

工程力学

主 编：金 铮

副主编：张国成 陈 波

主 审：刘桂香

GONGCHENGLIXUE



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

工 程 力 学

主 编 金 铮

副主编 张国成 陈 波

主 审 刘桂香

东南大学出版社

· 南京 ·

内 容 简 介

本书是根据教育部提出的高职高专工程力学的教学基本要求和近几年来高职高专教育发展的实际需要,本着优化、适用、适度的原则编写的。

本书共分三篇十五章。第一篇为静力学部分,包括刚体静力学基本概念,物体的受力分析,力系的简化,力系的平衡,物体的重心与形心;第二篇为运动力学部分,包括质点的运动,刚体的基本运动,质点和刚体的动力学分析基础,动能定理;第三篇为材料力学部分,包括四种基本变形下的外力、内力、应力、变形的分析和强度刚度设计,组合变形,压杆稳定和动载荷分析。

本书可作为高职高专院校、成人高等教育的土木类、机械类、近机类、非机类各专业的教材,也可作为工程技术人员的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/金铮主编. --南京:东南大学出版社,
2010.7

ISBN 978-7-5641-2310-9

I. ①工… II. ①金… III. ①工程力学—高等学校:
技术学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 128478 号

工程力学

出版发行	东南大学出版社
出 版 人	江 汉
网 址	http://press.seu.edu.cn
电子邮件	press@seu.edu.cn
社 址	南京市四牌楼 2 号
邮 编	210096
电 话	025-83793191(发行) 025-57711295(传真)
经 销	全国新华书店
印 刷	江苏兴化印刷有限责任公司印刷
开 本	787mm×1092mm 1/16
印 张	15
字 数	381 千字
版 次	2010 年 7 月第 1 版
印 次	2010 年 7 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5641-2310-9
印 数	1—4000 册
定 价	26.00 元

本社图书若有印装质量问题,请直接与读者服务部联系。电话(传真):025-83792328

前 言

现代高职高专教育越来越突出职业技能培养的教育目标,教学内容逐渐向着强化实训和实践,以及理论知识以“必需够用”为度的方向发展。工程力学作为一门技术基础课程,教学课时再次减少,教学内容则需进一步精选。为了适应高职高专教育发展的需要,本书由具有丰富教学经验的一线教师在总结“工程力学”课程教学改革成果的基础上,精心编写而成。本书的编写以简明为宗旨,以必需与够用为原则,以培养、提高学生分析问题和解决问题的能力为目的,在加强基础理论的同时,密切联系工程实际,以适应高级技能型人才培养的目标和要求。本书可作为高等职业院校土木类、机械类、近机类专业“工程力学”课程的教材,也可供工程技术人员参考。

本书分为三部分:第一部分为静力学(第一章~第四章);第二部分为运动力学(第五~第七章);第三部分为材料力学(第八章~第十五章)。静力学部分以受力分析为要点,以平面力系的简化和平衡问题求解为重点,以空间力系为扩展,培养学生在工程模型上分析和解决工程中静力学问题的能力。运动力学部分主要介绍质点及刚体的基本运动,研究质点和刚体的运动规律,分析产生运动的原因,建立物体的运动与作用在物体上的力的相互关系,培养学生分析和解决运动模型上的质点以及刚体的运动力学问题的能力。材料力学部分,着重掌握四种基本变形,可根据课时安排与教学要求介绍组合变形、压杆稳定和动载荷等内容。该部分内容编排从内力分析入手,以应力应变为主线,以材料和构件的失效分析为目标,以解决工程构件的强度分析和刚度分析为目的。培养学生分析和解决工程中的强度、刚度问题的能力以及掌握有关材料力学基础知识。本书力求使读者通过学习,掌握力系分析和力系简化的方法,掌握利用力系的平衡条件解决工程实际中的平衡问题的求解,从而进一步掌握对构件进行强度、刚度及稳定性方面的分析与计算。

