

電磁學

—原理·問題解析—

胡銘全 編著

新興圖書公司

電 磁 學

—原理·問題解析—

胡銘全 編著

YD'20120

新興圖書公司

電磁學 —原理·問題解析—

胡銘全 編著

出版：新興圖書公司

發行：時代圖書有限公司

香港九龍彌敦道 500 號一樓

3-308884

印刷：慶年柯式印刷公司

版權所有 * 不准翻印 1979年4月版

目 錄

第一章	靜電場	1
1-1	庫侖定律	1
1-2	電場強度	1
1-3	電 位	2
1-4	高斯定理	3
1-5	電雙極	4
1-6	電力線方程式	4
	問題詳解	6
	習 題	36
第二章	電容和介電質	38
2-1	電位係數和感應係數	38
2-2	電 容	39
2-3	介電質	42
2-4	邊界條件	43
2-5	介質中的高斯定律	44
2-6	靜電場能量	46
2-7	導體在電場所受的力	46
	問題詳解	48
	習 題	73
第三章	靜電場問題之分析解法	79
3-1	電氣影像法	79

	3-2 導體面之電氣影像.....	79
	3-3 介電質面之電氣影像.....	79
	3-4 Laplace 方程式.....	84
	3-5 Poisson 方程式.....	86
	問題詳解.....	87
	習題.....	133
第四章	電流與電路.....	137
	4-1 電流與電流密度.....	137
	4-2 電阻與歐姆定律.....	138
	4-3 電網路.....	138
	4-4 最大電功率.....	140
	問題詳解.....	142
	習題.....	147
第五章	靜磁路.....	176
	5-1 磁庫侖定律.....	176
	5-2 安培定律.....	176
	5-3 Biot-Savart's 定律.....	177
	5-4 向量磁位.....	177
	5-5 作用於電流與磁場間之力.....	177
	5-6 作用於磁場之力矩.....	180
	問題詳解.....	183
	習題.....	221
第六章	磁性物質中之磁場.....	226
	6-1 物質之磁性.....	226
	6-2 磁化和導磁係數.....	227
	6-3 磁場之邊界條件.....	228
	6-4 邊界條件之磁場分析.....	229
	6-5 磁路.....	230

	問題詳解.....	232
	習題.....	246
第七章	電磁感應.....	250
	7-1 法拉第定律.....	250
	7-2 楞次定律.....	251
	7-3 Lorentz 定律.....	252
	7-4 導體在靜定磁場中運動所生之感應電勢.....	252
	7-5 導體在時變磁場中運動所生之感應電勢.....	252
	7-6 自感與互感.....	253
	7-7 磁能.....	255
	問題詳解.....	260
	習題.....	299
第八章	電磁波.....	303
	8-1 Maxwell方程式.....	303
	8-2 電磁波方程式.....	304
	8-3 正弦波形之平面波.....	305
	8-4 群速度.....	307
	8-5 導體中之平面波.....	309
	8-6 平面波之反射與折射.....	312
	問題詳解.....	317
	習題.....	338
附錄一	歷屆高等考試試題彙編.....	343
	▲ 48年至50年高等考試試題.....	343
	▲ 48年至65年高等考試試題.....	347
附錄二	歷屆特種考試試題彙編.....	358
	▲ 56年至63年電信人員特考試題.....	358
	▲ 60年公務人員特考試題.....	362
	▲ 60年經建人員特考試題.....	363

	▲ 62 年至 66 年關稅人員特考試題.....	363
	▲ 64 年鐵路特考試題.....	370
	▲ 64 年港務人員特考試題.....	371
	▲ 61 年至 66 年高等檢定考試試題.....	372
附錄三	歷屆公自費留學考試試題彙編.....	379
	▲ 59 年至 64 年公自費留學考試試題.....	379
附錄四	歷屆台大等電研所入學考試試題彙編.....	390
	▲ 60 年至 66 年台大電研所入學考試試題.....	390
	▲ 65 年交大電研所入學考試試題.....	404
	▲ 65 年清大電研所入學考試試題.....	406
附錄五	台灣大學“電磁學”期中期末考試試題彙編.....	408
附錄六	交通大學“電磁學”期中期末考試試題彙編.....	433
附錄七	清華大學“電磁學”期中期末考試試題彙編.....	443
附錄八	成功大學“電磁學”期中期末考試試題彙編.....	449

