线性代数

解题指导

浙江广播电视大学湖州分校

前　言

本书是电大学员学习“经济数学（二）”和“工程数学”的解题指导书。全书各章分四个部份：一、填空（或判断）题；二、选择题；三、错解分析；四、典型例题分析。介绍了学习方法，并为期末复习编拟了综合练习题。本书也可供参加自学考试、业大、函大学习的学员参考。

本书承蒙中央电大冯泰副教授和浙江电大杨荣源副教授审阅，他们提出了许多极为可贵的意见，对此，我们表示衷心的感谢。

参加本书编写的老师是：第一章：史仁虎；第二章：郑宁国；第三章：邹跃中、王溥畴；第四章：朱明勇；第五章：王溥畴；第六章：朱道强；第七章及学习方法和综合练习题均由郑宁国老师完成。在编写过程中，杨
过一些修改意见。

由于我们水平有限，不妥或错误
和使用本书的辅导教师批评指正。

编　者

一九八八年七月

目　　录

怎样才能学好《线性代数》？

《线性代数》是电大经济类和理工类学员共同学习的课程。它是一门数学课，因此，有些学员就套用《微积分》的学习方法，这是不行的。其实，两门课有着很多不同之处。《微积分》用极限方法研究问题，而《线性代数》用抽象的公理化方法研究问题，因而，抽象的概念和逻辑推理较多。这也是我们学习中的一大难处。《微积分》的计算以式子变换为主，而《线性代数》则以大量数字的四则运算为主。《微积分》知识的连贯性很强，知识之间一环扣一环，《线性代数》相对来说内容是以块划分的，但不是说各章之间没有内在联系。《微积分》用函数表达式反映经济意义。《线性代数》则以表格反映经济意义。因此，我们在坚持预习、听课、完成作业和做好小结的同时，可尝试以下方法：

一、以思维的灵活性，克服概念的抽象性

《线性代数》有些概念很抽象，初学者往往感到似懂非懂，难以掌握。我们可用换角度的思维方法去分析、理解。先掌握低价、低维的，后理解高阶、n维的。

例如：向量组线性相关的概念很抽象，我们可作以下的努力：

1． 分析二维、三维向量组线性相关的几何意义，增强感性认识。2． 用自己的语言叙述概念的定义，把书面语言化成自己的口语，加强记忆和促进理解。3． 弄懂有关的例题，从正面理解。4． 剖析常见错误，从反面理解。5． 分清线性相关、线性无关、线性表出和线性组合这几个相似概念的异同，从侧面去理解。

这种灵活的分析方法，既能加深对知识的理解，克服抽象

的困难，又能培养创造性思维能力。

二、熟能生巧，确保计算的快速正确性

熟练地、准确无误地计算是教学的重点要求，对搞经济工作、技术工作的同志来说，是一种必须掌握的技能。《线性代数》有多种计算，如：行列式计算，向量运算，矩阵运算，解线性方程组等等。计算的类型多，并且运算过程往往是大量数字的四则运算，在几十次运算中，只要一次错误就会全功尽弃。因此，不仅要求学员概念清晰，注意归纳各种类型问题的计算方法，而且要求学员在平时作业中克服错了再检查的思想，养成"一遍算对"的习惯。不能眼高手低，要多做练习，熟能生巧。对投入产出中的各系数计算，既要弄清楚经济意义，又要掌握内在联系。要确保快速计算的正确性。

三、吃透块、理清条，掌握知识的系统性

先吃透块，后理清条，意思是首先掌握每章的中心内容，然后理出各章内容的内在联系；先弄清每章解决问题的基本方法，然后理出该学科解决问题的基本思想方法。

每章的中心内容和解决问题的基本方法，主讲教师在电视课上反复强调，比较明确。但理出内在联系就不是轻而易举的事了。扼要地讲，《线性代数》各章的内容可以用矩阵串起来。如：行列式可看成 n 阶矩阵的行列式；线性方程组的解法是对它的增广矩阵施行初等变换化成阶梯形矩阵等等。该学科解决问题的基本思想是：先把复杂的东西通过一定的变换变成简单的东西，然后再解决它。例如：n 阶行列式包含 $n!$ 项，计算量很大，而经过变换得到三角形行列式的项中至多只有一个非零项，其余项全为零，从而很容易计算；又如求矩阵的秩，先用初等变换化成阶梯形矩阵，阶梯形矩阵的非零行行数便是秩。学员们可以在今后的学习中去细心领会，加深理解并逐步掌握。这对全面掌握知识和方法，尤其是对复习迎考非常有