本书由金铮担任主编,张国成、陈波任副主编。其中第一、二、三、四章由张国成编写,第五、七章由陈波编写,第六、十四、十五章由马春卉编写,第八、九、十、十一、十二、十三章和附录由金铮编写。全书由刘桂香担任主审。在本书的编写过程中,得到了东南大学李兆霞教授、何小元教授的热情帮助和指导,并参考了部分工程力学、理论力学和材料力学方面的教材,在此一并表示感谢。限于编者水平有限,疏漏和欠妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2010 年 3 月

目 录

绪 论	1
-----	---

第一篇 静力学

第一章 静力学基础知识与物体的受力分析	5
第一节 力的概念	5
第二节 力对点之矩	8
第三节 力偶	9
第四节 约束与约束反力	10
第五节 物体的受力分析与受力图	13
习 题	16
第二章 平面力系	20
第一节 平面汇交力系的合成与平衡	20
第二节 平面任意力系向一点简化	23
第三节 平面任意力系的平衡方程及其应用	26
第四节 物体系统的平衡、静定与静不定问题	30
第五节 考虑摩擦时的平衡问题	33
习 题	38
第三章 空间力系	41
第一节 力在空间直角坐标轴上的投影	41
第二节 力对轴之矩	42
第三节 空间力系的平衡方程	43
习 题	46
第四章 重心	48
第一节 重心的概念与坐标公式	48
第二节 确定重心位置的方法	49
习 题	53

第二篇 运动力学

第五章 质点运动力学	57
第一节 质点运动学	58

第二节 质点动力学	68
第三节 动静法(达朗贝尔原理)	72
习 题	75
第六章 刚体运动力学	78
第一节 刚体的平动	78
第二节 刚体绕定轴转动	80
第三节 刚体绕定轴转动的动力学基本方程	84
习 题	89
第七章 动能定理	92
第一节 力的功	92
第二节 动能 动能定理	94
第三节 功率与效率	97
习 题	99

第三篇 材料力学

第八章 材料力学基础	103
第一节 材料力学的任务	103
第二节 变形固体的基本假设	104
第三节 内力 截面法	105
第四节 应力、应变及其互相关系	106
第五节 杆件变形的基本形式	109
习 题	111
第九章 构件的轴向拉伸与压缩	112
第一节 轴向拉伸与压缩的概念	112
第二节 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力计算	112
第三节 轴向拉伸与压缩时横截面上的应力	115
第四节 轴向拉伸与压缩时的变形	117
第五节 轴向拉(压)杆静不定问题的求解	119
第六节 材料在拉伸与压缩时的力学性能	123
第七节 轴向拉伸与压缩时的强度计算	128
习 题	131
第十章 剪切	134
第一节 剪切与挤压的概念	134
第二节 剪切与挤压的实用计算	135
习 题	139
第十一章 圆轴的扭转	142
第一节 圆轴扭转的概念	142
第二节 圆轴扭转时横截面上的内力	142

第三节 圆轴扭转时横截面上的应力与变形	146
第四节 圆轴扭转时的强度与刚度计算	150
习 题	154
第十二章 直梁的弯曲	156
第一节 直梁弯曲的概念	156
第二节 梁弯曲时横截面上的内力——剪力与弯矩	157
第三节 剪力图与弯矩图	160
第四节 梁弯曲时横截面上的正应力	167
第五节 梁弯曲时的强度计算	170
第六节 提高梁抗弯能力的措施	173
第七节 梁的变形	174
习 题	178
第十三章 组合变形	182
第一节 拉伸(压缩)与弯曲组合变形的强度计算	182
第二节 弯曲与扭转组合变形的强度计算	187
习 题	189
第十四章 压杆的稳定	191
第一节 压杆稳定的概念	191
第二节 细长压杆的临界力	192
第三节 压杆的临界应力	194
第四节 压杆的稳定性计算	197
第五节 提高压杆稳定性的措施	200
习 题	201
第十五章 动载荷	204
第一节 动载荷的概念与分类	204
第二节 构件做等加速运动时的应力计算	204
第三节 构件受冲击载荷作用时的应力与变形	207
习 题	210
附录 I 平面图形的几何性质	212
第一节 静矩与形心	212
第二节 惯性矩与惯性积	215
第三节 平行移轴定理	218
习 题	219
附录 II 型钢规格表	221
参考文献	231