第一章 靜電場

§ 1-1 庫侖定律

1785年庫侖由實驗發現，二個點電荷間的作用力，與二點電荷大小的乘積成正比例，與其間距離的平方成反比例，此二電荷之力，稱為庫侖力，以公式表之即

$$\bar{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

式中： Q_1 和 Q_2 表二電荷的大小。

r 表二電荷間的距離。

k 為一常數，其值視電荷存在之介質及使用之單位而定，如電荷存在於真空中，且使用之單位系統為 MKS 制時，

則 k 之值為 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 。

ϵ_0 為真空中之介電係數 (Permittivity)

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} = 8.855 \times 10^{-12} \text{ 法拉/米}$$

§ 1-2 電場強度

電場強度的定義是“單位電荷所受的力”設試驗電荷所帶的電量為 q 庫侖，其在電場中某點所受的力為 F 牛頓，則該點的電場強度

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q} \quad \text{牛頓/庫侖}$$

其計算方法如下：

(1) 一試驗電荷 q_0 與另一點電荷 q 相距為 r ：則由庫侖定律，作用

於 q_0 之力的的大小爲

$$\bar{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2}$$

故 q_0 處的電場強度爲

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

E 的方向成輻射狀，若 q 爲正，則向外，若 q 爲負，則向內。

(2) 由一群點電荷所產生的 \bar{E} ：

(a) 求出個別電荷對一點所產生的 \bar{E}_n ，而不考慮其他電荷的存在。

(b) 以向量加法將 \bar{E}_n 相加，即可得該點的合電場。此可寫成下列方程式：

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + \dots = \Sigma \bar{E}_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

此加法是就所有電荷所取的向量和。

(3) 若電荷 q 的分佈爲連續的：

則可將電荷分成無限小的單元 dq ，然後視各單元 dq 爲一點電荷而求各 dq 對該點所產生的電場 $d\bar{E}$ 。 $d\bar{E}$ 的大小爲

$$d\bar{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$

r 爲 dq 至點 P 的距離。在 P 點的合電場爲將 $d\bar{E}$ 相加（即積分），此可寫成

$$\bar{E} = \int d\bar{E}$$

§ 1-3 電位

靜電場內某點之電位，爲單位電荷自該點移至某一參考點所作之功，如以公式表之，點 A 至點 B 的電位可表之如下：

即
$$V_{AB} = \int_A^B \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

電場 E 亦可以電位梯度表示之

$$\text{即 } \bar{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \bar{k}\right)$$



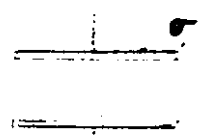
§ 1-4 高斯定律

(1) 在電場內，經一任意封閉曲面 S 之電力線總數，即等於該封閉曲面內所含之電荷總量除以 ϵ_0 之值，以公式表之，即

$$\epsilon_0 \Phi_E = q$$

$$\epsilon_0 \oint \bar{E} \cdot d\bar{S} = q$$

(2) 此定律適合於任何封閉之假想面（高斯面），應用此定律時，可十分簡單的求出下列靜電場之電場強度。

說明	高斯面	電場強度
半徑為 a 表面電荷為 Q 之 球體		$r > a$ $\bar{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ $r < a$ $\bar{E} = 0$
半徑為 a 面電荷為 Q 之軸 對稱圓筒		$a < r < b$ $\bar{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r}$ $r < a$ $\bar{E} = 0$
平行板電容器 面電荷密度為 σ		$\bar{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

