

1995

中考复习精编

本书编写组



新世界出版社

1995 中考复习精编 数 学

本书编写组

新世界出版社

· 北 京 ·

新登字(京)136号

图书在版编目(CIP)数据

1995年中考复习精编: 数学

《1995年中考复习精编》编写组编

——北京: 新世界出版社, 1994. 8

ISBN7—80005—232—X

I. 19...

II. 19...

III. 数学—初中—升学参考资料

IV. G634.6

1995年中考复习精编: 数学

《1995年中考复习精编》编写组编

新世界出版社出版

(北京百万庄路24号 邮政编码100037)

新华书店北京发行所发行

燕京印刷厂印刷

32开本 220千字

9.75印张 印数1—13000册

1994年8月第一版第一次印刷

ISBN7—80005—232—X/G·019

定价: 6.95元

前 言

科学方法引导下的复习是考试成败的关键

进入九十年代，国家教委明确希望，放大甚至敞开进入高中大门，让每个学生接受尽可能多的教育和拥有更多上学机会。因此，能力的提高而不是追求高分就被提到日程上来。本书正是基于这种精神，作为新形势下的礼品，奉献给参加1995中考和想了解1995中考动向的同学们。这套书汇集了作者们多年丰富的教学经验和研究成果。

全书共五种：语文、数学、物理、化学、英语。编写中紧扣国家教委颁发的新大纲的要求，立足课本最基础内容，全面系统地综合了课本知识，整体排写上作了较大调整，使学生在阅读时有耳目一新的感觉，而不是课本内容的简单重复，结果学生在不知不觉中知识得以巩固，能力得到提高。各章节和本书最后附了大量的章节练习题和全真模拟测试题。前者对章节所学内容是一个巩固和提高，同时可及时查漏补缺；后者虽寥寥数笔，却画龙点睛，是作者意旨的结晶和学生能力的升华。本书在内容和解题方法的选择上体现了一种全新的思维——全新内容、全新方法，积极主张和提倡高能下的高分。这正适应了目前国家教委提出的减轻学生负担，最有效地利用学习时间，使其收到最好的学习和考试效果。

探索一种全新内容、全新方法，本书起到了倡导作用。作为开例，编写难免有不尽之处，恳请给予指正。

目 录

第一部分	代数与三角	(1)
第一章	实数.....	(1)
第二章	代数式 整式 分式 根式.....	(20)
第三章	指数与对数.....	(56)
第四章	方程及方程组.....	(71)
第五章	函数及其图象.....	(106)
第六章	不等式.....	(139)
第七章	解三角形.....	(151)
第二部分	平面几何	(175)
第八章	直线、相交线和平行线.....	(175)
第九章	三角形.....	(185)
第十章	四边形.....	(207)
第十一章	面积与勾股定理.....	(227)
第十二章	相似形.....	(246)
第十三章	圆.....	(268)

第一部分 代数与三角

第一章 实数

知 识 要 点

一、自然数

自然数：表示物体个数或事物次序的数叫做自然数。如1, 2, 3, ……等等都是自然数。自然数的全体称为自然数的集合。

1. 自然数的性质

(1) 自然数有无限多个。在自然数集合中有最小的数1, 但无最大的数。

(2) 在自然数集合中, 任何两个自然数都可以比较大小。

(3) 在自然数集合中一定可以进行加法和乘法的运算。也就是说任何二个或二个以上的自然数的和及积还是自然数。

2. 质数和合数 在自然数中除掉1以外, 只能被1和它本身整除的数叫做质数(又称素数)。不但能被1和它本身整除以外, 还能被其它数整除的数叫做合数。注意, 1既不是质数, 也不是合数。

3. 将自然数分解为质因数的连乘积 在乘法运算中, 被乘数和乘数都称做乘积的因数, 而一个合数的质数因数称做该合数的质因数。将一个合数写成质因数的连乘的形式称为将这个自然数分解质因数。如 $2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ 。

4. 求两个数或几个数的最大公约数和最小公倍数

(1) 如果一个数同时是几个数的约数，那么该数就叫做这几个数的公约数。两个数或几个数的公约数中最大的一个叫做这几个数的最大公约数。如18、24、30这三个数有公约数1、2、3、6等四个，其中最大的是6，所以18、24、30的最大公约数是6。

