

# 心辨邏軌

〔美〕I. M. 柯丕著

苏天辅 刘宗棠 陈维翰 王明祥 阮松

冷述美 李兆友 黄朕平 敬世炯 王小苏

译

贵州师范大学学报编辑部丛书

李兆友

封面题字：徐无闻

封面设计：刘世桂

本地书号：016

---

定 价 7.00元

# 符 号 逻 辑

〔美〕I. M. 柯 丕 著

苏天辅 刘宗棠 陈维翰 王明祥 阮 松

译

冷述美 李兆友 黄朕平 敬世炯 王小苏

贵州师范大学学报编辑部丛书

Irving M. Copi

# SYMBOLIC LOGIC

Macmillan Publishing Co., Inc. New York, 1979

本书根据美国麦克米伦出版有限公司

1979年第五版译出

苏天辅 刘宗棠 陈维翰 王明祥 阮松  
冷述美 李兆友 黄朕平 敬世炯 王小苏

符 号 逻 辑

[美] I. M. 柯丕 著

苏天辅 刘宗棠 陈维翰 王明祥 阮松

冷述美 李兆友 黄朕平 敬世炯 王小苏

译

贵州师范大学学报编辑部出版

西南师范大学劳动服务公司印刷厂印刷

书号：黔书业字 016 号

出版时间 1988年6月 开本 787×1092 1/16

印刷时间 1988年6月 印张 19.25

印数 0001-1400 字数 479千字

定 价 7.00元

# 中译本序言

柯丕的《符号逻辑》，是一本很好的数理逻辑的入门书，特别对于那些缺乏专门的数学训练的读者。

大约在二、三十年前，我曾细读过这本书。据我当时印象，本书的作者有一种深入浅出的讲述理论的本领，而且还讲述得十分耐心。许多逻辑家写书，总喜欢着重在理论本身的严整性。本书的作者，在不失理论的严整性的情况下，还着力于使读者容易理解。作者不仅“画得鸳鸯予人看”，而且“还把金针渡予人”。

这本书在美国的一般读者中颇受欢迎，许多美国大学都采用作教科书。它自1954年初版以后，一版再版，1979年已重版五次。

现苏天辅等同志已把英文第五版译成中文。这对我国普及数理逻辑一定能起很好的作用。

周礼全

1988年6月

# 序 言

本书这一版处理逻辑的总的方法仍然同前几版一样。我们按亚里斯多德的方法，从两个不同的观点来看待逻辑。一方面，逻辑是评价推理正确性的工具或原则；另一方面，作为工具使用的逻辑原理和方法，本身又是值得系统研究的、有趣而重要的主题。这种对逻辑的双重态度对现代符号逻辑尤其适用。通过发展它的专门符号，逻辑已成为分析和演绎中不可估量地更强有力的工具。而且，通过对逻辑斯谛系统的仔细考察，符号逻辑的原理和方法已得到了卓有成效的研究。

第一章直到第五章，介绍符号逻辑的标准记法、方法和原理，它们是供确定论证的有效性或无效性时使用的。我们逐步地考查越更复杂的论证方式：首先是有效性取决于简单陈述的真值函项复合的论证，其次是涉及最简单的量化的论证，然后是涉及到较复杂的多重量化的论证，最后是关系论证。标准的真值表方法，推理规则，条件证明和间接证明方式，以及量化理论，都作为‘自然演绎’的技巧而引入。关系逻辑在单独的一章展开，该章包括同一理论、确定摹状词、高阶谓词和谓词变项的量化。为帮助学生熟练掌握所学的材料，本书这一版新增了上百个练习题。

过渡的第六章讲述演绎（或公理）系统的理论，这些系统是系统地研究数学和逻辑结构的标准工具。为使读者直接接触到是一个非常简单的演绎系统，在本书前一版作为附录B的内容，在新版中提到前面作为第七章的前两节。此外，为使学生了解一个更为复杂的、强有力的和重要的公理系统，在新版第七章以很大的篇幅介绍了标准的策梅罗-弗兰克尔集合论公理系统。接下来，最后三章对前五章里使用的逻辑原理作了系统的处理。我们按照现代最严格的标准发展了一个命题演算，并证明它是一致的和完全的。命题演算的各种可供选择的记法和公理基础也作了介绍，然后是发展一阶函项（或谓词）演算。我们说明了一阶函项演算与本书前半部分的‘自然演绎’方法等价，也证明了它是一致的和完全的。

