

紧贴1999年教改新精神

同步高效能力训练丛书

主编 孙彪 周祥昌
周建勋

高一代数

A photograph of the main gate of Tsinghua University, featuring a large archway with the university's name in Chinese characters above it. The gate is flanked by tall, dark evergreen trees.

名师精讲巧析

紧扣最新教材

强化能力训练

筑起决胜阶梯

天津大学出版社

91. 84

同步高效能力训练丛书

15

G634.62
S960
4

高一 代数

主编 孙彪 周祥昌

周建勋

编者 周祥昌 史有作

陆培兴 李纪仁

言 陈江辉

钱 铭

马俊华

张晓辉

G634.62

S960

4

天津大学出版社

48.18
凡本丛书封面无天津大学出版社防伪标志者，为非法出版物
版权所有 翻印必究

图书在版编目 (CIP) 数据

同步高效能力训练丛书：高一代数/孙彪等主编. 一天
津：天津大学出版社，1999.5
ISBN 7-5618-1184-5

I. 同… II. 孙… III. 代数课-高中-教学参考资料 IV
.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 20520 号

出版 天津大学出版社 (电话：022-27403647)
出版人 杨风和
地址 天津市卫津路 92 号天津大学内 (邮编：300072)
印刷 山东滨州新华印刷厂
发行 新华书店天津发行所
开本 787mm×1092mm 1/32
印张 14.375
字数 358 千
版次 1999 年 5 月第 1 版
印次 1999 年 5 月第 1 次
印数 1-40 000
定价 14.00 元

《同步高效能力训练丛书》

编 委 会

主 编	周 鑫		
副主编	孙宏杰	孙 彪	吴荣铭
	朱永林	陈 蔚	周建勋
	杨风和		
编 委	王俊杰	魏正清	陈安居
	李良君	欧阳惠	杨得辉
	程宇新	金 彤	赵之慧
	何东方	郑芳芝	诸葛平
	高文华	韩 涛	徐永宁
	罗国章	马仲德	周骏远
	苏世伟	万国泉	钟子荣

立足能力训练 培育国家英才

《同步高效能力训练丛书》序

21世纪即将来临,新世纪呼唤着创造型的人才。今天,在不断深化的教育改革大背景推动下,无论是中考还是高考,都正从知识的考查逐渐转移到能力的考查。为了适应这种形势的需要,经教育专家和教坛名师的精心策划与编写,一套富有特色的高品位的《同步高效能力训练丛书》与广大读者见面了。

这套丛书充分体现了教育部关于中学教材改革的最新精神,与最新现行教材同步配套,十分注重提炼教材中的知识点和重点、难点,以有效地提高学生的综合能力,将学生引向成功之路。

这套丛书凝聚了一大批特级、高级教师多年积累的宝贵教学经验,融汇了全国各地复习训练的教学研究成果,充分反映了中、高考命题的基本思路和未来走势,刻意追求“四性”特色——同步性、普适性、创新性、导向性。

同步性:丛书编写的内容与最新现行教材完全同步(文科同步到课,理科同步到节),能力检测设计与中考、高考的发展趋向同步合辙。这样,与学生学习、复习、考试完全协调一致,能取得最佳的效果。

普适性:丛书依据的教材是全国统编的最新现行教材,同时也兼顾到各地采用的多种教材的特点和长处,使丛书可以

更广泛地适应中学生的需要。

创新性：丛书在博采众长的基础上独树一帜，取材新颖、注重精讲，编写思路与解题技巧符合中学生的学习规律和认知规律，充分体现了教学改革与考试改革的创新精神。

导向性：丛书在疏解教学内容时，精要地指出学习要点，精辟地分析知识点和典型题。每课或每章后的同步能力训练、重点难点误点综合点拨，可使学生系统地巩固、加深和拓宽所学知识，收到事半功倍的效果。

能力训练是素质教育的根本要求，也是当前中考、高考的着重点。这套丛书紧紧抓住这个关键，进行同步高效的讲与练，扎扎实实地培养和提高学生分析问题与解决问题的能力，使学生可举一反三、触类旁通。

