应解,就要先将上式进行拉氏变换,即

$$\begin{aligned} \int_0^\infty u(t)e^{st} dt &= R \int_0^\infty i(t)e^{st} dt + L \int_0^\infty \frac{di(t)}{dt} e^{st} dt \\ &+ \frac{1}{C} \int_0^\infty \int i(t) dt e^{st} dt \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中 运算因子 $s = \sigma + j\omega$ 。

根据拉氏变换的性质,并且考虑到电路的初始条件为零,可将 (1-2) 式中的各项简写成

$$\mathcal{L}[u(t)] = U(s);$$

$$\mathcal{L}[i(t)] = I(s);$$

$$\mathcal{L}\left[L \frac{di(t)}{dt}\right] = L[s \cdot I(s) - i(0)] = sL \cdot I(s);$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{C} \int i(t) dt\right] = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{s} [I(s) + q(0)] = \frac{1}{sC} \cdot I(s)$$

这时, (1-2) 式经变换后可以简化成

$$\begin{aligned} U(s) &= R \cdot I(s) + sL \cdot I(s) + \frac{1}{sC} \cdot I(s) \\ &= \left(R + sL + \frac{1}{sC} \right) I(s) \end{aligned}$$

或

$$I(s) = \frac{U(s)}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{U(s)}{Z(s)} \quad (1-3)$$

式中 运算阻抗 $Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC}$ 。

(1-3) 式即为欧姆定律的运算形式。

如果激励源为一频率为 ω_0 的简谐信号:

$$u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \psi_u) = \operatorname{Re}[\dot{U}_m e^{j\omega_0 t}] \quad (1-4)$$

式中 复数电压—— $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$;

实部符号—— Re 。

其中的 $\dot{U}_m e^{j\omega_0 t}$ 经拉氏变换后为

$$U(s) = [\dot{U}_m e^{j\omega_0 t}] = \frac{\dot{U}_m}{s - j\omega_0}$$

这时图 1—1 中的电流就等于

$$I(s) = \frac{U(s)}{Z(s)} = \frac{\dot{U}_m}{(s - j\omega_0)Z(s)} \quad (1-5)$$

先取 $I(s)$ 的实部,再应用拉氏反变换就可以导出网络的电流响应解 $i(t)$ 。拉氏反变换的一种较简便的方法是采用分项分式展开法。从 (1-5) 式可以看出, $I(s)$ 有两类极点: 一个极点在 $s = j\omega_0$ 处; 另一组极点出现在 $Z(s) = 0$ 处, 由下式

$$Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC} = 0$$

可解出该极点

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sigma \pm j\omega \quad (1-6)$$

为一组共轭复数（当 $\frac{1}{LC}$ 小于 $\frac{R^2}{4L^2}$ 时，则为两个负实数）。

于是， $I(s)$ 按其极点 $j\omega_0$ 、 s_1 和 s_2 可展开成分项分式

$$I(s) = \frac{K_0}{(s - j\omega_0)} + \frac{K_1}{(s - s_1)} + \frac{K_2}{(s - s_2)} \quad (1-7)$$

上式中各极点处的留数分别为

$$K_0 = \frac{\dot{U}_m}{Z(j\omega_0)};$$

$$K_1 = \frac{\dot{U}_m}{(s_1 - j\omega_0)Z'(s_1)};$$

$$K_2 = \frac{\dot{U}_m}{(s_2 - j\omega_0)Z'(s_2)}。$$

由于极点 s_1 与 s_2 互为共轭，因而其留数也互为共轭，即 $K_2 = K_1^*$ 。这时，(1-7) 式经拉氏反变换后可得

$$i(t) = \text{Re} \mathcal{L}^{-1}[I(s)]$$

$$= \text{Re}[K_0 e^{j\omega_0 t} + K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}] \quad (1-8)$$

通过上面的例子，可知运算法的全过程是：通过拉氏变换，先将一个给定为实变数 t 时函数的微积分方程式，变换成一个复变数 $s = \sigma + j\omega$ 函数的代数方程式，对此代数方程式进行运算并求出其结果后，再通过拉氏反变换，就能得出该微积分方程式的解。

拉氏变换是一种进行网络分析的数学工具，它本身并不含有什么物理意义，但是，对于信号的拉氏变换这一特殊情况来说，我们还是可以给以一种物理解释，实质上，拉氏变换是将一个时域方面的问题变成一个频域问题来解决，而且已将实频率扩展成复频率。