本书有三个附录。第一个附录证明，在第三章前两节给出的十九条推理规则是演绎不完全的。这部分内容在上一版中曾作为3·4节，但在我（和用过本书的一些读者）看来，它在那儿出现似乎会打断一本教科书所应有的自然连续性。第二个附录发展了范式和布尔展开式，它们为真值函项逻辑提供了一个代数处理。作为解决语义悖论的方法，第三个附录详细介绍了分支逻辑类型论。

新版本最大的改进，是加写了有关集合论的一章。当然，在单独一章的篇幅内只能对这个大题目作简要介绍。但从下述几个理由看，把这个题材包括进来似乎是值得的。（1）许多用过本书前几版的人建议，在最后三章元逻辑地发展命题演算和谓词演算之前，应该给出一些公理系统的实例。我以为这个意见很好，作为响应，就在7·2节给出了布尔代数的极简单的公理，又在第七章随后的几节中给出了更为复杂和有利的ZF公理。（2）在最后一章里，用来证明一阶逻辑演绎完全性的某些推理利用了集合论的结果，因此，提出并说明这个

公理基础，对了解最后一章里所用到的方法是适宜的。(3) 符号逻辑的重要性至少有一部分来自它在数学基础的研究中所起的作用。集合论是这个研究领域内的另一个基本工具；不是一个可替换的工具，而是基础研究中与符号逻辑共同使用的另一个同样必不可少的工具。

(4) 在集合论这个自身有着明显重大意义的学科中，符号逻辑的记法和方法有着直接的、富有成效的和重要的应用。因此，哪怕是引入一点点集合论的知识，也必定能增进读者对这些记法和方法的鉴赏力。(5) 集合论是学习符号逻辑的学生在掌握量化理论后，唯一已作好准备能直接进入的领域，并且，愈来愈多的符号逻辑学者（尤其是那些在数学部门的逻辑学者）正在从事对集合论中专门化和艰深部分的研究。(6) 最后，集合论本身有着内在的价值和重要性，希尔伯特称它为‘康托为我们创造的天堂’<sup>①</sup>，我希望在新添的一章里对集合论的简介，能为许多学生打开进入这个天堂的大门。

除上述主要的改动外，其中包括：新添一章，把一个附录调整入那一章，和将以前的3.4节移作一个附录，本书新版还有以下一些我希望能使本书更为有用的变动。它们包括：关于符号逻辑发展的一些历史资料；对复合陈述的成分和真值函项成分的更精确的刻划；对变项的代换和等值替换作了更清楚的区分；简化了对间接证明规则的讨论，同时较明确地陈述了它与加强的条件证明规则的关系；对全称概括的初步描述补充了一个必要的限制；新添一节讨论如何证明命题中包含多于一个量词的论证的无效性，并在后来（第五章）说明了那个方法为什么不能用于关系论证。最后，承蒙一些友好的批评者的帮助，还作了若干文体上的改进。

<sup>①</sup> D. 希尔伯特：《论无限》，载《数学哲学》，P. 本塞尔拉夫和H. 普特南编，Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1964, P. 141.

I. M. 柯丕

# 录 目

综合类

一、 导言。逻辑与语言	
1.1 逻辑是什么?	(1)
1.2 论证的本质	(1)
1.3 真实性与有效性	(3)
1.4 符号逻辑	(4)
二、 包含复合陈述的推理	
2.1 简单与复合陈述	(6)
2.2 条件陈述	(11)
2.3 论证形式与真值表	(14)
2.4 陈述形式	(20)
三、 演绎方法	
3.1 有效性的形式证明	(24)
3.2 替换规则	(30)
3.3 证明无效性	(38)
3.4 条件证明规则	(39)
3.5 间接证明规则	(42)
3.6 重言式的证明	(44)
3.7 加强的条件证明规则	(45)
3.8 简化的真值表方法——归谬法	(48)
四、 量化理论	
4.1 单称命题和一般命题	(50)
4.2 证明有效性：初步量化规则	(56)
4.3 证明无效性	(61)
4.4 多重一般命题	(66)
4.5 量化规则	(70)
4.6 再论证明无效性	(80)
4.7 包含量词的逻辑真理	(86)
五、 关系逻辑	
5.1 关系的符号化	(92)
5.2 涉及关系的论证	(103)
5.3 关系的一些属性	(107)
5.4 同一性与确定摹状	(112)
5.5 谓词变项与属性的属性	(119)
六、 演绎系统	
6.1 定义与演绎	(124)
6.2 欧几里德几何	(125)
6.3 形式演绎系统	(128)
6.4 形式演绎系统的属性	(129)
6.5 逻辑斯蒂系统	(131)