如果两个数的最大公约数是1，则称这两个数为互质数。如14与25是互质数。

(2) 如果一个数同时是几个数的倍数，这个数就叫做这几个数的公倍数，两个数或几个数的公倍数中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数。如18、24、30这三个数有公倍数360、720、1080……等无限多个，其中最小的360，所以18、24、30的最小公倍数是360。

二、整 数

正整数(自然数)、零和负整数统称整数。也就是说，整数集合是由正整数、零和负整数组成。

正整数和零称为非负整数，负整数和零称为非正整数。零既不是正整数，也不是负整数。

1. 正整数的性质

(1) 正整数有无限多个，在整数集合中没有最小的数，也没有最大的数。

(2) 在整数集合中，任何两个整数都可以比较大小。

(3) 在整数集合中一定可以进行加法、减法和乘法三种运算。也就是说任何二个或二个以上的整数和、差、积还是整数。

2. 偶数与奇数 能被2整除的整数叫做偶数。它可表示为 $2n$ (其中 n 为整数)。不能被2整除的整数叫做奇数。它可表

示为 $2^n - 1$ (其中 n 为整数)。

3. 整除 当一个整数被一个自然数(正整数)除而 没有余数的时候, 我们就称第一个数能被第二个数整除。

(1) 若一个数的个位数字能被2(或5)整除, 则这个数一定能被2(或5)整除。

(2) 若一个数的最后两个数字所成的数能被4(或25)整除, 则这个数一定能被4(或25)整除。

(3) 若一个数的最后三个数字所成的数能被8(或125)整除, 则这个数一定能被8(或125)整除。

(4) 若一个数的各位数字之和能被3整除, 则这个数一定能被3整除。

(5) 若两个数都能被某一个数整除, 则它们的和或差也都能被这个数整除。

三、有 理 数

整数和分数统称有理数。也就是说, 有理数集合是由整数和分数组成。

1. 一切有理数都可以表示为既约分数 $\frac{p}{q}$ 的形式, 这里 p 、 q 为整数, 且 $q \neq 0$ 。当 $p = 0$ 时, 该分数为0; 当 $q = 1$ 时, 该分数为整数。

如果将有理数表示成小数形式, 那么它一定是有限小数或无限循环小数。如 $\frac{1}{8} = 0.125$, $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 等等。

2. 有理数的性质

(1) 有理数有无限多个, 在有理数集合中没有最小的数, 也没有最大的数。

(2) 在有理数集合中, 任何两个有理数都可以比较大

小。

(3) 在有理数集合中，一定可以进行加、减、乘、除法(除数不为零)四种运算。也就是说，任何两个或两个以上的有理数的和、差、积、商(除数不为零)还是有理数。

四、实数

1. 乘方与开方

(1) 求相同因数的积的运算叫做乘方，记做 $a \cdot a \cdot a \cdots a = a^n$ 。相同因数 a 叫做底数，相同因数 a 的个数 n (正整数)叫做指数，乘方运算的结果叫做幂。正数($a > 0$)的任意次幂都是正数；零($a = 0$)的任意次幂都是零；负数($a < 0$)的偶次幂是一个正数，负数的奇次幂是一个负数。

当指数 $n = 0$ 时，规定 $a^0 = 1$ ，($a \neq 0$)，而0的0次幂无意义。

当指数 n 为负数或分数时，见第三章指数。

(2) 开平方和开立方

一个数 x 的平方等于 a ，这个数 x 就叫做 a 的平方根，即 $x^2 = a$ ， x 叫做 a 的平方根。求一个数 a 的平方根的运算叫做把 a 开平方。

一个正数($a > 0$)的平方根是两个互为相反的数，(如 $x^2 = 25$ 则 $x = 5$ 或 $x = -5$ ，又如 $x^2 = 2$ 则 $x = \sqrt{2}$ 或 $x = -\sqrt{2}$)；零($a = 0$)的平方根还是零；负数($a < 0$)没有平方根。

一个数 x 的立方等于 a ，这个数 x 就叫做 a 的立方根。求一个数 a 的立方根的运算叫做把 a 开立方。

一个正数的立方根是一个正数；零的立方根是零；一个负数的立方根是一个负数。

2. 算术平方根 一个正数($a > 0$)的平方根有两个互为

相反数的根，规定：一个正数($a > 0$)的正根，叫做算术平方根。零的算术平方根还是零， $x = \sqrt{2}$ 是2的算术平方根。

一般地，当 $a \geq 0$ 时， a 的算术平方根记作 $\sqrt{a}$ ，它是一个非负数。($a > 0$)

