



(本书根据全国成人高考最新考试大纲编写)

最新版

最新全国成人高考统一命题招生考试教材

——高中起点升专科、本科

数 学

(文史财经类)

SHUXUE

李秀清 主编
全国成人高考命题研究组 审定

北京广播学院出版社

最新全国成人高考统一命题招生考试教材

(高中起点升专、本科)

数 学

(文史财经类)

主编:李 秀 清

编审:全国成人高考命题研究组

北京广播学院出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学/李秀清主编. —北京:北京广播学院出版社, 2002. 8

最新全国成人高考统一命题招生考试教材. 高中起点升专、本科. 文史财经

ISBN 7-81085-081-4

I. 数... II. 李... III. 数学—成人教育:高等教育—入学考试—自学参考资料
IV. G723.46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 056887 号

前 言

教育部《关于从 2003 年起调整成人高校招生科目设置的通知》规定,从 2003 年起,教育部对全国成人高考考试科目,进行重大调整 and 改革。高中起点升专科、本科考试中,将不再考核政治。外语成绩将首次 100% 计入高中起点考生的总成绩中。高中起点考试科目设置近似于普通高考的“3+X”:专科分文理,考试科目由现行的五科改为语文、数学、外语三科,数学保留文科卷和理科卷的区分。高中起点升本科及外语、外贸类考试科目由现行 6 门改为 5 门,在专科考试科目的基础上,理科生加考物理化学综合卷,文科生加考历史地理综合卷。每科满分均为 150 分,考试时间为 120 分钟。对某些专业需要加试的科目由招生院校决定。

《最新全国成人高考统一命题招生考试教材(高中起点升专科、本科)》丛书,是由全国成人高考命题研究组组织成人教育界对历年成人高考有专门研究的专家、教授,中学特级、高级教师及长期从事成人高考辅导工作、具有多年教学经验的第一线教师,根据教育部最新颁布的 2003 年《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》精心编辑而成。

这套丛书紧扣新大纲,针对性更强,考试命中率和切题率更高,它对中学各科课程进行了精选和提炼,更适合成人高考考生在短期内更快更好地掌握各科基本知识、基本技能和提高综合运用知识解决问题的能力,满足考生通过短时间学习达到适应全国统考的要求,取得较好成绩的目的。它是目前成人考生系统复习中学课程的首选好教材。

全套丛书按照新大纲和成人考生的特点,每章内容包括复习要求、重点知识、复习重点、基本练习、参考答案和近几年命题情况等(不同学科每章内容的结构板块略有不同)。同时列举大量“例题”,为基础知识的运用作了示范,并通过解题过程帮助读者掌握解题方法和提高解题的综合能力。每一章后选择了大量习题,供读者复习时选用,以巩固本章所学知识。每章最后均有习题答案或提示,供读者参考。每册书后附综合练习试卷,供读者在学完本书后对本科知识的掌握作一自我检查。各类题目均按成人标准化考试的模型和要求编选。选择题和填空题占有较大的比重,计算题和实验题亦有较强的综合性和代表性。

高中起点全套丛书包括语文、数学(文科)、数学(理科)、英语、日语、俄语、医学基

础、医学临床、物理分册、化学分册、历史分册、地理分册,共 12 本。供参加各类成人高等学校(包括广播电视大学、职工高等学校、管理干部学院、教育学院、教师进修学院、独立设置的函授学院、普通高校举办的成人教育学院等)招生考试的考生和成人高考辅导班作为教材使用。