# 目 录

## 七、 集合论

- 7.1 类代数..... (134)
- 7.2 类代数的公理..... (137)
- 7.3 策梅罗 - 弗兰克尔集合论 (ZF) ——前六个公理..... (139)
- 7.4 关系与函数..... (145)
- 7.5 自然数和无穷公理..... (149)
- 7.6 基数和选择公理..... (152)
- 7.7 序数与替换和正则性公理..... (157)

## 八、 命题演算

- 8.1 对象语言和元语言..... (166)
- 8.2 初始符号和合式公式..... (167)
- 8.3 公理和演证..... (177)
- 8.4 公理的独立性..... (180)
- 8.5 演算的展开..... (186)
- 8.6 演绎完全性..... (196)

## 九、 可选择的系统和记法

- 9.1 可选择的逻辑系统..... (202)
- 9.2 希尔伯特 - 阿克曼系统..... (203)
- 9.3 点号之用作括号..... (218)
- 9.4 无括号记法..... (220)
- 9.5 竖号和剑号算子..... (221)
- 9.6 尼考德系统..... (222)

## 十、 一阶函项演算

- 10.1 新的逻辑斯蒂系统 $RS_1$ ..... (229)
- 10.2  $RS_1$ 的展开..... (233)
- 10.3 对偶性..... (239)
- 10.4  $RS_1$ 和‘自然演绎’技巧..... (242)
- 10.5 范式..... (245)
- 10.6  $RS_1$ 的完全性..... (251)
- 10.7 带等词的 $RS_1$ ..... (258)
- 10.8 包含ZF集合论的一阶逻辑..... (261)

附录A: 十九条规则的不完全性..... (263)

附录B: 范式和布尔展开式..... (266)

附录C: 分支类型论..... (271) 六

特殊符号..... (277)

推理规则和量化规则..... (279)

索引..... (281)

译后记..... (299)

# 第一章 导言：逻辑与语言

## 1.1 逻辑是什么？

关于‘逻辑是什么？’这个问题是容易找到答案的。按照C·皮尔斯的说法：（方括〔1〕号内为原文页码，下同——译者）‘逻辑已经有近百种定义了’<sup>①</sup>。但是，皮尔斯继续写道：‘一般认为，逻辑的中心问题是论证的分类。于是，所有被认为是坏的论证归为一类，而那些被认为是好的论证便归为另一类……’。

那么，逻辑的研究，就是有关那些用来把正确的（好的）论证从不正确的（坏的）论证中区别开来的方法和原则的研究。当然，这并不意味着只有逻辑学者才能作出这种区分，但是，逻辑的研究会以几种方法帮助人们区别正确的论证和错误的论证。首先，严格意义上的逻辑研究，既是一门科学，也是一门技艺。学生们在所学理论的各个部分都要进行练习。在这里，象在其他任何地方一样，实践将有助于更加熟练。其次，逻辑的研究，尤其是符号逻辑的研究，正象研究其他任何精密的科学一样，将增加推理的熟练程度。最后，逻辑的研究，将使学生们掌握一定的技巧，以便检查所有论证的有效性，包括他们自己的论证的有效性。这些知识很有价值，因为掌握了这些知识就能很容易察觉逻辑错误，而且将少犯类似的错误。

逻辑学通常被定义为推论的科学。虽然这个定义就逻辑学的本质提供了一个线索，但却并不十分精确。推论是被称为推理的思维的特定形式，其中结论是由前题推引出来的。然而，作为思想活动，推论并不是逻辑的特殊领域，而也是心理学家所研究的部分题目。心理学家考查推论过程，发现它是极其复杂而且容易受到感情影响的，这当中有棘手的问题，有错误的理解，有时往往从不相关的想法中突然有灵感闪光而豁然开朗。这些对于心理学家来说是非常重要的。然而，逻辑学家们对于推论的实际过程并不感兴趣，而是相当关心所完成的推论过程的正确性。他们提出的问题总是这样：所达到的结论是从所用到的前提或假〔2〕定的前提得出的吗？如果前提为接受结论提供了充分的理由，如果断定前提是真的就能保证断定结论也是真的，那么，推论就是正确的。否则，推论就是不正确的。逻辑家的方法和技巧主要就是为着清楚地区别这两种推论而发展起来的。逻辑家只是从这一专门的角度来关心各种推论，而不注意推论的题材内容。

## 1.2 论证的本质

推论是一种活动，其中一个命题根据一个或更多的被认作推论过程出发点的其他命题而

<sup>①</sup>见《哲学和心理学辞典》中的逻辑辞条，由J.M.鲍德温编，Macmillan Publishing Co., Inc., New York, 1925.