现假设 (1-8) 式中的 $K_0 = \dot{I}'_m = I'_m e^{j\psi'_i}$ ，可知该电流响应解的第一部分等于

$$i'(t) = \text{Re}[\dot{I}'_m e^{j\omega_0 t}] = \text{Re}[I'_m e^{j\psi'_i} \cdot e^{j\omega_0 t}]$$

$$= I'_m \cos(\omega_0 t + \psi'_i) \quad (1-9)$$

表示为一余弦信号，它属于网络响应的稳态分量。其频率 ω_0 与激励电压的频率相同，因而 ω_0 常被称为强迫振荡频率。实际上，这种通过指数表示式来求解线性网络在简谐信号激励下的稳态响应的方法，就是我们所熟悉的“符号法”。它们的基本关系式是 (1-4) 式和 (1-9) 式，其中的指数型信号 $Ae^{j\omega_0 t}$ 可以用图 1-4 (a) 所示的旋转向量来表示。旋转向量的角速度就等于角频率 ω_0 ；旋转向量在横轴上的投影即为电压或电流瞬时值。

相类似地，再假设 (1-8) 式中的 $K_1 = \frac{1}{2} I'_m e^{j\psi'_i}$ 和 $K_2 = K_1^* = \frac{1}{2} I'_m e^{-j\psi'_i}$ 。因为

$$K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} = \frac{1}{2} I'_m e^{j\psi'_i} e^{(\sigma + j\omega)t} + \frac{1}{2} I'_m e^{-j\psi'_i} e^{(\sigma - j\omega)t}$$

$$= I'_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \psi'_i)$$

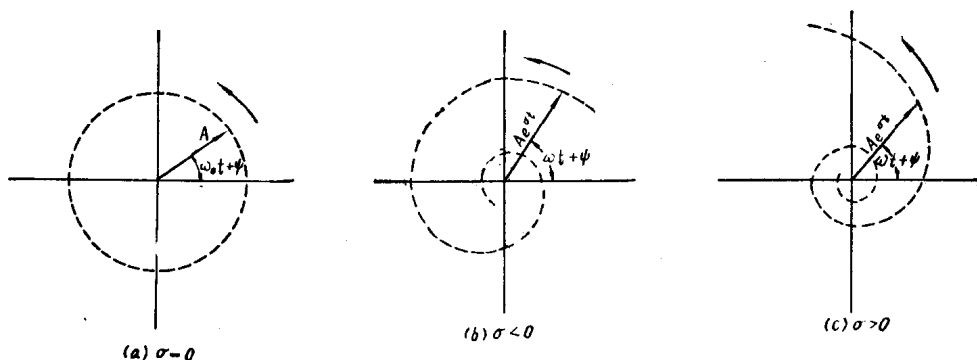


图 1-4 复频率指数表示式的旋转向量图

从而可知 (1-8) 式中电流响应解的第二部分等于

$$\begin{aligned} i''(t) &= \operatorname{Re}[K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t}] \\ &= I_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \psi') \end{aligned} \quad (1-10)$$

表示为一幅度将随时间变化的余弦信号，它属于网络响应的瞬态分量。

由于 s_1 和 s_2 与 $j\omega_0$ 具有相同的量纲，因而被称为复频率。复频率除了它的虚部 ω 具有频率的意义外，它的实部 σ 还具有幅度增长或衰减的含意。习惯上，我们将复频率中的虚部 ω 称为实频率，用弧度/秒来度量；而将其实部 σ 称为虚频率，用奈培/秒来度量。从 (1-6) 式还可知， s_1 和 s_2 分别等于网络运算阻抗 $Z(s) = 0$ 的根值（或称 $Z(s)$ 的零点），就是说，它们仅与网络的结构及元件值有关，因而 s_1 、 s_2 又常被称为网络的自由振荡频率。

复频率 s 的指数型信号 $A e^{s t} = A e^{(\sigma + j\omega)t}$ 也可以用旋转向量来表示，如图 1-4 (b) 和 (c) 所示，旋转向量的角速度等于角频率 ω ；而其向量长度 $A e^{\sigma t}$ 将随时间而变化。在图 (b) 中， $\sigma < 0$ ，向量长度将随时间的增加而减少；而在图 (c) 中， $\sigma > 0$ ，向量长度将随时间的增加而增加。实际上，我们还可以将图 1-4 (a) 看作是复频率 s 在其实部 $\sigma = 0$ 时的一种特殊情况，其向量长度不随时间变化。此外，在 $\omega = 0$ 的特殊情况下， $A e^{s t} = A e^{\sigma t}$ 将是一个不旋转的向量，而其向量长度将随时间而变化。