这本《数学(文史财经类)》分册,根据新考纲的要求,内容部分主要删去了数、式、方程和方程组,增加了导数和统计初步中的线性回归的方法及其简单应用。

注:“* 第三章 指数与对数”大纲虽不作为考试内容,但为了考生学习的方便,我们对此作了保留。

全国成人高考命题研究组
2002 年 9 月

目 录

第一部分 代 数

第一章 集合	1
第二章 不等式和不等式组	8
*第三章 指数与对数	21
第四章 函数	32
第五章 数列	65
第六章 导数	85

第二部分 三 角

第七章 三角函数及其有关概念	97
第八章 三角函数式的变换	106
第九章 三角函数的图象和性质	122
第十章 解三角形	137

第三部分 平面解析几何

第十一章 平面向量	147
第十二章 直线	161
第十三章 圆锥曲线	179

第四部分 概率与统计初步

第十四章 排列与组合	207
第十五章 概率初步	219
第十六章 统计初步	232
综合测试题(一)	236
综合测试题(一)参考答案	239
综合测试题(二)	242
综合测试题(二)参考答案	244

综合测试题(三)	246
综合测试题(三)参考答案	249
综合测试题(四)	253
综合测试题(四)参考答案	256
附录一:	
2003 年全国各类成人高等学校招生《数学(文史财经类)》考试大纲	260
附录二:	
2002 年成人高等学校招生全国统一考试《数学(文史财经类)》试题	264
2002 年成人高等学校招生全国统一考试《数学(文史财经类)》试题参考答案	269

第一部分 代 数

第一章 集合

本章要求

1. 了解集合的意义及其表示方法.
2. 了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法.
3. 了解符号 $\subseteq, \supseteq, =, \in, \notin$ 的含义,并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.

内容提要

一、集合的概念

1. 集合:集合是数学中最基本的概念之一,我们只给予一种描述,把按某种属性能确定的一些对象看成一个整体,就形成了一个集合.例如,自然数的全体构成一个集合,线段 AB 上所有的点构成一个集合.集合简称为集,一般用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示.

2. 元素:组成一个集合的每一个对象叫做这个集合的元素或元.例如,每一个自然数是自然数集合中的一个元素;线段 AB 上的每一点是该线段(点集合)中的一个元素.元素一般用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示.

3. 元素与集合的关系:对于一个给定的集合,它和它的元素之间的关系是整体和个别的关系,即集合包含它的每一个元素;它的每一个元素也都包含在集合中.于是,把 a 是集合 A 的元素,记作 $a \in A$,读作“ a 属于 A ”;把 a 不是集合 A 的元素,记作 $a \notin A$ (或 $a \bar{\in} A$),读作“ a 不属于 A ”.

4. 有限集与无限集

- (1)有限集:含有有限个元素的集合叫做有限集;
- (2)空集:不含任何元素的集合叫做空集,用 $\emptyset$ 表示;
- (3)无限集:含有无限个元素的集合叫做无限集;
- (4)单元素集:只含有一个元素的集合叫做单元素集.

5. 数集:元素为数的集合叫做数集.常用的数集有:

- (1)实数集:全体实数组成的集合叫做实数集,常用 $\mathbf{R}$ 表示.

(2)有理数集:全体有理数组成的集合叫做有理数集,常用 Q 表示.

(3)整数集:全体整数组成的集合叫做整数集,常用 Z 表示.

1°非负整数集——自然数集,用 N 表示.

2°正整数集,用 N_+ 或 N^* 表示.

说明 根据国家标准,自然数集 N 包括元素“0”,即非负整数集.注意与以前不包括“0”的所谓自然数集(正整数集 N_+)从含义到记号区别开.

二、集合的表示法

1. 列举法:把集合的元素一一列举出来,把它们写在大括号内,这种表示集合的方法叫做列举法.

注意 用列举法表示集合时,列出的元素要求不遗漏、不增加、不重复,但与元素的列出顺序无关.

2. 描述法:把集合中的元素的公共属性写在大括号内,这种表示集合的方法叫做描述法.这时,先在大括号内左端写出元素的一般形式(常用字母 x, y 等表示),然后画一条竖线,在竖线右边列出集合的元素的公共属性.

注意 用描述法表示集合时,有时可省去竖线及元素的一般形式.