予以断定。逻辑学家并不关心推理的过程，他们关心的是作为推理过程的起点和终点的命题，以及它们之间的关系。

命题总是或真或假的，在这方面它们不同于疑问、命令和感叹。语法学家分别地把命题、疑问、命令和感叹在语言上的表达叫做陈述句、疑问句、命令句和感叹句。这些已经是人们所熟知的了。重要的是要把陈述句和命题区分开来。陈述句可以说出以断定命题。陈述句总是属于某种把它们写出或说出的语言，然而，命题并不特别地属于哪一种它们可于其中得到表达的语言。陈述句与命题的另一区别是同一个语句可以在不同的上下文中说出以断定不同的命题。（例如，“我饥饿”这句话就可以由不同的人说出，从而作出不同的断定。）

同样的区别还可以从句子与陈述的关系中看出来。同样的陈述能够用不同的语词来组成，而且同样的句子能够在不同的上下文中说出以断定不同的陈述。‘命题’和‘陈述’这两个术语不是严格的同义词，可是在逻辑学家的著作中，它们在非常相同的意义上被使用。在本书里，也要使用这两个术语。在下面几章，我们也将使用‘陈述’这个术语（特别是在第二章和第三章里）和‘命题’这个术语（特别是在第四章和第五章里）来指称表达陈述和命题的句子。不论是哪一种情况，具体的上下文当能清楚地显示是什么意思。

相应于每一个可能的推理的就是一个论证，逻辑所主要关心的就是这些论证。一个论证可以定义为一组命题或陈述，其中一个命题被认为是从其他的命题得出的，这其他的命题被说成是为那一个命题的真实性提供了根据。在日常的用法中，‘论证’这个词儿也有其他含义，但是在逻辑里它有专门的解释。在下面的各章里，我们也将派生的意义上使用‘论证’这个词，用它来指称一些表述或表达了论证的句子或句群。这时，我们将预先假定，上下文是足够清楚的，它保证在说出那些句子时，只有唯一的陈述被作出，或只有唯一的命题被断定。

每一个论证都有结构，在分析它的结构时，常常使用‘前提’和‘结论’这些术语。一个论证的结论是在这个论证的其他命题的基础上得以断定的那个命题。这些其他的命题就是这个论证的前提，它们被说成是为接受结论提供了根据或理由。

我们要特别指出，‘前提’和‘结论’是相对的术语，在这个意义上，同一个命题可能在一个论证中是前提，而在另一个论证中却是结论。例如，所有的人都是要死的这个命题在如下论证中是前提：

所有的人都是要死的。  
苏格拉底是人，  
所以，苏格拉底是要死的。

而在如下论证中又是结论：

所有的动物都是要死的。  
所有的人都是动物。  
所以，所有的人都是要死的。

任何命题都可能或者是一个前提或者是一个结论，这依赖于它的上下文。如果它出现在一个论证中是为了证明某个其他的命题，它就是一个前提。如果它出现在一个论证中是需要以其他的命题作为基础而被证明，它就是一个结论。

习惯上要在演绎论证与归纳论证之间进行区分。任何论证都包含有这样的要求，即它们的前提为它们的结论的真实性提供了某些根据，但是只有演绎论证才要求它的前根提供绝对地结论性的根据。在刻划演绎论证的特性时，在用到‘正确’与‘不正确’的地方改而使用‘有效的’与‘无效的’这些专门术语。一个演绎论证是有效的，当它们的前提与结论是这样联系的，即除非结论也是真的，就绝对不可能认为这些前提是真的。演绎逻辑的任务是要阐明在一个有效论证中那些制约前提与结论的关系的性质，并提供把有效论证与无效论证区别开来的技巧。