综上所述，(1-7) 式网络电流 $I(s)$ 中的每一个极点（即网络阻抗 $Z(s)$ 的零点） s_1 、 s_2 和 $j\omega_0$ 都具有频率的量纲，统一表示为复频率 $s = \sigma + j\omega$ ，它与 (1-8) 式电流响应 $i(t)$ 中的每一项 $\operatorname{Re}[e^{s t}]$ 都是一一对应的，概括地说，共有下列几种情况：

1. 当 $\sigma < 0$ 时， $\operatorname{Re}[e^{s t}]$ 表示为一减幅余弦振荡信号，如图 1-5 (a) 所示，波形包络为 $e^{\sigma t}$ ；
2. 当 $\sigma > 0$ 时， $\operatorname{Re}[e^{s t}]$ 表示为一增幅余弦振荡信号，如图 1-5 (b) 所示，波形包络为 $e^{\sigma t}$ ；
3. 当 $\sigma = 0$ 时， $\operatorname{Re}[e^{s t}]$ 表示为一等幅余弦振荡信号，如图 1-5 (c) 所示；
4. 当 $\omega = 0$ 时， $e^{s t}$ 表示为一指数律信号。在图 1-6 中分别画出了 $\sigma > 0$ 、 $\sigma = 0$ 和 $\sigma < 0$ 三种情况时的信号波形。

既然复频率 s 是一个复变量，因而可以用复平面上一个点的位置来表示。如图 1-7 所示，复平面的横轴为实轴 σ ；纵轴为虚轴 $j\omega$ 。图中各点的位置可以分别反映出在图 1-5 (a)、(b)、(c) 和图 1-6 中各种响应信号的波形形状：左半平面上 s_1 、 s_2 各点表示减幅振荡信号；右半平面上 s_3 、 s_4 各点表示增幅振荡信号；在虚轴上的 s_5 、 s_6 各点表示等幅

振荡信号；负实轴上的 s_7 点表示按指数律递减的信号；正实轴上的 s_8 点表示按指数律递增的信号。显然，用复平面上各个复频率 s 点的位置来反映 $\text{Re}[e^{st}]$ 各种特性曲线的形状，既方便、又明了，因而它是一种在网络综合理论中常用的图示方法。