3. 无理数 无限不循环小数叫做无理数。如 $\sqrt{2} = 1.41421356\dots$ ； $\sqrt{3} = 1.732050\dots$ ，圆周率 $\pi = 3.1415926535\dots$ 。无理数分为正无理数与负无理数。

4. 实数的绝对值 a 为实数， $|a|$ 叫做 a 的绝对值。

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0 \text{ 时} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时} \end{cases}$$

任何一个实数的绝对值都是一个非负数(正数或零)。反过来，若某数的绝对值是一个正数，则某数一定有两个，一个是这个正数，另一个是这个正数的相反数。如 $|a| = 5$ ，则 $a = \pm 5$ 。

5. 数轴 规定了原点、方向和长度单位的一条直线叫做数轴。每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示一个实数，所以实数和数轴上的点一一对应。数轴将数和形(点)结合起来，具有直观性，可以用它的直观性比较实数的大小。符号 $|a|$ 在数轴上的意义是，一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离。

6. 近似数和有效数字 近似计算问题首先要明确近似计算要求达到的精确度。精确度太差，就会达不到实际问题的要求；精确度太高，又会造成人力和财产的损失。

近似数常用四舍五入法得到，如对准确数 $\pi = 3.1415926535\dots$

精确到0.001的近似数是3.142；

精确到0.01的近似数是3.14；

精确到0.1的近似数是3.1;

精确到1的近似数是3。

由四舍五入法得到的近似数中,从左边第一个不是零的数字起,到这一位数字止,所有的数字,都叫这个数的有效数字。上面的近似数的有效数字分别为4、3、2、1个。

7. 实数的性质

(1) 实数有无限多个,在实数集合中没有最小的数,也没有最大的数。

(2) 在实数集合中,任何两个实数都可以比较大小。

正数都大于零;负数都小于零;正数大于一切负数;两个正数,绝对值较大的正数大;两个负数,绝对值较大的反而小。

利用数轴可以直观地比较实数的大小,在数轴上表示的两个实数,右边的数总比左边的数大。

用求差法可以比较实数的大小,即

若 $a - b > 0$, 则 $a > b$;

若 $a - b = 0$, 则 $a = b$;

若 $a - b < 0$, 则 $a < b$ 。

(3) 在实数集合中,一定可以进行加、减、乘、除法(除数不为零)四种运算,也就是说,任何两个或两个以上的实数的和、差、积、商(除数不为零)还是实数。对于乘方及开方运算不全能进行,这是因为负实数不能开偶次方,所以数的集合还有待于扩充。

(4) 几个重要结论

对于任意实数 a , 都有 $\sqrt{a^2} = |a| \geq 0$; $a^2 \geq 0$, 即, a^2 、 $\sqrt{a^2}$ 、 $|a|$ 都是非负数(正数或零)。

对于任意实数 a 和 b ,

若 $a^2 + b^2 = 0$, 则 $a = b = 0$;

若 $|a| + |b| = 0$, 则 $a = b = 0$;

若 $|a| + \sqrt{b^2} = 0$, 或 $\sqrt{a^2} + |b| = 0$, 则 $a = b = 0$.

若对于算术平方根 $\sqrt{a}$ 、 $\sqrt{b}$, 有 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 0$, 则 $a = b = 0$.

以上结论的道理是因为 a^2 、 $|a|$ 、 $|b|$ 、 $\sqrt{a^2}$ 、 $\sqrt{b^2}$ 、 $\sqrt{a}$ 、 $\sqrt{b}$ 都是非负实数, 两个或几个非负实数的和等于零, 且实数 a 、 b 本身为零。

8. 实数的运算

(1) 运算定律

加法交换律: $a + b = b + a$

加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$

乘法交换律: $ab = ba$

乘法结合律: $(ab)c = a(bc)$

乘法对加法的分配律: $(a + b)c = ac + bc$

(2) 运算顺序

在没有括号的六种混合运算中, 要先算乘方、开方, 再算乘、除, 最后算加、减;