绪 论

工程力学主要包括理论力学和材料力学中的基础和经典部分。第一篇、第二篇我们学习理论力学中有关内容,第三篇我们学习材料力学中有关内容。现在我们先来初步认识工程力学。

一、工程力学的性质、内容和任务

工程力学是研究物体机械运动一般规律以及构件承载能力的一门学科。

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门学科。所谓机械运动,就是物体在空间的位置随时间而改变,它包括物体的相对运动和相对静止。材料力学则是研究构件承载能力的一门学科。

本教材分为静力学、运动力学和材料力学三个部分。

静力学——它的任务是研究刚体在力系作用下的平衡规律。主要包括三方面:物体的受力分析;力系的等效与简化;力系的平衡条件与平衡方程及其工程应用。

运动力学——它包括运动学与动力学。运动学的任务是研究物体运动的几何量(如轨迹、速度、加速度、角速度、角加速度和时间)之间的关系,提出对刚体和质点进行运动分析的一般方法。主要包括:质点的运动和刚体的基本运动。动力学的任务是研究刚体和质点的受力与其运动状态变化之间的关系。

材料力学——它的任务是对杆类构件或零件在外力作用下进行静力学的强度、刚度和稳定性的基本原理与计算的研究,并为构件选择合理的截面形状与尺寸提供依据。

二、工程力学的研究对象

工程力学研究的对象往往比较复杂,在实际问题中,常常要抓住一些本质的主要因素,略去次要因素,从而抽象成为力学模型作为研究对象。当物体的运动范围比它本身的尺寸要大得多时,我们可把物体看成只有质量而形状和大小可以忽略的质点。物体在力的作用下会发生变形,如果这种变形在所研究的问题中可以不予考虑,则可把该物体当作不变形的物体——刚体。质点和刚体是两种最基本的力学模型。当变形不能忽略时,就要将物体当成变形体来处理。一般来说,任何物体都可以看成是由无数质点组成的,这种质点的集合称为质点系。因此工程力学的研究对象为质点、刚体、质点系和变形体。

三、工程力学的课程地位

工程力学的定律、定理与结论广泛应用于机械、交通、纺织、轻工、化工、石油等工程技术之中,这是众所周知的事实。从而,工程力学是一门与工程技术联系极为紧密的技术基础

课,是机械类及近机类专业的主干专业基础课。

四、学习工程力学的基本要求与方法

工程力学来源于实践,因此,进行现场观察和实验是认识力学规律必不可少的环节。学习本课程时,必须大量地观察实际生活中的力学现象,并学会用力学基本知识去解释这些现象。这就要求我们会利用原有的直接经验与感性认识对所学的理论进行对照、检验、分析。除此而外,正在学习工程力学课程的学生还应该掌握下面的学习方法:

(1) 工程力学系统性较强,应注意到各部分内容有较紧密的联系,学习中还要用到物理及高等数学的有关知识。

(2) 要注意深入体会和理解基本概念、基本理论和基本方法,决不能满足于背公式、记结论。要注意分析问题的思路和解决问题的方法。要善于思考、善于发现问题并利用所学知识去解决问题。

(3) 课前应预习,做到听课时有所侧重;课后应复习,加深对新学内容的理解。在复习理解的基础上,再做一定量的作业。

综上所述,作为未来的工程技术人员,不仅要学好工程力学的基本内容,还要掌握好工程力学的研究方法。只有这样,才能在建设具有中国特色的社会主义的过程中,作出较大的贡献。

第一篇

静 力 学

第一章 静力学基础知识与物体的受力分析

工程静力学研究的是刚体在力系作用下的平衡规律。它包括确定研究对象、进行受力分析、简化力系、建立平衡条件以及求解未知量等内容。

静力学研究的物体抽象为刚体。所谓刚体,是指在力的作用下其大小和形状都不变的物体。刚体是一种抽象的力学模型,在实践中并不存在。所谓平衡是指物体相对于地面保持静止或做匀速直线运动。平衡是物体各种运动状态的特殊情形,是相对的。力系是指作用在物体上的一组力。如果物体在力系的作用下保持平衡,则该力系称为平衡力系;若两力系分别对同一物体的作用效果相同,则二力系等效,互称为等效力系;若力系与一力等效,则此力称为该力系的合力。所谓力系的简化就是用简单的力系代替复杂的力系。