§ 1-5 電雙極

(1) 正負等量電荷距離相同時，即形成一電雙極 (dipole)。

如下圖所示之電雙極含有電荷 $+Q$ 及 $-Q$ 兩荷相距 d 公尺，距離此電雙極中心 r 公尺處之電位為

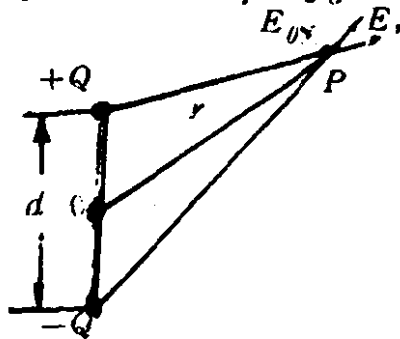
$$V \approx \frac{qd \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{P \cdot \bar{u}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

式中： P 為電偶極矩， $P = qd$

電雙極所產生之電場強度僅有 E_r 及 E_θ 二個分量

$$\bar{E}_r = -\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{P \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\bar{E}_\theta = -\nabla V = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{P \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



§ 1-6 電力線方程式

電力線上之線素，以及該點之電場分別為

$$d\bar{l} = \bar{i} dx + \bar{j} dy + \bar{k} dz$$

$$\bar{E} = \bar{i} E_x + \bar{j} E_y + \bar{k} E_z$$

\bar{E} 既必須與線素 $d\bar{l}$ 平行，故由 \bar{E} 之分佈得電力線之微分方程式為

$$\bar{E} \times d\bar{l} = 0$$

上式化為直角坐標三分量為

$$E_y dz - E_z dy = 0$$

$$E_x dx - E_z dz = 0$$

$$E_z dy - E_y dx = 0$$

即

$$\frac{dx}{E_x(x, y, z)} = \frac{dy}{E_y(x, y, z)} = \frac{dz}{E_z(x, y, z)}$$

同理屬於圓柱坐標及球坐標之電力線微分方程式為

$$\frac{dR}{E_R} = \frac{Rd\varphi}{E_\varphi} = \frac{dZ}{E_z}$$

$$\frac{dr}{E_r} = \frac{rd\theta}{E_\theta} = \frac{r \sin \theta d\varphi}{E_\varphi}$$

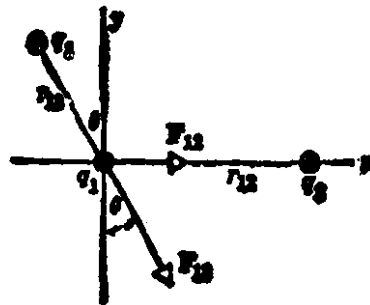
以上每一公式有二個等號代表二個微分方程式，每一微分方程式決定一個面函數，二個面函數之交線即為電力線。

問題詳解

庫倫定律

1. 下圖顯示三電荷 q_1 、 q_2 和 q_3 。作用於 q_1 之力為若干？

設 $q_1 = -1.0 \times 10^{-6}$ 庫侖， $q_2 = 3.0 \times 10^{-6}$ 庫侖， $q_3 = -2.0 \times 10^{-6}$ 庫侖
 $r_{12} = 15$ 厘米， $r_{13} = 10$ 厘米， $\theta = 30^\circ$ 。



(解) 依題由庫倫定律

$$\begin{aligned} \text{得 } \bar{F}_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \\ &= \frac{(9.0 \times 10^9)(1.0 \times 10^{-6})(3.0 \times 10^{-6})}{(1.5 \times 10^{-1})^2} \\ &= 1.2 \text{ 牛頓} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{13} &= \frac{(9.0 \times 10^9)(1.0 \times 10^{-6})(2.0 \times 10^{-6})}{(1.0 \times 10^{-1})^2} \\ &= 1.8 \text{ 牛頓} \end{aligned}$$

力 F_{12} 和 F_{13} 的方向如圖所示，作用於 q_1 之合力 F_1 的二分量為

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_{12x} + F_{13x} = F_{12} + F_{13} \sin \theta \\ &= 1.2 + 1.8 \sin 30^\circ = 2.1 \text{ 牛頓} \end{aligned}$$