为了便于学生自读自练，丛书中所有的练习均附有参考答案和提示。初三和高三各册还设计了一定量的系统复习题，以适应初中、高中毕业复习和升学应试之需。

我们深信，广大中学生认真学习这套丛书，必将迅速提高综合能力和应试能力，筑起决胜的阶梯。愿同学们展开腾飞的翅膀，叩响新世纪的大门。

本套丛书问世后，诚请广大读者提出宝贵意见，对疏漏之处请批评指正，以便再版时修订，使其臻于完善。

周 鑫

1999年5月1日

前言

《同步高效能力训练丛书》数学部分从初一年级到高三年级共有 11 册. 这是一套与人民教育出版社最新出版的教科书同步到章节的学习辅导读物.

本书为高级中学课本代数上册(必修)的辅导读物. 每节编写分为【学习要点】——提出本节学习要点内容, 本节的重点、难点, 使学生明确对所讲授的内容中要掌握的精髓和要达到的目标. 【知识点精讲】——深入浅出讲述本节的重要知识点, 使学生透彻理解和掌握基础知识及内在联系. 【典型题解析】——所列例题有较强的典型性和新颖性, 根据近年来高考的试题走向, 精要给出解题思路和习题分析, 有些题还给出多种解法, 以培养学生的创新思维. 【同步能力训练】——分为目标测试和能力测试两部分. 目标测试为合格性练习, 着重于基础知识和基本技能, 为一般普通中学期中、期末测试和毕业考试、会考的要求. 能力测试是着重于灵活运用基础知识解决问题的能力练习, 同高考的难度相当. 每个单元和每章后有【重点难点误点综合点拨】, 简要综合归纳、剖析本单元或本章所讲授的重点、难点和学习关键, 对学生容易出现的错误, 即所谓误点予以简要分析和必要的纠正, 使学生避开误区, 从而使形成的概念正确, 掌握的知识基础扎实. 同时, 还设有【单元学习自我检测】或【本章学习自我检测】, 进行阶段性验收测试, 以进一步巩固、加深学生所学知识, 提高学生综合运用所学知识的能力. 本册书还给出期中学习自我检测试题及期末学习自我检测试题, 附录(书末)还给出了各类自测题的答案

或提示.

通过这本与教科书同步的教学辅导用书的学习,可有利于优化课堂教学过程,掌握数学思想方法,提高学生的学习能力和创新意识;有利于学生掌握基础知识和基本技能,培养学生应用基础知识解决实际问题的能力。

总之,通过本书的学习,将有利于推进素质教育,使程度不同的学生都学有所得,从而促使教学质量的普遍提高。

本书由周祥昌、史有作、陆培兴、李纪仁、单立信、陈江辉、陆云泉、钱铭、吴新强、马俊华、张晓辉等同志编写,最后由孙彪、周祥昌、周建勋审订。

由于时间比较仓促,书中如有不当之处,欢迎广大师生指正,以便再版时修订。

编者

1999年5月

目 录

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	(1)
一 集合	(1)
1.1 集合	(1)
1.2 子集、交集、并集、补集	(7)
单元小结	(19)
二 一元二次不等式	(23)
1.3 $ ax + b < c, ax + b > c (c > 0)$ 型不等式	(23)
1.4 一元二次不等式	(31)
单元小结	(43)
三 映射与函数	(46)
1.5 映射	(46)
1.6 函数	(51)
单元小结	(68)
四 幂函数	(71)
1.7 分数指数幂与根式	(71)
1.8 幂函数	(76)
1.9 函数的单调性	(81)
1.10 函数的奇偶性	(88)
1.11 反函数	(95)
1.12 互为反函数的函数图像间的关系	(100)
单元小结	(104)
五 指数函数和对数函数	(106)