为了直观起见,有时我们用图来表示集合,如图 1.1

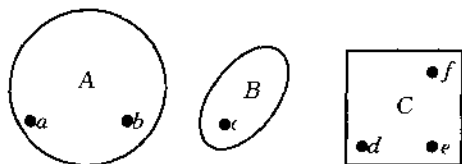


图 1.1

三、集合与集合的关系

一些给定的集合,它们之间可以有种种关系,不过,最基本的要算“包含”与“相等”的关系.

1. 子集:对于两个集合 A 和 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,则集合 A 叫做集合 B 的子集,记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A,$$

读作“ A 包含于 B ”,或“ B 包含 A ”.

说明 在国家标准中,符号“ $\subseteq$ ”也可用“ $\subset$ ”;“ $\supseteq$ ”也可用“ $\supset$ ”.

子集的性质:

(1)任何一个集合 A 是它本身的子集: $A \subseteq A$,因为集合 A 的任何一个元素都属于集合 A 本身;

(2)空集是任何一个集合 A 的子集: $\emptyset \subseteq A$;

(3)对于集合 A, B, C ,如 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

2. 集合相等:对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,那么称集合 A 与集合 B 相等,记作

$$A=B,$$

读作“A等于B”.这就是说,集合A的任何一个元素都是集合B的元素;反之,集合B的任何一个元素都是集合A的元素.因而这两个集合包含的元素完全一样,两个集合是同一个集合.

3. 真子集:如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$, 则称集合A为集合B的真子集,记作

$$A \subsetneq B \text{ 或 } B \supsetneq A.$$

下面是常见几种数集的关系:

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z}, \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q}, \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R}.$$

4. 交集:由所有既属于集合A又属于集合B的元素所组成的集合,叫做集合A与集合B的交集,记作 $A \cap B$,读作“A交B”(图1.2),即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

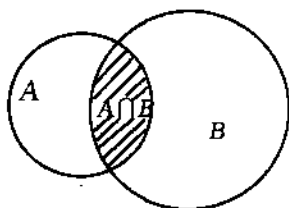


图 1.2

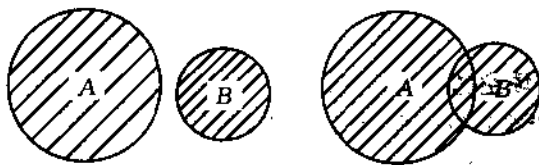


图 1.3

交集的性质:

$$(1) A \cap A = A; \quad (2) A \cap \emptyset = \emptyset; \quad (3) A \cap B = B \cap A \text{ (交换律)}.$$

5. 并集:由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合,叫做集合A与集合B的并集,记作 $A \cup B$,读作“A并B”(如图1.3),即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

并集的性质:

$$(1) A \cup A = A; \quad (2) A \cup \emptyset = A; \quad (3) A \cup B = B \cup A \text{ (交换律)}.$$

6. 全集与补集

(1) 全集:在研究某些集合与集合之间的关系时,如果这些集合都是某一定集合的子集,则这个给定的集合叫做全集,用符号 U 表示.这就是说,全集含有所要研究的各个集合的全部元素.

例如,在研究数集时,常常把实数集 $\mathbb{R}$ 作为全集;在研究图形的集合时,常常把所有的空间图形组成的集合作为全集.

注意 全集是相对于所讨论的问题而言的,一个集合在一定条件下是全集,在另一个条件下就可能不是全集.例如,讨论的集合仅含整数元时,则整数集可作为全集;若讨论的集合包括分数元时,则整数集不是全集,而有理数集或实数集则可作为全集.

(2) 补集:如果已知全集为 U ,且集合 $A \subseteq U$,则由 U 中所有不属于A的元素组成的集合,叫做 U 中子集A的补集,记作 $C_U A$,当 U 明确时,简记作 $C A$ (读作“A补”),即

$$C A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}.$$

图1.4中的长方形内表示全集 U ,圆的内部表示集合A,斜线部分表示集合A在集合 U 中的补集 $C A$.换句话说,集合A的补集 $C A$ 是从全集 U 中除去集合A的元素后剩下的元素组成的集合.如 $U = \mathbb{R} = \{\text{实数}\}$, $Q = \{\text{有理数}\}$,则 Q 的补集为

$CQ = \{\text{无理数}\}.$

全体无理数的集合 CQ 叫做无理数集.