归纳论证仅仅要求它们的前提为它们的结论提供某些根据。严格说来，不论是术语‘有效’，还是它的对立面‘无效’，都不适用于归纳论证。归纳论证在它们自身中间区别它们的前提给予它们的结论的似然性或概然性的不同程度。归纳论证是在归纳逻辑中研究〔4〕的。不过，在本书里，我们将只关心演绎论证，并将用‘论证’这个词专门地指称演绎论证。

### 1.3 真实性与有效性

真与假刻划了命题或陈述的特征，并且也可以说刻划了命题或陈述在其中得到表述的陈述语句的特征。然而，严格说来，论证不是刻划为或真或假的，而是刻划为有效或无效的<sup>①</sup>。一个论证的有效性或无效性，跟它的前提与结论的真或假有联系，但是这联系决不是一种简单的联系。

有些有效的论证只包含真的命题，例如：

所有的蝙蝠都是哺乳动物。

所有的哺乳动物都有肺。

所以，所有的蝙蝠都有肺。

一个论证可以只包含假的命题，而仍然是有效的，例如：

所有的鳟鱼都是哺乳动物。

所有的哺乳动物都有翅膀。

所以，所有的鳟鱼都有翅膀。

这个论证是有效的，因为假如它的前提是真实的，它的结论也会是真实的，虽然在事实上它们都是假的。这两个例子表明有些有效的论证有真实的结论，但并非所有有效的论证都是这样。因此，一个论证的有效性并不保证其结论的真实性。

当我们考虑下列论证时：

如果我是总统，那么，我是驰名的。

我不是总统。

所以，我不是驰名的。

<sup>①</sup>某些逻辑学家用‘有效’这个术语来刻划那些是逻辑地真的陈述的特性。在第十章10.6节我们将采用这一用法。然而，直到那时为止，我们只将‘有效’和‘无效’这些术语专用于论证。

我们会看到，虽然前提和结论两者都是真的，而这论证却是无效的。当把它跟另一个相同形式的论证比较，它的无效性就变得明显了：

如果洛克菲勒是总统，那么洛克菲勒是著名的。

[5]

洛克菲勒不是总统。

所以，洛克菲勒不是著名的。

这个论证很明显是无效的，因为它的前提是真的，但结论是假的。这两个例子表明虽然有的无效的论证有假的结论，但并非全部无效的论证都是如此。结论的假并不意味着一个论证的无效。但是，结论的假却意味着或者这论证是无效的，或者它的至少一个前提是假的。

一个论证必须满足两个条件才能确定它的结论的真实。它必须是有效的，并且它的所有前提必须都是真的。一个这样的论证就叫做‘完善的’。一般来说，确定前提的真或假是科学研究的任务，因为前提可以涉及不论什么样的题材内容。但是确定论证的有效或无效则是演绎逻辑的专门的范围。逻辑学家感兴趣的是论证的有效性，即使是因为它们的前提可能碰巧是假的因而它们也许是不完善的。

关于那种兴趣的正当性，有可能会成为一个问题。有人也许会建议，逻辑家们应该把注意力集中到那些仅仅有真前提的论证上。然而，依赖那些不知道其前提是真的有效论证往往是必要的。科学家们从他们的理论演绎出结论，预言观察得到的现象在实验室或观测所中发生的变化，并以此来检验他们的理论。结论于是通过对实验数据的观察而直接得到检验，并且如果它是真的，则结果就是证实了结论由之演绎出的理论。如果结论是假的，则结果就是否证或反驳了理论。不论在哪一种情况下，科学家们真正感兴趣的在于这个论证的有效性，就是靠这论证才从正被研究的理论演绎出了可检验的结论。因为如果论证是无效的，他们的全部程序就没有意义了。虽然只是对科学方法的一种过于简单的描述，我们的例子却已表明，甚至对于那些前提不真的论证，有效性的问题也是重要的。

## 1.4 符号逻辑

已经阐明逻辑所关心的是论证，还阐明了论证包含命题或陈述作为它们的前提和结论。这些前提和结论并不是象陈述语句那样的语言学实体，相反倒是陈述语句作为代表说出时所断言的东西。然而，命题和论证的传达需要运用语言，而这就使我们的问题复杂化了。那些用英语或者任何其他自然语言表述的论证，往往是难以评定的，因为表达它们的语词具有不定和多义性，它们的结构会有歧义，它们可能包含使人迷惑的惯用语，以及惹人喜欢[6]但又使人误解的隐喻文体。然而这些困难的解决并不是逻辑学家的主要问题，因为，即使这些困难问题解决了，判定论证的有效性或无效性的问题仍然还在。