1.13	指数函数	(106)
1.14	对数	(113)
1.15	对数的性质和运算法则	(116)
1.18	对数函数	(121)
1.19	换底公式	(132)
1.20	指数方程与对数方程	(135)
	本章小结	(145)
	期中学习自我检测	(151)
第二章	三角函数	(155)
一	任意角的三角函数	(155)
2.1	$0^\circ \sim 360^\circ$ 间的三角函数	(155)
2.2	角的概念的推广	(159)
2.3	弧度制	(164)
2.4	任意角的三角函数	(171)
2.5	同角三角函数的基本关系式	(177)
2.6	诱导公式	(188)
2.7	已知三角函数值求角	(194)
	单元小结	(199)
二	三角函数的图像和性质	(206)
2.8	用单位圆中的线段表示三角函数值	(206)
2.9	正弦函数、余弦函数的图像和性质	(216)
2.10	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	(231)
2.11	正切函数、余切函数的图像和性质	(241)
	单元小结	(248)
	本章小结	(252)
第三章	两角和与差的三角函数, 解斜三角形	(261)

一 两角和与差的三角函数	(261)
3.1 两角和与差的三角函数	(261)
3.2 二倍角的正弦、余弦、正切	(284)
3.3 半角的正弦、余弦、正切	(294)
3.4 三角函数的积化和差与和差化积	(303)
单元小结	(330)
二 解斜三角形	(333)
3.5 余弦定理	(333)
3.6 正弦定理	(340)
本章小结	(349)
第四章 反三角函数和简单三角方程	(359)
一 反三角函数	(359)
4.1 反正弦函数	(360)
4.2 反余弦函数	(371)
4.3 反正切函数和反余切函数	(380)
单元小结	(386)
二 简单三角方程	(391)
4.4 最简单的三角方程	(391)
本章小结	(396)
期末学习自我检测	(402)
附录 测试题答案或提示	(405)

第一章 幂函数、指数函数 和对数函数

集合是近代数学中的基本概念之一,掌握集合的初步知识,可以使数学中其它的一些基本概念表达得更加准确,理解得更为深刻.集合概念是一种从整体角度认识问题的思想,它已渗透到数学的各个分支.现代的函数概念正是建立在集合与映射基础之上的.基于这一点,本章将在讨论集合的基础上,讲解函数的一般概念(如函数的定义,函数的定义域和值域、函数表示法及其图像和性质等),具体讨论二次函数、幂函数、指数函数以及对数函数的概念、图像和性质.

一 集 合

1.1 集 合

【学习要点】

集合的概念、集合的分类、集合的表示法以及各种符号语言的学习是本节的重点;理解集合的概念及表示方法是本节的难点;对集合表示法的理解则是学好本节的关键.

【知识点精讲】

(1)集合是数学中的最原始的概念之一.它和几何中的点、线、面一样,都是不加定义的.一组对象的全体形成一个集合.这是描述性的说明.

(2)集合中的元素既是“确定的”,又是“互异的”,还是“无

序的”。

对于一个给定的集合 A , 任何一个对象 b , 或者是 A 的元素, 或者不是 A 的元素. 两种情况必有一种且只有一种成立. 这是集合的确定性.

对于一个给定的集合 A , A 中的任何两个元素都是不同的对象, A 中相同的对象只能算作一个元素, 这是集合的互异性. 如 $\{0, 1, 1, 2, 2\}$ 不能作为集合的正确表示, 应写为 $\{0, 1, 2\}$.

集合中的元素是不排序的, 这是集合的无序性. 如集合 $\{1, 2\}$ 也可写成 $\{2, 1\}$.

(3) 用列举法表示集合, 一般不考虑元素之间的顺序. 但在表示数列之类的特殊集合时, 通常仍按惯用的次序写出它的元素. 例如, 集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

用描述法表示集合的一种常用形式是 $\{x | p\}$ 竖线前面的 x 叫做此集合的代表元素, 竖线后面的 p 指出元素 x 所具有的公共属性. $A = \{x | p\}$ 表示由所有具有性质 p 的元素 x 组成的集合. 例如, 集合 $\{x | y = x^2 - 1\}$ 表示自变量 x 的值的全集, 即 $\mathbf{R}$. 集合 $\{y | y = x^2 - 1\}$ 表示函数 y 的值的全体, 即 $\{y | y \geq -1\}$. 集合 $\{(x, y) | y = x^2 - 1\}$ 表示抛物线 $y = x^2 - 1$ 上点的全体, 而集合 $\{y = x^2 - 1\}$ 表示只有一个元素——方程 $y = x^2 - 1$ 的集合.