本章重点

1. 集合的概念、元素与集合的关系、集合与集合的关系.
2. 子集、交集、并集的概念与性质.

例题

例1 填空题

用适当符号($\in$ 、 $\notin$ 、 $=$ 、 $\subset$)填空

- | | |
|--|--|
| (1) $1 \underline{\hspace{1cm}} \{1\}$ | (2) $1 \underline{\hspace{1cm}} \{0\}$ |
| (3) $\{1\} \underline{\hspace{1cm}} \{1, 2, 3\}$ | (4) $1 \underline{\hspace{1cm}} \{1, 2, 3\}$ |
| (5) $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{0, 15\}$ | (6) $\{a, b\} \underline{\hspace{1cm}} \{b, a\}$ |
| (7) $A \cap B \underline{\hspace{1cm}} A$ | (8) $A \cap B \underline{\hspace{1cm}} A \cup B$ |
| (9) $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} A \cap B$ | (10) $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{x x^2 + 1 = 0 \quad x \in \mathbf{R}\}$ |

解: $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subset$ 、 $\in$ 、 $\subset$ 、 $=$ 、 $\subset$ 、 $\subset$ 、 $\subset$ 、 $=$

本题要求掌握元素与集合、集合与集合之间的关系.

例2 填空题

- (1) 集合 $\{1, 2\}$ 的子集为 $\underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 集合 $\{1, 2\}$ 的真子集为 $\underline{\hspace{2cm}}$
- (3) 若集合 M 满足 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, 则 M 为 $\underline{\hspace{2cm}}$
- (4) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $M = \{3, 4, 5, 6\}$, $N = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $M \cap N = \underline{\hspace{2cm}}$; $M \cup N = \underline{\hspace{2cm}}$; $C_M \cap N = \underline{\hspace{2cm}}$ $M \cup C_N = \underline{\hspace{2cm}}$

解: (1) $\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset$ (2) $\{1\}, \{2\}, \emptyset$

(3) $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

(4) $M \cap N = \{3, 4\}$ $M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$C_M \cap N = \{1, 2\}$ $M \cup C_N = \{3, 4, 5, 6\}$

例3 选择题

- (1) 集合 $\{a, b, c\}$ 的非空子集数为()
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

解: $2^3 - 1 = 7$

答: C

- (2) 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3, 4\}$, 则 C_A 的所有子集的个数是()
(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 8

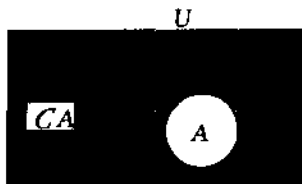


图 1.4

解: $\because CA = \{2, 5\} \therefore CA$ 的子集数为 $2^2 = 4$

答: CB

(3) 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{4, 3, 2\}$, 下列关系式中正确的是()

- (A) $M \cap N = N$ (B) $M \cap N = M$
(C) $M \cup N = N$ (D) $M + N = M$

解: $M \cap N = \{2, 3, 4\} = N$

答: A

(4) 已知全集 $U = \{-1, 1, 2, 3\}$, $A = \{-1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap CB = ()$

- (A) $\{1\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{-1, 2\}$ (D) $\{-1\}$

解: $\because CB = \{-1, 3\} \therefore A \cap CB = \{-1, 2\} \cap \{-1, 3\} = \{-1\}$

答: D

(5) U 为全集, 若非空集合 A, B 存在关系: $A \subset B \subset U$, 下列集合中为空集的是()

- (A) $A \cap B$ (B) $CA \cap CB$ (C) $CA \cap B$ (D) $A \cap CB$

答: D

(6) 已知 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 + px + 12 = 0 \quad x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + q = 0 \quad x \in \mathbf{N}\}$, 且