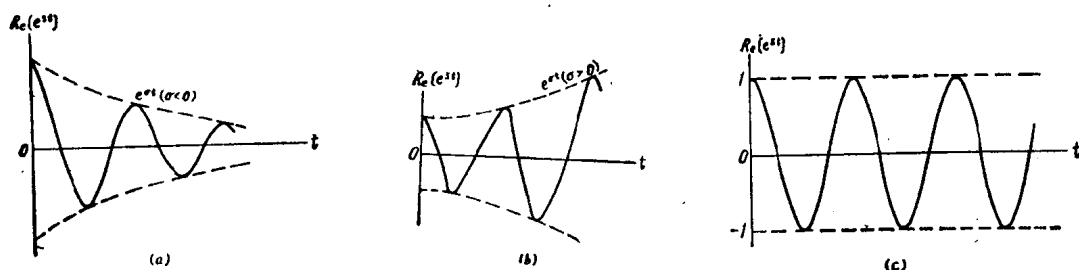


图 1-5 减幅、增幅和等幅余弦信号波形

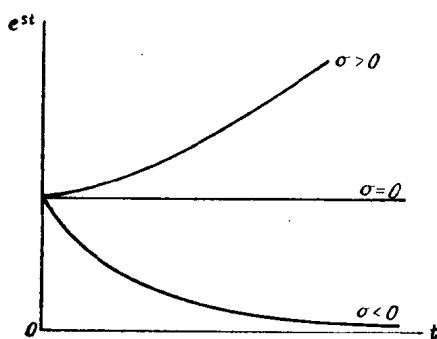


图 1-6 指数律变化的信号波形

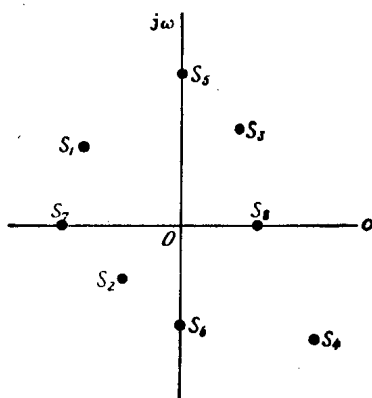


图 1-7 复平面

第二节 二端网络的函数及其零极点

一个无源二端网络（或称单端对网络）的特性，可以用输入阻抗函数 $Z(s)$ 或输入导纳函数 $Y(s)$ 来进行描述。如图 1-8 所示，阻抗函数 $Z(s)$ 等于电压 $U(s)$ 与电流 $I(s)$ 的比值；导纳函数 $Y(s)$ 是阻抗函数 $Z(s)$ 的倒数。由于 $U(s)$ 与 $I(s)$ 在同一端对上， $Z(s)$ 与 $Y(s)$ 是用来描述同一端对上激励与响应之间关系的函数式，因而又常被称为策动点函数。

先举几个简单的例子。

对于图 1-9 (a) 所示的两元件二端网络，其阻抗函数等于

$$Z(s) = \frac{sLR}{sL + R} = \frac{sR}{s + \frac{R}{L}} \quad (1-11)$$

从上式可知：当 $s = 0$ 时， $Z(s) = 0$ ，即在复频率 $s = 0$ 处出现阻抗零点；当 $s = -\frac{R}{L}$ 时， $Z(s) = \infty$ ，即在复频率 $s = -\frac{R}{L}$ 处出现阻抗极点。这个二端网络的阻抗零点与阻抗极点都可以用 s 复平面上点的位置来表示，如图 1-9 (b) 所示，阻抗零点用“○”符号来

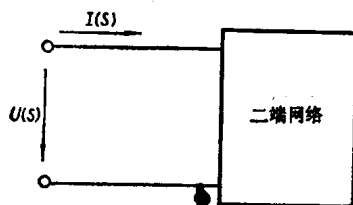


图 1-8 二端网络

表示，阻抗极点用“×”符号来表示。

又例如，对于图 1—10 (a) 所示的三元件二端网络，其阻抗函数等于

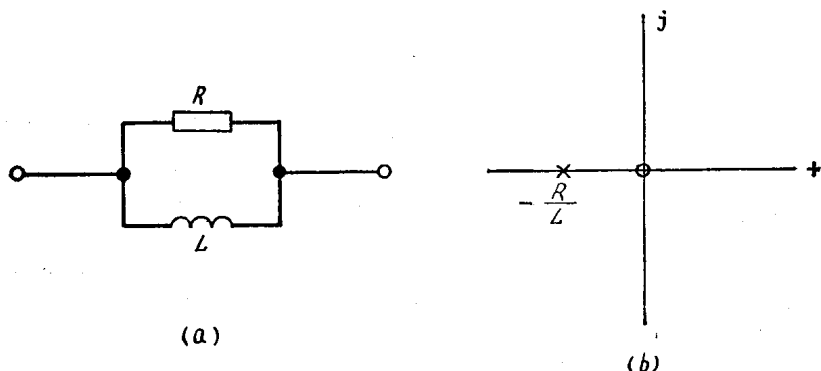


图 1—9 两元件二端网络

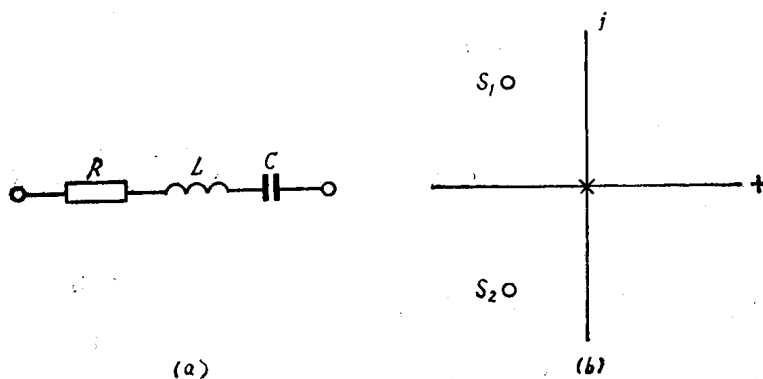


图 1—10 三元件二端网络

$$Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC} = \frac{s^2L + sR + \frac{1}{C}}{s}$$

$$= L \frac{(s-s_1)(s-s_2)}{s} \quad (1-12)$$

上式中的阻抗零点为

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sigma \pm j\omega \quad (1-13)$$