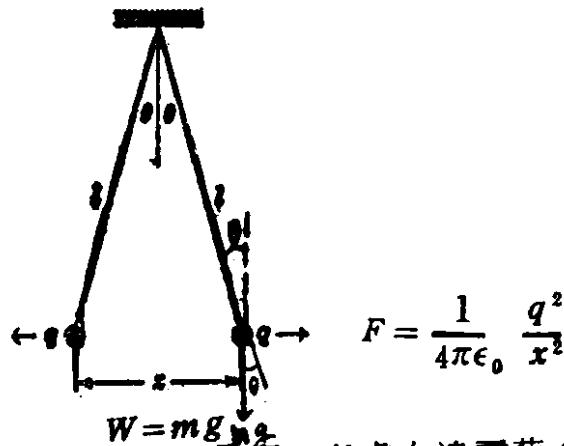
及 $F_{1y} = F_{12y} + F_{21y} = 0 - F_{13} \cos \theta = -1.8 \cos 30^\circ = -1.6$ 牛頓

$$F = 2.1 a_x - 1.6 a_y \text{ 牛頓}$$

2. 二相同之球質量為 m ，以長度 l 的絲線懸之，並帶相同之電荷 q ，如下圖。設 θ 甚小， $\tan \theta$ 可以 $\sin \theta$ 代替。由此近似證明

$$x = \left(\frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 m g} \right)^{\frac{1}{3}}$$

x 為二球間之距離。若 $l = 120$ 厘米， $m = 10$ 克， $x = 5.0$ 厘米
 q 為若干？



〔解〕 在平衡位置，各電荷所受合力為零，考慮右邊電荷：

$$F = T \sin \theta = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

$$W = T \cos \theta = mg$$

$$\therefore \frac{\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2}}{mg} = \tan \theta \approx \sin \theta \quad (\because \theta \text{ 很小})$$

$$= \frac{x/2}{l}$$

$$\therefore x^3 = \frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 m g}$$

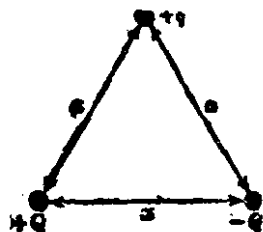
$$\text{即 } x = \left(q^2 l / 2\pi\epsilon_0 m g \right)^{\frac{1}{3}}$$

由所予數據

$$\begin{aligned}
 q &= \left(\frac{2\pi\epsilon_0 m g x^3}{l} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{2}{4\pi\epsilon_0} \right)^{-1} m g x^3 / l \right]^{\frac{1}{2}} \\
 &= \left[\frac{1}{18 \times 10^9} \times (1 \times 10^{-2}) (9.8) (5 \times 10^{-2})^3 \times \frac{1}{1.20} \right]^{\frac{1}{2}} \\
 &= 2.4 \times 10^{-8} \text{ 庫倫}
 \end{aligned}$$

正負均可，只要兩球同號。

3. 三個電荷排列如圖，求作用於 $+q$ 的力。



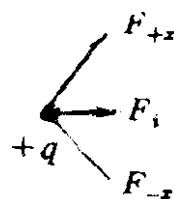
[63 年高考]

[解] 以平行於 $(+Q)(-Q)$ 的方向為正 x

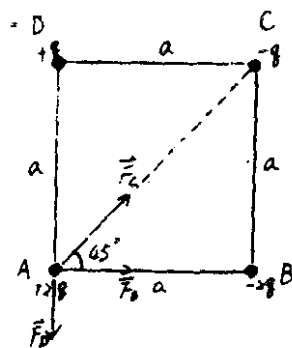
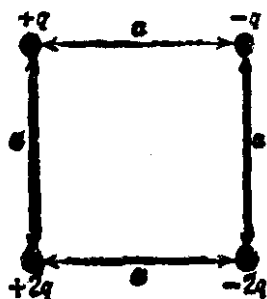
則 $F_x = F_{+x} + F_{-x}$

$$\therefore F_y = 0 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cos 60^\circ + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cos 60^\circ$$