$CA \cap B = \{2\}$, $A \cap CB = \{4\}$, $p, q \in \mathbf{Z}$, 则 $p + q = ()$

- (A) -1 (B) -2 (C) 0 (D) 1

解: $\because CA \cap B = \{2\} \therefore 2$ 是方程 $x^2 - 5x + q = 0$ 的一个根, $\therefore q = 6$

$\because A \cap CB = \{4\} \therefore 4$ 是方程 $x^2 + px + 12 = 0$ 的一个根, $\therefore p = -7$

$\therefore p + q = -1$

答: A

(7) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 那么 $\{2, 7, 8\}$ 是()

- (A) $A \cup B$ (B) $A \cap B$ (C) $CA \cup CB$ (D) $CA \cap CB$

解: $CA = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $CB = \{2, 4, 5, 7, 8\} \therefore CA \cap CB = \{2, 7, 8\}$

答: D

(8) 满足 $\{1, 2\} \subset M \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数是()

- (A) 6 个 (B) 7 个 (C) 8 个 (D) 9 个

解: $\{1, 2\}$ 是 M 的子集, M 又是 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的真子集,

$\therefore M$ 为 $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}$ 共 7 个.

答: B

(9) 已知全集 $U = \mathbf{N}$, $A = \{x | x = 2n \quad n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 4n \quad n \in \mathbf{N}\}$, 则()

- (A) $U = A \cup B$ (B) $U = CA \cup B$
(C) $U = A \cup CB$ (D) $U = CA \cup CB$

解: CA 中元素为正奇数, CB 中元素为自然数中去掉 4 的倍数的所有数, $\therefore U = A \cup CB$

答: C

(10) 集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则 $M \cap N = ()$

- (A) $\{x | 0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x | 0 \leq x < 2\}$
(C) $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

$$\text{解: } x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) < 0 \quad \therefore -1 < x < 3$$

$$\therefore M \cap N = \{x | 0 \leq x < 2\} \cap \{x | -1 < x < 3\} = M$$

答:B

习题一

1. 填空题

用适当的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\supset$, $\subset$)填空

- (1) 0 _____ $\mathbf{R}$ (2) $\emptyset$ _____ $\{a\}$
 (3) $\{a, b\}$ _____ $\{b, a\}$ (4) $\{a, b\}$ _____ $\{a\}$
 (5) a _____ $\{b, c\}$ (6) 0 _____ $\{0\}$
 (7) 1 _____ $\{0\}$ (8) 1 _____ $\{1, 7, 9\}$
 (9) $\{a, b\}$ _____ $\{d, b, a\}$ (10) $\mathbf{N}$ _____ $\mathbf{Q}$

2. 填空题

设 $M = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $M \cup N =$ _____; $M \cap N =$ _____.

3. 选择题

- (1) 设集合 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $Y = \{2, 4, 6\}$, 集合 $Z = \{4, 5, 6\}$, 则 $(X \cap Z) \cup Y$ 是()
 (A) $\{2, 4, 5, 6\}$ (B) $\{4, 5, 6\}$ (C) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (D) $\{2, 4, 6\}$
 (2) 设集合 $M = \{a, b, c, d\}$, $N = \{d, c, b\}$, 则这两个集合满足的关系是()
 (A) $M \cap N = N$ (B) $M \cap N = M$
 (C) $M \cup N = N$ (D) $(M \cap N) \cup N = M$
 (3) 设集合 $X = \{0, 1, -1\}$, $Y = \{-1, 1\}$, 则()
 (A) $X \subsetneq Y$ (B) $Y \subsetneq X$ (C) $X = Y$ (D) $Y \in X$
 (4) 设 $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{b, c, d, e\}$, $Z = \{d, e, f\}$, 则集合 $(X \cup Y) \cap Z$ 是()
 (A) $\{c, d\}$ (B) $\{d, e\}$ (C) $\{c, d, e\}$ (D) $\{b, c, d\}$
 (5) 设集合 $X = \{a, b, c, d, e\}$, $Y = \{c, a, e\}$, 则这两个集合满足的关系是()
 (A) $X \cap Y = X$ (B) $X \cup Y = Y$
 (C) $X \cup Y = X$ (D) $X \cup (X \cap Y) = Y$