与 (1—6) 式相同。

除 s_1 、 s_2 阻抗零点外， $Z(s)$ 还在 $s=0$ 处出现一个极点。 s 复平面上的阻抗零极点示意图，如图 1—10 (b) 所示。

在表 1—1 中，列有各种简单二端网络的阻抗函数式及其零、极点的位置图。

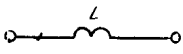
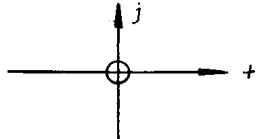
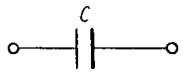
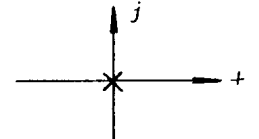
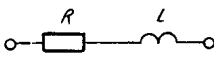
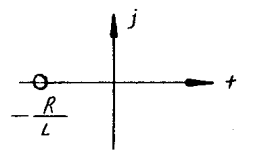
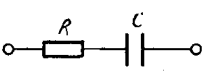
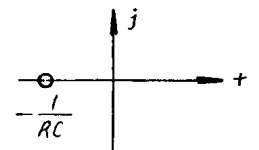
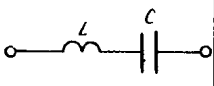
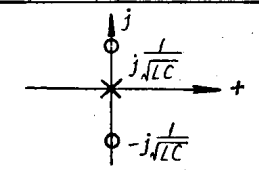
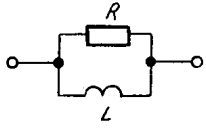
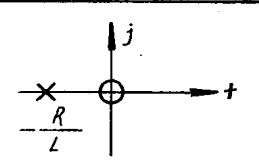
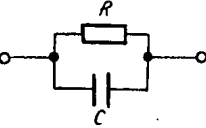
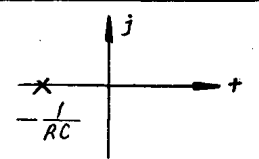
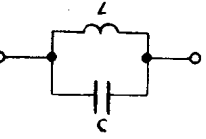
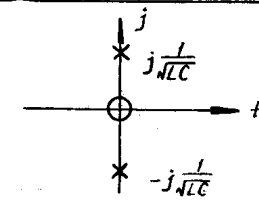
概括地说，无源二端网络的输入阻抗函数是一个实系数 s 的有理函数，它的一般表示式可写成

$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (1-14)$$

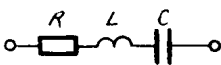
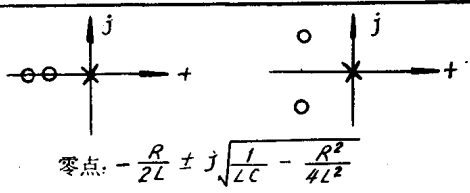
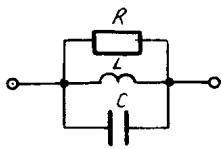
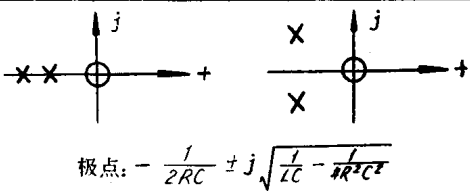
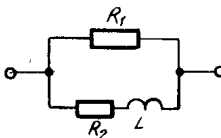
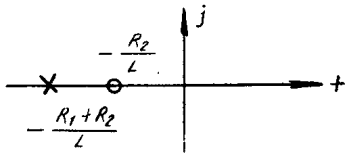
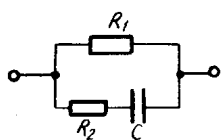
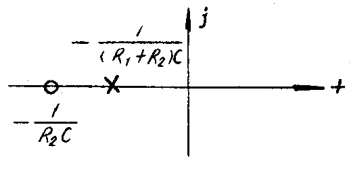
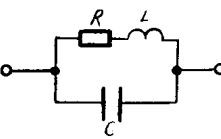
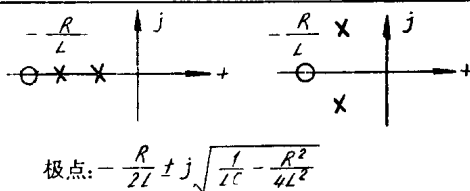
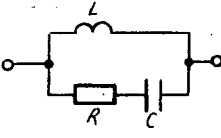
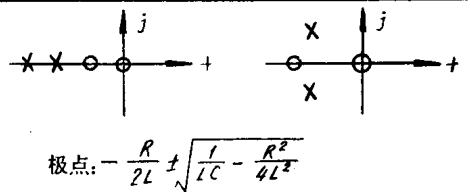
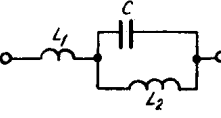
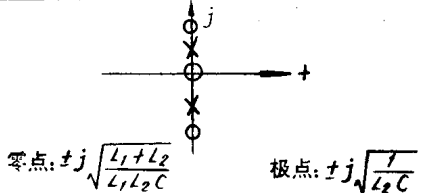
(1—14) 式经过因式分解后，可改写成