为了避免跟日常语言有关的外部困难，各种科学的工作者们发展了特殊的专门的语汇。科学家们为了写作他们的报告和理论，采用专门的符号去表达思想，就节约了所需要空间和时间，否则就需要用一长串惯用的词语去表述思想。这对减少所需要的注意的总量有进一步的好处，因为当一个句子或方程式变得太长时，它们的意思是较难领悟的。在数学中指数符号

的采用使我们能把方程式

$$A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A \times A = B \times B \times B \times B \times B \times B \times B$$

更简短和清楚地表达为

$$A^{12} = B^7$$

在有机化学中，结构式的运用也获得了同样的便利。各种高度发展的科学，它们的语言都由于类似的符号上的革新而得到丰富。

在逻辑的领域，一种特殊的专门的记法也已得到发展。亚里士多德曾利用一些缩写去简化他自己的研究。现代符号逻辑采用更多的专门的符号扩大了这个基础。旧逻辑与新逻辑两者的区别与其说是种类上的区别，不如说是程度上的区别，但是程度上的区别也是惊人的。现代符号逻辑通过发展它自己的专门语言变成了对于分析和演绎的无法估量地更为强有力的工具。现代逻辑的专门符号，使我们能把日常语言中可能被表述得晦涩的论证的逻辑结构，展示得更加清楚。当论证用专门的符号语言表示时，就更容易把论证区分成有效的与无效的了。由于使用符号，含糊性、歧义性、惯用语、隐喻、和意义不清的语句等外部问题不会出现了。专门符号的引进和使用不仅使得对论证的评价容易了，而且也使得演绎推理的性质更清楚了。

逻辑家的专门符号比普通语言更适合于对推理作出真实的描画。它们在这方面的优越性类似于，在计算效果上阿拉伯数字超过了较古老的罗马数字。148乘以47是容易的，但是要计算 CXLVIII 与 XLVII 的乘积就很难了。同样，推理的描画与论证的评价由于采用了一套专门的逻辑记法而大大地便利了。下面引用一位对符号逻辑的发展作出了重要贡献〔7〕的学者A.N.怀特海的话来说：

……借助于符号化，我们就能在推理时凭眼睛作出几乎是机械地转变，这在其他方面将会发挥头脑的较高能力。①

虽然这部书与其说是历史地倒不如说是系统地论述了符号逻辑，但在这个地方作少许历史的评述还是合适的。从1840年代以来，符号逻辑沿着两条不同的历史路线发展。其中的一条开始于英国的数学家G.布尔(1815—1864)。布尔运用代数的记法和方法首先将公元前四世纪亚里士多德所研究的那类论证予以形式化，并加以确认。这条路线可以刻划为一种努力，即把数学的记法和方法运用到那种传统的、非数学的论证中去。另一条路线开始于英国数学家A.德.摩根(1806—1871)与美国科学家和哲学家C.皮尔斯(1839—1914)，他们各自独立地为关系论证发明了一种非常精确的记法。早期的逻辑在很大的程度上忽视了这种类型的论证，然而，它们在数学中起着重要的作用。这条历史路线可以刻划为一种努力，即创造了一种新的、供数学推导和证明使用的类似数学的逻辑记法和分析技巧。

在德国数学家和哲学家G.弗雷格(1848—1925)，意大利数学家G.皮亚诺(1858—1932)，以及英国哲学家A.N.怀特海(1861—1947)和B.罗素(1872—1970)——他们两人的《数学原理》在符号逻辑史上是一个重要的里程碑——等人的卓越著作中，这两条历史的路线结合起来了。布尔的某些贡献在第七章头两节与附录B中有所报道，其他人的贡献则如此彻底地融合进了现代逻辑中，以致只有偶然参考它们的更有特色的思想才是适当的。

① A.N.怀特海：《数学导论》，Oxford University Press, Oxford, England, 1911

## 第二章 包含复合陈述的推理

### 2.1 简单陈述与复合陈述

全部陈述可分为简单陈述与复合陈述两类。简单陈述指不包含其他陈述作为其组成〔8〕部分的陈述，而复合陈述则是含有其他陈述作为其组成部分的陈述。例如，“或者大气层中的核试验将停止，或者地球将不再适于人类居住”就是一个复合陈述，它包含两个作为其成分的简单陈述“大气层中的核试验将停止”和“地球将不再适于人类居住”。当然，一复合陈述的组成部分本身也可以是复合的。