习题答案与提示

1. 填空题

用适当的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\supset$, $\subset$)填空

- (1) $\in$ (2) $\supset$ (3) $=$ (4) $\supset$ (5) $\notin$ (6) $\in$ (7) $\notin$ (8) $\in$ (9) $\supset$ (10) $\supset$

2. 填空题

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}; \{3, 4, 5\}$

3. 选择题

(1)A (2)A (3)B (4)B (5)C

第二章 不等式和不等式组

本章要求

1. 了解不等式的性质, 会解一元一次不等式、一元一次不等式组和可以化为一元一次不等式组的不等式, 会解一元二次不等式, 了解区间的概念, 会在数轴上表示不等式或不等式组的解集.
2. 会解形如 $|ax + b| \geq c$ 和 $|ax + b| \leq c$ 的绝对值不等式.

内容提要

一、不等式的概念与性质

1. 不等式的定义

用不等号“ $>$ ”、“ $<$ ”、“ $\geq$ ”或“ $\leq$ ”连结两个算式的式子叫做不等式.

2. 不等式的主要性质

设 a, b, c 是实数

基本性质

如果 $a - b > 0$, 那么 $a > b$; 反之也成立.

如果 $a - b < 0$, 那么 $a < b$; 反之也成立.

这两条基本性质是证明以下不等式性质的基础.

(1) 如果 $a > b$, 那么 $b < a$; 反之, 如果 $b < a$, 那么 $a > b$ (自反性).

(2) 如果 $a > b$ 且 $b > c$, 那么 $a > c$ (传递性).

(3) 如果 $a > b$, 那么 $a + c > b + c$.

(4) 如果 $a > b$ 且 $c > 0$, 那么 $ac > bc$.

(5) 如果 $a > b$ 且 $c < 0$, 那么 $ac < bc$.

(6) 如果 $a > b > 0$, 那么 $a^2 > b^2$.

(7) 如果 $a > b > 0$, 那么 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$; 反之, 如果 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, 那么 $a > b$.

说明 不等式性质 5 是说, 在不等式两边同乘以同一负数时, 注意要改变不等号的方向.

3. 不等式解集: 含有未知数的不等式中, 能使不等式成立的未知数的所有可取值的集合叫做不等式的解的集合, 简称为不等式的解集. 求不等式的解集的过程叫做解不等式.

4. 同解不等式与同解变形: 如果两个不等式的解集相同, 则这两个不等式叫做同解不等式. 使一个不等式变为另一个与它同解的不等式的过程叫做同解变形.

5. 同解原理

(1) 不等式的两边都加上(或都减去)同一个数或同一个整式,所得的不等式与原不等式是同解不等式;

(2) 不等式的两边都乘以(或都除以)同一个正数,所得的不等式与原不等式是同解不等式;

(3) 不等式的两边都乘以 (-1) ,改变不等号的方向后,所得的不等式与原不等式是同解不等式.

二、一元一次不等式及其解法

1. 定义

只含有一个未知数,并且未知数的次数是一次的 inequality,叫做一元一次不等式.

2. 解法

经过同解变形,如去分母,去括号,移项,合并同类项,不等式两边都除以未知数的系数(当系数为负时,要改变不等号的方向)等,即可求得解集.

3. 标准化

一元一次不等式,经过不等式的同解变形后,都可以化成 $ax > b$ 的标准形式. 对于不等式 $ax > b$,其解集有以下几种情况:

(1) 当 $a > 0$ 时,不等式 $ax > b$ 的解集为 $x > \frac{b}{a}$ (图 2.1).