简单二端网络的阻抗函数及其零、极点

表 1—1

类型	二端网络结构	阻抗函数 $Z(s)$	$Z(s)$ 的零点与极点
1		sL	
2		$\frac{1}{sC}$	
3		$R + sL$	
4		$\frac{sR + \frac{1}{C}}{s}$	
5		$\frac{s^2L + \frac{1}{C}}{s}$	
6		$\frac{sR}{s + \frac{R}{L}}$	
7		$\frac{1}{sC + \frac{1}{R}}$	
8		$\frac{s}{s^2C + \frac{1}{L}}$	

续上表

类型	二端网络结构	阻抗函数 $Z(s)$	$Z(s)$ 的零点与极点
9		$\frac{s^2 L + sR + \frac{1}{C}}{s}$	 零点: $-\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$
10		$\frac{s}{s^2 C + s\frac{1}{R} + \frac{1}{L}}$	 极点: $-\frac{1}{2RC} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4R^2 C^2}}$
11		$\frac{sR_1 L + R_1 R_2}{sL + R_1 + R_2}$	
12		$\frac{sR_1 R_2 + \frac{R_1}{C}}{s(R_1 + R_2) + \frac{1}{C}}$	
13		$\frac{sL + R}{s^2 LC + sRC + 1}$	 极点: $-\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$
14		$\frac{s^2 LCR + sL}{s^2 LC + sRC + 1}$	 极点: $-\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$
15		$\frac{s^3 L_1 C + s(1 + \frac{L_1}{L_2})}{s^2 C + \frac{1}{L_2}}$	 零点: $\pm j\sqrt{\frac{L_1}{L_2 C}}$ 极点: $\pm j\sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$

$$Z(s) = H \frac{\prod_{i=1}^n (s - s_i)}{\prod_{j=1}^m (s - s_j)} \quad (1-15)$$

式中 $H = \frac{a_n}{b_m}$ 。

(1-15) 式中的 s_i 是 $Z(s) = 0$ 的根值, 也即是阻抗函数 $Z(s)$ 中分子多项式等于零的根值, 称为阻抗零点复频率, 简称阻抗零点。从上一节的讨论可知, 阻抗零点与网络电流的瞬态响应解 $Ae^{s_i t}$ 是相对应的, 因而从物理意义上来说, 阻抗零点就是网络短路时的自由振荡复频率。

(1-15) 式中的 s_j 是 $Z(s) = \infty$ 的根值, 也即为阻抗函数 $Z(s)$ 中分母多项式等于零的根值, 称为阻抗极点复频率, 简称阻抗极点。从物理意义上来说, 阻抗极点就是网络开路时的自由振荡复频率。

观察表 1-1 后, 我们不难看出一个无源二端网络的阻抗函数及其零、极点将具有下列几个性质:

1. 系数 a 、 b 都是实数

因为阻抗函数中的系数只与网络的元件值有关, 因而各系数都必为实数。

2. 复数阻抗零、极点必然是共轭地出现

这是阻抗函数中的系数为实数的必然结果。只有当复数阻抗零、极点共轭地出现时:

$$[s - (\sigma_i + j\omega_i)][s - (\sigma_i - j\omega_i)] = s^2 - 2\sigma_i s + \sigma_i^2 + \omega_i^2$$