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

益。

总之，同学们已有学习《微积分》的基础，积累了一定的学习经验。上述方法只能起到抛砖引玉作用，你们只要根据教学大纲，针对课程特点来学习，注意发扬自己的长处，就一定能取得好成绩。

第一章　行列式

本章主要内容：

1. 行列式的定义、性质；行列式按一行（列）展开。

2. 行列式的计算：①化三角形行列式；②利用性质和按一行（列）展开、化低阶行列式。

3. 行列式的应用：克莱姆法则和齐次线性方程组有非零解的必要条件。

一、填空：

1. 当i＝________、k＝________时12i5k6 成为偶排列，这时逆序N(12i5k6)＝________。

2. $a_{12}a_{23}a_{31}a_{45}a_{54}$ 的符号是________ 它是________阶行列式展开中的一项。

3. $$\begin{vmatrix} 0 & & & a_{10} \\ & & \iddots & \\ & a_2 & & 0 \\ a_1 & & & \end{vmatrix} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad};$$

$$\begin{vmatrix} 0 & & & a_n \\ & & \iddots & \\ & a_2 & & 0 \\ a_1 & & & \end{vmatrix} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}。$$

4. $$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix} = \underline{\qquad\qquad} \begin{vmatrix} a_4 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_4 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_4 & c_1 & c_2 & c_3 \\ d_4 & d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix}$$

5. $$D=\begin{vmatrix} 1 & x & 5 & 7 \\ M & o & y & 1 \\ 5 & 3 & 6 & z \\ 2 & 0 & 9 & 1 \end{vmatrix}$$ 中M的代数余子式是_______。

6. 所有行对应元素之和为零的行列式等于_______。

7. 行列式与其转置行列式的值_________。

8. 克莱姆法则的前提条件是_______、_______。

9. $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}\cdots a_{1r} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2}\cdots a_{rr} & 0 & \cdots & 0 \\ & & b_{11} & \cdots & b_{1p} \\ & * & \vdots & & \vdots \\ & & b_{p1} & \cdots & b_{pp} \end{vmatrix} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。$$

10. 奇数级行列式如果它的所有元素变号，那么变号后行列式的值_______。

答案:

1. 应填4；3；2。

2. 应填负；五。

3. $-a_1$、$a_2a_3\cdots a_{10}$；$(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_1a_2a_3\cdots a_n$

本题关键是决定符号。每项元素按行顺序排列后，符号是$(-1)^{N(j_1j_2\cdots j_n)}$；例如后一个填空，列的逆序数$N(j_1j_2\cdots j_n)=$

$N[n(n-1)\cdots 21]=\frac{n(n-1)}{2}$。所以应填$(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_1a_2\cdots a_n$。

4． 应填：一。

本题经过三次列互换，所以得到的行列式反号。

5．

应填：$-\begin{vmatrix} x & 5 & 7 \\ 3 & 6 & z \\ 0 & 9 & 1 \end{vmatrix}$

6． 应填：0。

各行对应元素加到某一行上去后，该行的元素全为0。

7． 应填：相等。

8． 应填：方程个数m=未知数个数n；系数行列式$D\neq 0$。

9． 应填：$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rr} \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1p} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{p1} & \cdots & b_{pp} \end{vmatrix}$

（提示：可用数学归纳法证明之）

10．应填：与原行列式的值相反。

二、选择题：

在四项备选答案中只有一项是正确的，请将正确答案填入（　　）内。

1．

$f(x)=\begin{vmatrix} 2x & x & 1 & -1 \\ 3 & x & 1 & 2 \\ 1 & 0 & x & -1 \\ 1 & 2 & 1 & x \end{vmatrix}$中含$x^3$项的系数是（　　）。

(a) 1　(b) -1　(c) -3　(d) 3

2．（　　）是五阶行列式展开式中的一项。

(a) $a_{11}a_{22}a_{32}a_{43}a_{55}$　(b) $a_{41}a_{32}a_{23}a_{14}a_{55}$

(c) $a_{31}a_{22}a_{33}a_{44}a_{55}$　(d) $a_{12}a_{23}a_{31}a_{44}$

3. 四阶行列式的展开式共有（　　）项。

(*a*) 8　　(*b*) 16　　(*c*) 24　　(*d*) 32

4. 四阶行列式的展开式中共有（　　）项含有$a_{23}a_{31}$

(*a*) 1　　(*b*) 2　　(*c*) 3　　(*d*) 4

5. 下列等式恒成立的（　　）。(其中a，b，c，d，e为常数)

(*a*) $\begin{vmatrix} ab & 1 \\ cd & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 1 \\ c & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & 1 \\ d & 1 \end{vmatrix}$