在有括号的式子中, 括号内的运算先进行;

在同一级运算中, 要从左到右的顺序进行运算;

根据运算定理可以变更运算顺序, 以使运算更加简便。

例 题 解 析

例1 把下列各实数填在相应的大括号内。

0、 $\sqrt{8}$ 、 $-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ 、 $\sqrt[4]{16}$ 、3.14159……、3.14159、

$-\lg 2$ 、 $\lg 100$ 、 $\sin 30^\circ$ 、 $\lg 60^\circ$ 、1.212121……、 $\frac{\pi}{3}$ 。

自然数集合: $\{ \dots \};$

整数集合: $\{ \dots \};$

分数集合: $\{ \dots \};$

有理数集合: $\{ \dots \};$

非正数集合: $\{ \dots \};$

无理数集合: $\{ \dots \}.$

解 自然数集合: $\{\sqrt[4]{16}, \lg 100, \dots\}$

整数集合: $\{0, \sqrt[4]{16}, \lg 100, \dots\}$

分数集合: $\left\{ -\sqrt[3]{\frac{8}{27}}, 3.14159, \sin 30^\circ, 1.212121, \dots \right\}$

有理数集合: $\left\{ 0, -\sqrt[3]{\frac{8}{27}}, \sqrt[4]{16}, 3.14159, \lg 100, \sin 30^\circ, \right.$

$1.212121\dots, \dots \left. \right\}$

非正数集合: $\left\{ 0, -\sqrt[3]{\frac{8}{27}}, -\lg 2, \dots \right\}$

无理数集合: $\left\{ \sqrt{8}, 3.14159\dots, -\lg 2, \operatorname{tg} 60^\circ, \right.$

$\frac{\pi}{3}, \dots \left. \right\}$

说明 因为 $\sqrt[4]{16} = 2$, 所以它是自然数, 也是整数, 也是有理数。

因为 $\lg 100 = 2$, 所以它是自然数, 也是整数, 也是有理数。

因为 $-\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, 所以它是分数, 也是有理数。

因为 3.14159 是有限小数, $1.212121\dots$ 是无限循环小

数，它们都可以化成分数。

因为 $-\lg 2 = -0.3010\dots\dots$ ， $\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} = 1.7320\dots\dots$ 都是无限不循环小数，它们都是无理数。

因为 π 是无理数，所以 $\frac{\pi}{3}$ 也是无理数，千万不要把 $\frac{\pi}{3}$ 看成是分数。

例2 用科学记数法表示下列各数。

(1) -973000 ；(2) -8000 ；(3) 5.06 ；(4) 27.32 ；

(5) 10000000 ；(6) -0.007 ；(7) -0.0000304 ；

(8) 0.000000216 。

解 (1) $-973000 = -9.73 \times 100000 = -9.73 \times 10^5$ ；

(2) $-8000 = -8 \times 1000 = -8 \times 10^3$ ；

(3) $5.06 = 5.06 \times 1 = 5.06 \times 10^0$ ；

(4) $27.32 = 2.732 \times 10 = 2.732 \times 10^1$ ；

(5) $1000000 = 1 \times 10^6$ ；

(6) $-0.007 = -7 \times 0.001 = -7 \times 10^{-3}$ ；

(7) $-0.0000304 = -3.04 \times 0.00001 = -3.04 \times 10^{-5}$ ；

(8) $0.000000216 = 2.16 \times 0.0000001 = 2.16 \times 10^{-7}$ 。

说明 科学记数法是利用10的整数次幂来记数的方法，它是把一个数 x 记成 $x = \pm a \times 10^n$ 的形式，这里 a 是大于或等于1而小于10的数，即 $1 \leq a < 10$ ， n 是整数。