要防止把集合 $\{(1, 2)\}$ 写成 $(1, 2)$ 或 $\{1, 2\}$ 或 $\{x = 1, y = 2\}$ 之类的错误, 也要防止用 $\{\text{实数集}\}$ 或 $\{\mathbf{R}\}$ 来表示实数集 $\mathbf{R}$ 的错误.

(4) 要明确“属于”, “不属于”这两个概念是表示元素与集合之间的关系的. 对于任何元素 a 和集合 A , $a \in A$ 与 $a \notin A$ 两者必居其一.

(5)以数或点为元素的集合分别叫做数集或点集.课本中列举的 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 等符号所代表的数集应正确理解,熟练运用.

【典型题解析】

例1 写出下列各集合中的元素.

(1){大于-1而小于5的整数};

(2){平方后等于1的数};

✱ (3){不大于10的非负偶数}.

解:(1)由 $-1 < x < 5$, x 为整数,可得 $x=0,1,2,3,4$.所以集合{大于-1而小于5的整数}的元素为0,1,2,3,4.

(2)平方后等于1的数,也就是1的平方根.所以集合{平方后等于1的数}的元素为-1,1.

(3){不大于10的非负偶数}的元素为0,2,4,6,8,10.

说明 数学语言的转换,是数学解题中的重要方法之一.(2)中是一种概念性的语言转换,数学中还有符号语言、文字语言、图形语言的互相转换,值得重视.

例2 用列举法表示下列集合:

(1){ $y|y=x^2-1, x<5, x\in\mathbf{N}$ };

(2){ $(x,y)|y=x^2-1, x<5, x\in\mathbf{N}$ }.

分析 本题中两小题形同实异,本质上是代表元素的不同.

解:(1)由于 $x<5, x\in\mathbf{N}$,所以 $x=1,2,3,4$. $y=0,3,8,15$. (1)用列举法表示为{0,3,8,15}.

(2)用列举法表示为{(1,0),(2,3),(3,8),(4,15)}.

说明 理解由代表元素法给出的集合,关键问题是:①代表元素是什么?例如:(1)中是函数 y 的值;(2)中是抛物线 y

$=x^2-1$ 上的点. ②代表元素具有怎样的共同性质? 例如, (1)中是当 x 为小于 5 的自然数时, 函数 $y=x^2-1$ 的值; (2)中是当点的横坐标为小于 5 的自然数时, 抛物线 $y=x^2-1$ 上的点.

例 3 说出集合 $\{n \mid \frac{n}{2} \in \mathbf{Z}\}$ 和集合 $\{2n \mid n \in \mathbf{Z}\}$ 各表示什么?

解: 集合 $\{n \mid \frac{n}{2} \in \mathbf{Z}\}$ 中的代表元素 n 具有除以 2 为整数的性质, 所以 n 应是偶数, 这个集合表示偶数集.

集合 $\{2n \mid n \in \mathbf{Z}\}$ 中的代表元素是 $2n$, 由于 n 是整数, 所以 $2n$ 是偶数. 这个集合也表示偶数集.

说明 虽然本例中两个集合的描述形式不同, 但实质是一样的, 它们表示同一集合.

例 4 已知集合 $A = \{x \mid kx^2 + 2x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ 中只有一个元素, 求实数 k 的值, 并且用列举法写出集合 A .

分析 不要一看到方程 $kx^2 + 2x + 1 = 0$, 就认为它是一元二次方程.

解: 当 $k=0$ 时, 关于 x 的一次方程 $2x+1=0$ 只有一个根 $x=-\frac{1}{2}$. 此时, A 为单元素集合 $\{-\frac{1}{2}\}$.