(*b*) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix}$

(*c*) $\begin{vmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

(*e*) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+b & -a \\ c+d & -c \end{vmatrix}$

6. 下列方程组中有唯一解的是（　　）。

(*a*) $\begin{cases} x+y-2z=1 \\ 2x-y+4z=0 \\ -3x-3y+6z=5 \end{cases}$　　(*b*) $\begin{cases} 9x-3y+3z=0 \\ 6x+2y+2z=0 \\ 3x-x+z=0 \end{cases}$

(*c*) $\begin{cases} x-3y+3z=0 \\ -2x+2y+2z=0 \\ 3x-x+z=0 \end{cases}$　　(*d*) $\begin{cases} x-2y+4z=3 \\ -x+2y-4z=-3 \\ 3x-6y+12z=9 \end{cases}$

7. $\begin{vmatrix} ka_1 & -ka_2 & a_3 \\ kb_1 & -kb_2 & b_3 \\ kc_1 & -kc_2 & c_3 \end{vmatrix} = (\quad)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

(a) $-k^2$　　(b) k^2　　(c) k　　(d) $-k$

8. $\begin{vmatrix} 8 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{vmatrix} = ($　　$)$

(a) $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 8 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

(d) $\begin{vmatrix} 8 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

解：1. 应选(c)。行列式按定义展开后只有 $a_{12}a_{21}a_{33}a_{44}$ 项含有x^3，其列排列的逆序数 $N(2\ \ 1\ \ 3\ \ 4)=1$，所以该项符号 $(-1)^{N(2134)}=-1$，故系数应为-3。

2. 应选 (b)。因为五阶行列式按定义展开后每一项都是五个取自不同行、不同列的元素乘积。

3. 应选(c)。设$a_{1i}a_{2j}a_{3s}a_{4t}$是四阶行列式展开式中的任一项。i, j, s, t 四个数码的全排列 $A_4^4=4!=24$。故有24项。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

4． 应选（b）。事实上，设含有$a_{23}a_{31}$的项为$a_{1i}a_{23}a_{31}a_{4j}$，则 i 可取2或4，i 取定后j只有一种取法。故只有两项含$a_{23}a_{31}$，它们是$a_{12}a_{23}a_{31}a_{44}$和$a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$。

5． 应选（d）。右边$=\begin{vmatrix} a & -a \\ c & -c \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} b & -a \\ d & -c \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=$左边

6． 应选(c)。事实上，(a)，(d) 的系数行列式D中都有两行成比例，所以$D=0$；（b）的系数行列式也为0（两列成比例），根据克莱姆法则则可排除它们。从而只剩下（c）便是正确答案。

7． 应选(a)。

8． 应选(a)。由性质$\begin{vmatrix} a+a_1 & b+b_1 \\ c & d \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ c & d \end{vmatrix}$便知。

三、错解分析：

例1． 按定义计算行列式：$D=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ & & \cdots\cdots\cdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$

错解：$\because$ 展开式中只有$a_{12}a_{23}\cdots a_{n-1\,n}\,a_{n1}$不含零

$\therefore$ $D=1\cdot2\cdots(n-1)\cdot n=n!$

分析：行列式按定义展开后，不仅要考虑到各项元素取自不同行，不同列；而且要用逆序数的方法来确定其符号，上述解法没有考虑符号，显然错误。

正确解法：

$\because$ 展开式中只有$a_{12}a_{23}\cdots a_{n-1\,n}\,a_{n1}$不含零，其列排

列的逆序数$N(2\ 3\cdots n\ 1)=n-1$

$$\therefore\quad D=(-1)^{N(2\,3\cdots n\,1)}\,1\cdot2\cdot3\cdots(n-1)\cdot n=(-1)^{n-1}n!$$

$$=\begin{cases} n!\ (n\text{为奇数}) \\ -n!\ (n\text{为偶数}) \end{cases}$$

例2. 用行列式性质计算：

$$D=\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

错解：把第2、3行加到第1行上，同时把第1行加到第2行上，得到：

$$D=\begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+a+c \\ a+b-c & b-c+a & 2a+2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}=0\quad(\text{第1、2列相同})$$

分析：把第2、3行加到第1行上后，得到的第1行和原式中的第1行已不相同，若仍用原式中第1行加到第2行上，显然已不符合行列式性质，造成错误。

正确解法：

$$D=\begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}=(a+b+c)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}=(a+b+c)$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ b+c+a & b-c-a & b+c+a \\ 0 & 2c & -a-b-c \end{vmatrix}=-(a+b+c)$$

$$\begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c \\ 0 & -a-b-c \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