\therefore 合力方向平行於由 $+Q$ 到 $-Q$ 的方向。



4. 如下圖，設 $q = 1.0 \times 10^{-7}$ 庫倫， $a = 5.0$ 厘米。在左下角的電荷所受之力。



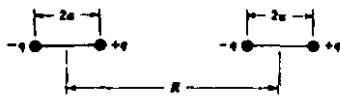
[解] $F_x = F_B + F_C \cos 45^\circ$

$$F_y = F_C \sin 45^\circ - F_D$$

$$\therefore F_x = \frac{(2q)(2q)}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{(2q)(q)}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}
 &= (9 \times 10^9) \frac{q^2}{a^2} \left(4 + \frac{2}{2\sqrt{2}} \right) \\
 &= 4.86 \times 10^{10} \times \left(\frac{1 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-2}} \right)^2 \\
 &= 0.17 \text{ 牛頓 (向正 } x \text{ 方向)} \\
 F_y &= \frac{(2q)(q)}{4\pi\epsilon_0(a\sqrt{2})^2} \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{(2q)(q)}{4\pi\epsilon_0 a^2} \\
 &= \frac{1q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right) \\
 &= -0.046 \text{ 牛頓 (向負 } y \text{ 方向)}
 \end{aligned}$$

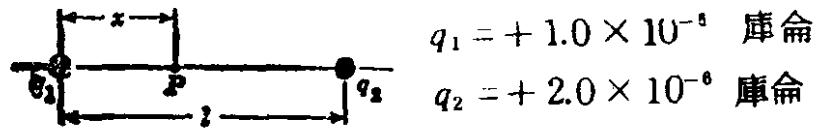
5. 長為 $2a$ 的桿端分別置有電荷 $+q$ 及 $-q$ ，則成電雙極。下圖中有兩個雙極，其中心相距 R 。(a) 求左雙極所受之力，(b) $R \gg a$ 時，試證前述之力約為 $F = 3p^2/2\pi\epsilon_0 R^4$ ，而 $p = 2qa$ 為“雙極矩”。



〔解〕 依 題

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad F &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(R-2a)^2} - \frac{1}{R^2} - \frac{1}{R^2} + \frac{1}{(R+2a)^2} \right] \\
 &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2(R^2 + 4a^2)}{(R^2 - 4a^2)^2} - \frac{2}{R^2} \right] \\
 &= \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{R^2 + 4a^2}{(R^2 - 4a^2)^2} - \frac{1}{R^2} \right] \\
 \text{(b)} \quad \therefore F &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[R^{-4} \left(1 + \frac{8a^2}{R^2} \right) R^2 \left(1 + \frac{4a^2}{R^2} \right) - \frac{1}{R^2} \right] \\
 &= \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \left[R^{-2} \left(1 + \frac{12a^2}{R^2} \right) - \frac{1}{R^2} \right] \\
 &= \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{12a^2}{R^4} \right] = \frac{3p^2}{2\pi\epsilon_0 R^4}
 \end{aligned}$$

6. 下圖陳示電荷 q_1 距電荷 q_2 , 10 厘米, 在二電荷之連線上何點電場強度為零?



〔解〕 此點應位於二電荷之間, 因僅在該處 q_1 和 q_2 施於試驗電荷之力彼此反向。若 E_1 是 q_1 所生之電場, E_2 是 q_2 之電場, 則應有

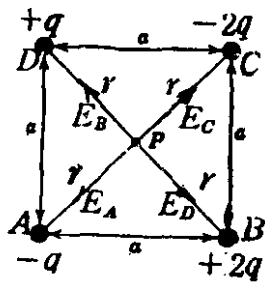
$$E_1 = E_2$$

$$\text{即 } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(l-x)^2}$$

x 為自 q_1 之距離, l 等於 10 厘米。解 x 得

$$x = \frac{l}{1 + \sqrt{q_2/q_1}} = \frac{10}{1 + \sqrt{2}} = 4.1 \text{ 厘米}$$

7. 如圖所示之正方形, 中心點 P 之大小和方向為何?
如 $q = 1.0 \times 10^{-18}$ 庫侖, $a = 5.0 \text{ cm}$ 。



〔解〕 依 題

$$E_{CA} = E_C - E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2q}{r^2} - \frac{q}{r^2} \right)$$

$$E_{BD} = E_B - E_D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2q}{r^2} - \frac{q}{r^2} \right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