当 $k=1$ 时, 关于 x 的二次方程 $x^2+2x+1=0$ 有两个相等的实根, $x=-1$. 此时 A 为单元素集合 $\{-1\}$.

所以 $A = \{-\frac{1}{2}\}$ 或 $\{-1\}$.

【同步能力训练】

目标测试

一、填空题

1. 说出下列各集合中的元素各是什么?

(1) $\{ \text{大于3而小于11的奇数} \}$: _____;

(2) $\{ \text{平方后等于原数的数} \}$: _____;

(3) $\{ \text{比4大3的数} \}$: _____;

(4) $\{ y | y = 2x^2 + 1, 3 < x < 7, x \in \mathbf{N} \}$: _____;

(5) $\{ x | x = 2n, 1 < x < 10, n \in \mathbf{N} \}$: _____;

(6) $\{ x | x = 2n, 1 < n < 10, n \in \mathbf{N} \}$: _____.

2. 用列举法表示下列集合:

(1) $\{ x | x \text{ 为不大于20的质数} \}$: _____;

(2) $\{ 18 \text{ 与 } 24 \text{ 的公约数} \}$: _____;

(3) $\{ 100 \text{ 以内, } 9 \text{ 与 } 12 \text{ 的公倍数} \}$: _____;

(4) $\{ (x, y) | x + y = 5, xy = 6 \}$: _____.

3. 用描述法表示下列集合:

(1) $\{ 3, 5, 7, 9 \}$: _____;

(2) 偶数集: _____;

(3) 奇数集: _____;

(4) $\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \}$: _____.

4. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 由不等式 $x - 3 > 2$ 的所有解组成的集合: _____;

(2) 由所有小于8的非负奇数组成的集合: _____;

(3) 由所有小于8且不小于-2的整数组成的集合: _____;

(4) 第一象限内所有点组成的集合: _____;

(5) 抛物线 $y = x^2 + 1$ 上所有点的集合: _____.

5. 用适当的符号($\in$ 或 $\notin$)填空:

(1) 0 _____ $\mathbf{N}$; (2) 1 _____ $\mathbf{Z}$; (3) $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{Q}$;

(4) π $\mathbf{R}$; (5) 2 $\mathbf{Z}$; (6) -0.2 $\mathbf{Q}$;

(7) $\sqrt[3]{-3}$ $\mathbf{Q}$; (8) -1 $\mathbf{N}$.

6. 若 2 是集合 $\{0, 1, m^2 + 1\}$ 中的元素, 则 $m =$.

二、选择题

7. 下列几组对象可以构成集合的是

A. 高一所有高个子的男生 B. 高一所有男生

C. 难解的物理题目 D. 很小很小的数

8. 下列关系中正确的是

A. $\mathbf{Z} \in \mathbf{Q}$

B. $\mathbf{N} \notin \mathbf{R}$

C. $\mathbf{Z} \in \{(2, 1)\}$

D. $(2, 1) \in \{(2, 1)\}$

9. 设 $M = \{\text{面积为 } 1 \text{ 的矩形}\}$, $N = \{\text{面积为 } 1 \text{ 的正三角形}\}$, 则

A. M, N 都是无限集

B. M, N 都是有限集

C. M 是有限集, N 是无限集

D. M 是无限集, N 是有限集.

10. 下列各数中, 是集合 $\{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$ 中的元素是

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

11. 集合 $M = \{(x, y) | xy \geq 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 的意义为

A. 第一象限的点

B. 第三象限的点

C. 第一和第三象限的点

D. 不在第二象限, 也不在第四象限的点

能力测试

一、用列举法表示下列集合

1. $\{x | x = 3m - 1, 0 < x < 10, m \in \mathbf{Z}\}$

2. $\{(x, y) | (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$

3. $\{x | x = \frac{p}{q}, p + q = 5, p, q \in \mathbf{N}\}$

4. $\{a | \frac{12}{3-a} \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{Z}\}$

二、用描述法表示下列集合

5. $\{2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\}$