例3. 计算反对称行列式

$$D = \begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & 0 \\ -c & -e & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

错解：因为反对称行列式有性质$a_{ij} = -a_{ji}$，所以$2a_{ii} = 0$，故$D = 0$。

分析：$a_{ij} = -a_{ji}$是反对称行列式的元素所具有关系，由此得到$a_{ij} + a_{ji} = 0$，只有$i = j$时才有$2a_{ij} = 0$，即反对称行列式的主对角线上元素全为0，可是推不出$D = 0$，

正确解法：

$$D = \begin{vmatrix} b & c & 0 & a \\ d & e & -a & 0 \\ 0 & 0 & -b & -d \\ 0 & 0 & -c & -e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & c \\ d & e \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -b & -d \\ -c & -e \end{vmatrix} = (be-cd)^2$$

显然，当$be \neq cd$时　$D \neq 0$

但是，奇数级反对称行列式必等于零。事实上，

设

$$D = \begin{vmatrix} 0 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ -a_{12} & 0 & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{1n} & -a_{2n} & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$ 则

$$D \underline{\text{转置}} \begin{vmatrix} 0 & -a_{12} & -a_{13} & \cdots & -a_{1n} \\ a_{12} & 0 & -a_{23} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & 0 \end{vmatrix} =$$

$$(-1)^n \begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ -a_{12} & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{1n} & -a_{2n} & -a_{3n} & \cdots & 0 \end{vmatrix} = (-1)^n D$$

当 n 为奇数时 $D=-D$，所以 $D=0$

四、例题分析：

例1． 计算下列行列式：

(1) $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$

解：$\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2(x+y) & y & x+y \\ 2(x+y) & x+y & x \\ 2(x+y) & x & y \end{vmatrix}$ （提取第一列公因子）

（箭头表示第二、三列加到第一列上去）

$$=2(x+y)\begin{vmatrix} 1 & y & x+y \\ 1 & x+y & x \\ 1 & x & y \end{vmatrix} \times(-1)$$

（箭头表示第一行乘以(-1)分别加到第二、三行上去）

$$=2(x+y)\begin{vmatrix} 1 & y & x+y \\ 0 & x & -y \\ 0 & x-y & -x \end{vmatrix}$$ （按第一列展开）

$$=2(x+y)\begin{vmatrix} x & -y \\ x-y & -x \end{vmatrix} = 2(x+y)[-x^2+y(x-y)]$$

$= -2(x^3 + y^3)$

(2) $\begin{vmatrix} 25 & 26 & 26 & 26 \\ 25 & 26 & 25 & 26 \\ 25 & 25 & 26 & 25 \\ 26 & 26 & 26 & 25 \end{vmatrix}$

解: $\begin{vmatrix} 25 & 26 & 26 & 26 \\ 25 & 26 & 25 & 26 \\ 25 & 25 & 26 & 25 \\ 26 & 26 & 26 & 25 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 25 & 1 & 1 & 1 \\ 25 & 1 & 0 & 1 \\ 25 & 0 & 1 & 0 \\ 26 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \times(-1)$

$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 25 & 1 & 0 & 1 \\ 25 & 0 & 1 & 0 \\ 26 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \times(-1) = \begin{vmatrix} -25 & 0 & 0 & 0 \\ 25 & 1 & 0 & 1 \\ 25 & 0 & 1 & 0 \\ 26 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} -25 & 0 & 0 & 0 \\ 25 & 1 & 0 & 0 \\ 25 & 0 & 1 & 0 \\ 26 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ (此为上三角行列式) $= 25$

(3) $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$

解: $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix} \begin{matrix} \times(-1) \\ \\ \times(-1) \end{matrix}$

$$=\begin{vmatrix} x & x & 0 & 0 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 0 & 0 & y & y \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & y & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -y \end{vmatrix}$$（按第一行展开）

×(-1)　×(-1)

$$= x\begin{vmatrix} -x & 1 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 1 & -y \end{vmatrix}$$（按第一列展开）

$$= -x^2\begin{vmatrix} y & 0 \\ 1 & -y \end{vmatrix} = x^2y^2$$

(4) $$\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}$$

解：$$\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}$$

×(-1)

$$= \begin{vmatrix} a^2 & 2a+1 & 4a+4 & 6a+9 \\ b^2 & 2b+1 & 4b+4 & 6b+9 \\ c^2 & 2c+1 & 4c+4 & 6c+9 \\ d^2 & 2b+1 & 4d+4 & 6d+9 \end{vmatrix}$$

×(-2)　×(-3)

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com