才能保证阻抗函数中的各项系数都是实数。

3. 阻抗零、极点都位于 s 复平面的左半平面内或虚轴上

对于一个无源二端网络来说, 它本身对外部电路不能供给能量, 因而响应的瞬态分量不可能随时间无限地增大, 即总是稳定的。同时, 网络的每一个阻抗零、极点 s_i 和 s_j 都与网络响应的瞬态分量 $e^{s_i t}$ 和 $e^{s_j t}$ 一一对应。因此结论是: 无源二端网络的阻抗零、极点 s_i 和 s_j 的实部将永远为一负值或等于零, 即 $\sigma_i \leq 0$ 和 $\sigma_j \leq 0$ 。

4. 在虚轴上的阻抗零、极点必然是单阶的

用反证法。如果在虚轴上具有一对共轭重阶零点, 则相应的电流瞬态分量等于

$$\begin{aligned} i(t) &= \operatorname{Re} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K_i}{(s + j\omega_i)^2} + \frac{K_i}{(s - j\omega_i)^2} \right] \\ &= \operatorname{Re} \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2K_i(s^2 - \omega_i^2)}{(s^2 + \omega_i^2)^2} \right] \\ &= 2K_i t \cos \omega_i t \end{aligned}$$

它将随时间的增加而无限地增大, 这对于无源二端网络来说, 显然是不可能的。同样地, 如果在虚轴上具有一对共轭重阶极点, 也将出现类似的情况。因此结论是: 无源二端网络在虚轴上的阻抗零、极点必然是单阶的。

性质 3 和性质 4 是无源网络的两个极为重要的性质, 简称为无源网络的稳定性。

5. 阻抗函数中分子多项式与分母多项式的最高幂次相差不能大于 1

当 s 很大时, (1-14) 式可简化成

1108371

$$Z(s) \approx \frac{a_n s^n}{b_m s^m} = \frac{a_n}{b_m} s^{n-m}$$

当 $s = \infty$ 时, $Z(s)$ 将出现零点或极点, 而 $s = \infty$ 点可以被认为是虚轴上。根据性质 3, 由于在虚轴上的零、极点都是单阶的, 因此上式中的 $|n-m| \leq 1$, 即阻抗函数中分子多项式和分母多项式的最高幂次相差不能大于 1。

6. 阻抗函数中分子多项式与分母多项式的最低幂次相差不能大于 1

当 s 很小时, (1-14) 式中的高幂次项可以忽略不计, $Z(s)$ 近似为

$$Z(s) \approx \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots}$$

(1) 如果 $a_0 = 0$, $b_0 \neq 0$, 则

$$Z(s) \approx \frac{a_1}{b_0} s + \dots$$

当 $a_1 \neq 0$ 时, 则阻抗函数 $Z(s)$ 在 $s = 0$ 处为一单阶零点。如果这时 $a_1 = 0$, 于是阻抗函数 $Z(s)$ 将在 $s = 0$ 处出现一个二阶零点, 显然, 这是不符合性质 3 的, 因而 a_1 不能等于零。

(2) 如果 $b_0 = 0$, $a_0 \neq 0$, 则

$$Z(s) \approx \frac{a_0}{b_1 s} + \dots$$

当 $b_1 \neq 0$ 时, 则阻抗函数 $Z(s)$ 在 $s = 0$ 处为一单阶极点。如果这时 $b_1 = 0$, 于是阻抗函数 $Z(s)$ 将在 $s = 0$ 处出现一个二阶极点, 显然, 也是与性质 3 相违背的, 因而 b_1 也不能等于零。

综上所述, 说明阻抗函数中的分子多项式与分母多项式的最低幂次相差不能大于 1。

由于网络的输入导纳函数 $Y(s)$ 是网络输入阻抗函数 $Z(s)$ 的倒数, 即 $Y(s) = \frac{1}{Z(s)}$, $Y(s)$ 的零点就是 $Z(s)$ 的极点; $Y(s)$ 的极点就是 $Z(s)$ 的零点, 因此上述无源二端网络阻抗函数的性质同样地适用于它的导纳函数。

第三节 霍尔维茨多项式

所有零点都位于 s 复平面的左半平面内的实系数多项式, 称为霍尔维茨多项式; 为了叙述方便起见, 将除了上述条件外, 还在虚轴上具有单阶零点的多项式, 也称为霍尔维茨多项式。当有区分的必要时, 前者被称为严格的霍尔维茨多项式; 后者则称为广义的霍尔维茨多项式。

由于二端网络的输入阻抗函数 $Z(s)$ 和输入导纳函数 $Y(s)$ 的零极点, 只能位于 s 复平面的左半平面内或虚轴上; 而且在虚轴上的零极点都是单阶的, 因此, $Z(s)$ 和 $Y(s)$ 中的分子和分母多项式都必是一个霍尔维茨多项式。