(2) 当 $a < 0$ 时,不等式 $ax > b$ 的解集为 $x < \frac{b}{a}$ (图 2.2).

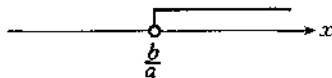


图 2.1

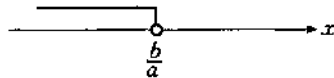


图 2.2

(3) 当 $a = 0$ 时,分两种情况讨论:

1° 如果 $b < 0$,则 $0 \cdot x > b$ (即 $0 > \text{负数}$) 对一切实数 x 永远成立. 也就是说 $ax > b$ 的解集是 $\mathbf{R}$.

2° 如果 $b \geq 0$,则没有一个实数 x ,能使不等式 $0 \cdot x > b$ (即 $0 > \text{非负数}$) 成立. 也就是说 $ax > b$ 的解集为 $\emptyset$.

现将上述讨论结果列成表 2.1:

表 2.1

a 的符号	b 的符号	$ax > b$ 的解集
$a > 0$		$x > \frac{b}{a}$
$a < 0$		$x < \frac{b}{a}$
$a = 0$	$b < 0$	$\mathbf{R}$
	$b \geq 0$	$\emptyset$

三、一元一次不等式组及其解法

1. 一元一次不等式组:由几个一元一次不等式所组成的不等式组,叫做一元一次不等式组.

2. 同向不等式:如果两个不等式中,每一个的左边都大于右边,或者每一个的左边都小于右边,则这两个不等式叫做同向不等式.

3. 异向不等式:如果两个不等式中,一个不等式的左边大于右边,而另一个不等式的左边小于右边,则这两个不等式叫做异向不等式.

4. 不等式组的解集:一元一次不等式组中所有的一元一次不等式的解集的公共部分(交集),叫做这个一元一次不等式组的解集.求不等式组的解集的过程,叫做解不等式组.

不妨设不等式组由两个一元一次不等式

$$\begin{cases} ax+b>0 \\ cx+d>0 \end{cases} (a, c \neq 0)$$

组成,则其解集可化为下列四种情况之一(不妨设 $m < n$):

- (1) $\begin{cases} x > m \\ x > n \end{cases}$, 即解集是 $x > n$ (图 2.3);

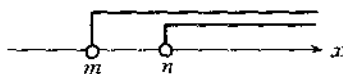


图 2.3

- (2) $\begin{cases} x < m \\ x < n \end{cases}$, 即解集是 $x < m$ (图 2.4);

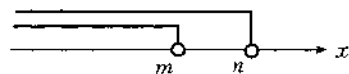


图 2.4

- (3) $\begin{cases} x > m \\ x < n \end{cases}$, 即解集是 $m < x < n$ (图 2.5);

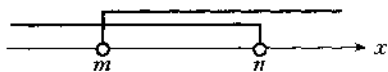


图 2.5

- (4) $\begin{cases} x < m \\ x > n \end{cases}$, 即解集是空集 $\emptyset$ (图 2.6).

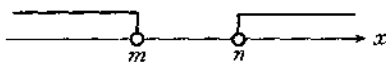


图 2.6

四、含有绝对值符号的不等式

1. $|x| < a$, $|x| > a$ 型不等式及其解法

设 $a > 0$.

(1) $|x| < a$ 的解集是 $-a < x < a$. 在数轴上表示时,就是所有与原点的距离小于 a 的点的集合(图 2.7).

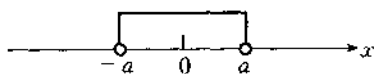


图 2.7

(2) $|x| > a$ 的解集是 $x > a$ 或 $x < -a$, 注意这是并集. 在数轴上表示时,就是所有与原点的距离大于 a 的点的集合(图 2.8).

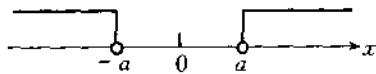


图 2.8

说明 对于 $a \leq 0$ 的情况.