‘成分’这个术语是在逻辑范围内使用的，并非每一个是一较大陈述之部分的陈述，都是那较大陈述的成分。在‘贝特朗·罗素的第三个妻子是个漂亮的女人’这个陈述中，‘妻子是个漂亮女人’本身也可看作一个陈述，但它不是原陈述的组成部分或成分。一个陈述的部分要成为一个较大陈述的成分，必须满足两个条件。第一，它本身必须是一个陈述；第二，当在较大陈述中用任何别的陈述来替换它时的替换的结果必须仍有意义。在上例中，第一个条件虽满足，第二个条件却不具备。当我们用陈述‘有烟处必有火’替换‘妻子是个漂亮女人’时，替换的结果显然毫无意义。<sup>①</sup>

‘玫瑰是红的并且紫罗蓝是蓝的’这个陈述是一个联言陈述，即用语词‘并且’将两个陈述联结起来的复合陈述。被联合的两个陈述叫做联言肢。语词‘并且’（‘和’，‘及’）\* 还有其他用法，例如用于陈述‘卡斯托和波拉克斯是双生子’，这个陈述不是复合的，而是一个断言关系的简单陈述。我们引入点号‘·’作为联言地结合两个陈述的特别符号。使用这个记法，前述的联言陈述可以记为“玫瑰是红的·紫罗蓝是蓝的”。〔9〕一般地，只要p和q是任意两个陈述，它们的联言就记为 $p \cdot q$ 。

每个陈述或者是真的，或者是假的所以我们可以谈论一个陈述的真值；真陈述的真值是真，假陈述的真值是假。根据复合陈述本身的真值是否仅依赖于其成分陈述的真值，可把复合命题分为两大类。两陈述的联言的真值完全由其联言肢的真值决定：若其联言肢都是真的，则联言陈述是真的，否则即是假的。由于这个缘故，我们称一联言陈述为一真值函项复合陈述，称它的联言肢为它的真值函项成分。

并非所有复合陈述都是真值函项。例如‘帕斯维尔·罗威尔相信火星上有人类居住’这个复合陈述的真值，就一点也不由作为它的成分的简单陈述‘火星上有人类居住’的真值决

<sup>①</sup>对复合陈述和成分陈述提出上述说明的是：C. M. 迈尔斯教授（北伊利诺斯大学），A. 布卢姆教授（巴尔—艾兰大学）和J. A. 马丁教授（怀俄明大学）。参见马丁的论文：《怎样来不定义真值函项性》，*Logique et Analyse*, 1970, 14<sup>e</sup> Année, No 52, PP. 476—482。

\*英文‘and’译成中文可作‘并且’、‘和’、‘及’、‘与’等。——译者。

定。这是因为，不管火星上是否有人类居住，帕斯维尔·罗威尔都可能确实相信火星上有人类居住。一个人可能相信某个真理而不相信另一个真理，他也可能相信某个谬误但并不相信全部的谬误。所以，成分‘火星上有人类居住’并不是复合陈述‘帕斯维尔·罗威尔相信火星上有人类居住’的真值函项成分，并且这复合陈述也不是真值函项复合陈述。

我们定义一成分在一复合陈述中的一次出现为那个复合陈述的一个真值函项成分，假如：如果在那个复合陈述中（或它的任何成分中；只要这成分包含了正在议论的那成分），用彼此具有相同真值的不同陈述去替换那个成分的那次出现，那么，通过这些替换而产生的不同复合陈述也将彼此具有相同的真值。而且现在，一个复合陈述被定义为一个真值函项复合陈述，如果那个陈述的全部成分都是它的真值函项成分。<sup>①</sup>

我们在这里要考虑的复合陈述，将只是真值函项复合陈述。因此，在本书的其余部分，我们将用术语‘简单陈述’来指称不是真值函项的复合的任何陈述。

因为联言陈述是真值函项复合陈述，所以，点号是一个真值函项联结词。给定任何两个陈述 $p$ 和 $q$ ，它们的真值只有四种可能的组合，并且无论是哪一种组合，它们的联言 $p \cdot q$ 的真值都是唯一地决定的。这四种可能的情形可罗列如下：

[10]

$p$ 真并且 $q$ 真，则 $p \cdot q$ 真；  
 $p$ 真并且 $q$ 假，则 $p \cdot q$ 假；  
 $p$ 假并且 $q$ 真，则 $p \cdot q$ 假；  
 $p$ 假并且 $q$ 假，则 $p \cdot q$ 假。