判别一个给定的多项式是否为霍尔维茨多项式, 最直接的方法是求出多项式的根值, 如果各个复根的实部都为负或者等于零, 则该多项式必是一霍尔维茨多项式。否则, 就不是霍尔维茨多项式。

例如, 有一个多项式:

$$\begin{aligned} F(s) &= s^3 + 2s^2 + 5s + 3 \\ &= (s+1)(s+1+j\sqrt{2})(s+1-j\sqrt{2}) \end{aligned}$$

因为它所有的根都具有负的实部, 因此, $F(s)$ 是一个霍尔维茨多项式。

当多项式的阶数很高时,要求它的根值将是很困难的。在这里,我们介绍一种用电子计算机辅助计算的方法。在一般的通用数字式计算机中,都附有解复系数高阶代数方程根的标准算法库过程。高阶代数方程式的一般表示式为

$$f(z) = Z^n + a_1 Z^{n-1} + a_2 Z^{n-2} + \dots + a_n \quad (1-16)$$

上式中的系数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 都为复数。

标准算法库过程的语句形式为

DHMH (N, REA, IMA, REZ, IMZ, RA, IA, RA0, IA0, REB, IMB)。

其中 N表示方程阶数;

REA, IMA[1:N]分别存放 n 个系数 a 的实部和虚部;

REZ, IMZ[1:N]分别存放 n 个根 z 的实部和虚部;

RA, IA, RA0, IA0, REB, IMB[1:N]表示六套工作单元。

图1-11为调用标准算法库过程DHMH来求高阶方程根值的计算机程序。程序采用ALGOL-60算法语言,常用的基本符号及标准函数的含义可参阅附录一。在附录二中还列有DHMH的计算程序。

```

cBc  cRc  N;
      #W1 (0, 'N', N);
cBc  cAc  REA, REX, IMA, IMX, A, B, C, D, E, F (50) [1:N];
      #W1 (0, 'N', REA, IMA);
      #W2 (0, '2/, 8X, 2HN = , 12, 8X, 3HREA, 31X, 3HIMA, 2/, LF29.7; F27.7',
          N, REA, IMA);
cKuc  DHMH;
      DHMH (N, REA, IMA, REX, IMX, A, B, C, D, E, F);
      #W2 (0, '2/, 20X, 3HREX, 30X, 3HIMX, 2/, LF29.7; F27.7', REX, IMX)
cEc
cEc  AAAAAAAAA

```

图1-11 求高阶方程根值的计算机程序

【例1-1】试判别下列各个多项式是否为霍尔维茨多项式

1. $F(s) = s^4 + s^3 + 5s^2 + 3s + 4$
2. $F(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + 3s + 2$
3. $F(s) = s^7 + 3s^5 + 2s^3 + s$
4. $F(s) = s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 2s + 4$
5. $F(s) = s^5 + s^4 + 5s^3 + 5s^2 + 9s + 9$

【解】运用图1-11中的计算程序,可按次序分别求出各个多项式的根值,最后由计算机打印出来的结果如下所示。其中REA、IMA分别表示多项式中各个复系数的实部和虚部;REX、IMX分别表示多项式各个复根值的实部和虚部。

(1)

N = 4

REA	IMA
1.0000000	0.0000000
5.0000000	0.0000000
3.0000000	0.0000000
4.0000000	0.0000000
REX	IMX
-0.3628983	0.9701840
-0.3628983	-0.9701840
-0.1371017	1.9259374
-0.1371017	-1.9259374

(2)

N = 4

REA	IMA
1.0000000	0.0000000
2.0000000	0.0000000
3.0000000	0.0000000
2.0000000	0.0000000
REX	IMX
-0.8296041	0.4815256
-0.8296040	-0.4815256
0.3296040	1.4370159
0.3296041	-1.4370159

(3)

N = 7

REA	IMA
0.0000000	0.0000000
3.0000000	0.0000000
0.0000000	0.0000000
2.0000000	0.0000000
0.0000000	0.0000000
1.0000000	0.0000000
0.0000000	0.0000000
REX	IMX
0.0000000	0.0000000
-0.3988888	0.7048073
0.3988888	-0.7048073
0.3988888	0.7048073
-0.3988888	-0.7048073
0.0000000	1.5247026
-0.0000000	-1.5247026