n 的规律如下：

由前5个小题可总结出：把一个绝对值大于1的数写成科学记数法时， n 是一个非负数，且 n 等于原数的整数部分的位数减去1。

由后3个小题可总结出：把一个绝对值小于1的数（纯小数）写成科学记数法时， n 是一个负整数，它的绝对值等于

原数中第一个非零数字前面所有的零的个数（包括小数点前面的那个零）。

例3 下列结论中不正确的是（ ）

(A) 用四舍五入法求得实数1.20745(精确到千分位)的近似数为1.207。

(B) 用四舍五入法求得实数 1.20745 (保留三个有效数字)的近似数为1.21。

(C) 用四舍五入法求得实数 3.95 (保留二个有效数字)的近似数为4.0。

(D) 用四舍五入法求得实数0.02076 (保留三个有效数字)的近似数为208。

解 本题结论中不正确的是(D)。

说明 结论(A)正确。因为精确到千分位，即精确到0.001，则需在万分位上四舍五入，而万分位上的数字是4，舍去后得到1.207。

结论(B)正确。因为保留三个有效数字，而该数有六个有效数字，则需在从左算起的第四个数字进行四舍五入，得到1.21。

结论(C)正确。道理同(B)。

剩下的只有(D)是不正确的。事实上结论(D)应为0.0208。

例4 $81 \div (-27) \times (-3) \div (-9)$ 的值等于()。

(A) 1 (B) -1 (C) $-\frac{1}{9}$ (D) 9

解 原式 $= 81 \times \left(-\frac{1}{27}\right) \times (-3) \times \left(-\frac{1}{9}\right)$
 $= -1$

∴ 本题选(B)

说明 该题如下作法是错误的。

$$\text{原式} = 81 \div [(-27) \times (-3)] \div (-9)$$

$$= 81 \div 81 \div (-9)$$

$$= -\frac{1}{9}$$

错误的原因是认为乘除法混合运算中也可以使用结合律。应当注意乘除法混合运算中只能由前向后地按顺序运算，或象该题解法将除法转化为乘法，才可以使用交换律及结合律。

例5 如果两个数的积为零，记作符号 $a \cdot b = 0$ ，那么 ()。

(A) 这两个数同时为零 (即 $a = 0$ 且 $b = 0$)

(B) $a \neq 0$ 且 $b = 0$

(C) $a = 0$ 且 $b \neq 0$

(D) a 、 b 中至少有一个数是零

解 本题选(D)。

说明 A、B、C中的内容均不全面，也就是只对了一部分。而D的内容概括了前三个答案。因为至少有一个是零，这句数学语言的含义是可以有一个为零，也可以有二个为零。

例6 a 为实数，下列式子中、正确的是()。

(A) $|a| = a$ (B) $|a| = -a$

(C) $|a| \leq a$ (D) $|a| \geq a$

解 本题选(D)。

说明 因为 a 为实数，所以 a 可以是正数、零、负数。

(A) 式只有在 $a \geq 0$ 时成立； $a < 0$ 时，不成立。

(B) 式只有在 $a \leq 0$ 时成立; $a > 0$ 时, 不成立。

(C) 式在 $a \geq 0$ 时, $|a| = a$ 成立; $a > 0$ 时, $|a| < a$ 不成立; $a < 0$ 时, $|a| \leq a$ 都不会成立。

(D) 式当 $a \geq 0$ 时, $|a| = a$ 成立; 当 $a < 0$ 时, $|a| > a$ 成立; 合并写成的式子 $|a| \geq a$ 也成立。

另外, 该题用特殊值法进行选择更好。

当 $a = \sqrt{5} > 0$ 时, 排除了(B)、(C); 当 $a = -\sqrt{5} < 0$ 时排除了(A)。

例7 计算下列各式。

$$(1) \sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{3}\right)^2};$$

(2) 若 x 是不等于零的实数, 计算 $\frac{x}{|x|}$;

(3) 若 $1 < a < 2$, 计算: $\frac{a-2}{\sqrt{(a-2)^2}} - \frac{|1-a|}{1-a}$ 。

解 (1) $\because \sqrt{3} = 1.73 > \frac{3}{2}$

$$\therefore \sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{3}\right)^2} = \left|\frac{3}{2} - \sqrt{3}\right| = \sqrt{3} - \frac{3}{2}$$

(2) $\because x \neq 0$

$$\therefore \text{当 } x > 0 \text{ 时, } \frac{x}{|x|} = \frac{x}{x} = 1$$

$$\text{当 } x < 0 \text{ 时, } \frac{x}{|x|} = \frac{x}{-x} = -1$$

(3) $\because 1 < a < 2, \therefore a-2 < 0, 1-a < 0$

$$\therefore \text{原式} = \frac{a-2}{-(a-2)} - \frac{-(1-a)}{1-a} = -1 + 1 = 0$$