若分别用大写字母‘T’代表真，‘F’代表假，则联言陈述的真值与其联言肢的真值的依赖关系可以更简洁地用真值表展示如下：

$p$	$q$	$p \cdot q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

由于此表规定了 $p \cdot q$ 在每一可能情况下的真值，所以也可以把它作为点号的定义。在日常语言中，诸如‘而且’、‘此外’、‘但是’，‘也’、‘还’、‘不过’、‘又’、‘然而’等词，甚至分号和逗号也能用来把两个简单陈述联合成单一的复合陈述，并且，若只考虑陈述的真值，则它们全都可以不加区别地翻译成点号。

陈述‘并非铅比金重’也是复合的，它是它的单个成分陈述‘铅比金重’的否定（或否认，或矛盾）。我们采用波形号（或称弯肩号）‘ $\sim$ ’来将否定符号化。在日常语言中表述一给定陈述的否定往往有许多选择。例如，以 $L$ 作为陈述‘铅比金重’的符号表示，那么，不同的陈述‘并非铅比金重’，‘铅比金重是假的’，‘铅比金重不是真的’，‘铅不是比金重’，就全都不加区别地符号化为 $\sim L$ 。更一般地，只要 $p$ 是随便一个陈述，它的否定就记为 $\sim p$ 。因为真陈述的否定为假，假陈述的否定为真，我们可以用下列真值表来定义波形

<sup>①</sup>试对照这个定义和由D.H.桑福德提出的那个定义，见他的论文：《真值函项成分是什么？》，*Logique et Analyse*, 1970, 14<sup>e</sup> Annee, No 52, pp.433—436.



$p$	$\sim p$
T	F
F	T

在两个陈述之间插入语词‘或者’，使它们选言地结合起来，这样得到的复合陈述称为选言陈述（或选取陈述），而如此结合的两个陈述称为选言肢（或选取肢）。

‘或者’这个词有两层意思，第一层意思可以从陈述“对生病或者解雇的职员将停发奖金”里清楚地看出。很明显，不仅对生病的和被解雇的职员要停发奖金，而且对既生病又被解雇的职员〔11〕也停发奖金。‘或者’的这种用法称为弱的，也称为相容的。在注重准确性的场合，如在契约或其他法律文件中，这层意思常利用短语‘并且/或者’来予以明确。

在餐馆吃客饭时，菜单上‘茶或者咖啡’中的‘或者’则是另一种意思，它指的是，你为一份客饭付的钱只能得到茶或者咖啡中的一样，不能两样都要。‘或者’的这种用法称作强的或排斥的。在注重准确性的场合，同时所预期的又是‘或者’的排斥意义，就常常追加短语‘二者不可得兼’。

相容的选言陈述断言，至少有一个选言肢是真的，而排斥的选言陈述则断言，有且仅有一个选言肢是真的。‘至少有一个选言肢为真’是相容选言陈述的全部含义，但对排斥的选言陈述来说，仅是其含义的一部分。

拉丁文中用‘Vel’表示相容意义下的‘或者’，用‘aut’表示排斥意义下的‘或者’。习惯上用‘Vel’的第一个字母将相容意义的‘或者’符号化。对任意两个陈述p和q，它们的弱的或相容的选言可记为 $p \vee q$ 。楔形号（或V字形号）‘ $\vee$ ’是一个真值函项联结词，它可以用下列真值表定义：

$p$	$q$	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

一个包含了选言陈述的显然有效的论证，是下列的选言三段论：  
 或者联合国将变得更有力量，或者第三次世界大战将要爆发；  
 联合国将不会变得更有力量；  
 因此，第三次世界大战将要爆发。

很明显，无论怎样理解‘或者’的意思，即无论第一个前提断定的是相容的还是排斥的选言，选言三段论都是有效的。要搞清选言陈述中的‘或者’是哪一种含义，常常很困难，有时甚至不可能。但是，象选言三段论那样的、有一个选言陈述作为一个前提的典型的有效论证，无论对‘或者’作哪种解释，都仍然有效。因此，不管‘或者’是指哪一种意思，我们都把它翻译成逻辑符号‘ $\vee$ ’，这可以有效地起到简化的作用。当然，如果明显地指出了选言是排斥的，例如，追加短语‘二者不可得兼’，我们也有相应的符号来表示这种意〔12〕思，这在下面再说明。