第一节 力的概念

一、力的定义及表示方法

力的概念来自于人们的实践,在日常劳动或生活中推、拉、提、举物体时,肌肉会产生紧张的感觉,渐渐地就有了对力的感性认识,大量的感性认识经过科学的抽象概括,形成了力的概念。力是物体之间的相互机械作用。这种作用对物体产生两种效应,其一是使物体的空间位置和运动状态发生变化,称为外效应;其二是使物体的形状发生改变,称为内效应。理论力学研究物体受力以后的外效应,材料力学研究物体受力以后的内效应。

在理解力的概念时,特别要强调“机械作用”。如果物体之间的作用不是机械作用,那么产生的就不是力,而是其他形式的热或能量。如果物体之间只有相互接触而没有机械作用,则也不会产生力。同时,谈到力时,必须指明相互作用的两个物体。

力对物体的作用效应,决定于力的三要素:①力的大小;②力的方向;③力的作用点。这三要素中,任何一个要素的改变都会改变对物体的作用效应。

按照国际单位制的规定,力的单位用牛顿(N)或千牛顿(kN)。

力既有大小又有方向,是一种矢量。和其他矢量一样,力通常用有向线段来表示。如图 1.1 所示,线段长度 AB 按照一定的比例表示力的大小;线段的箭头表示力的方向;线段的起始点(或终点)表示力的作用点。本书中,矢量用黑体字母表示,所以经常用一黑体字母来表示一个力,如 F 、 N 、 R 、 S 等。在力的表达式中,也可以用带箭头的字母来表示,如 $\vec{F}$ 、 $\vec{N}$ 等。

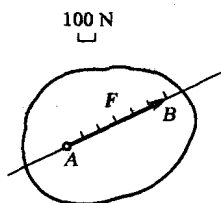


图 1.1

二、力的四个基本公理

人们经过长期的生产实践和科学实验的积累,总结出以下几条力的公理。所谓公理就是指不需要理论证明但是符合客观现实的真理。

公理一 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力使刚体处于平衡状态的充要条件是:这两个力大小相等、方向相反,且作用在同一条直线上。

公理二 加减平衡力系公理

在作用于刚体的任意力系上,加上或者减去一个平衡力系,都不会改变原力系对刚体的作用效应。由此可得如下推论:

推论一 力的可传性原理

刚体上的力可沿其作用线移到该刚体内的任意位置,并不改变该力对该刚体的作用效应。

证明 设力 F 作用在刚体上的 A 点,如图 1.2 所示,在力 F 的作用线上任选一点 B ,在 B 点上加上一对平衡力 F_1 和 F_2 使 $F_1 = -F_2 = F$,将平衡力系 F 、 F_2 减去,则 F_1 与 F 等效。相当于力 F 已由 A 点沿作用线移到 B 点。

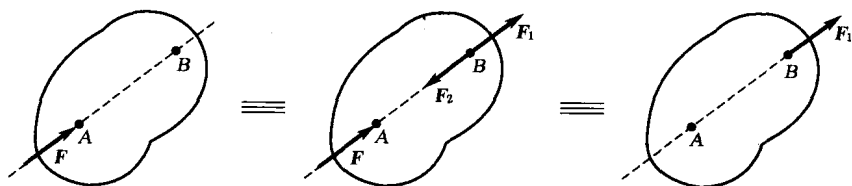


图 1.2

由此可见,力的作用点对刚体来说已不是决定力作用效应的要素。因此,作用于刚体上的力的三要素是力的大小、方向和作用线。由此也可知,作用于刚体上的力是滑移矢量。

公理三 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定,如图 1.3(a)所示。其矢量表达式为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

为方便起见,在利用矢量加法求合力时,可不必画出整个平行四边形,而是从 A 点作矢量 $\mathbf{F}_1$,再由 $\mathbf{F}_1$ 的末端 B 作矢量 $\mathbf{F}_2$,则矢量 $\overrightarrow{AC}$ 即为

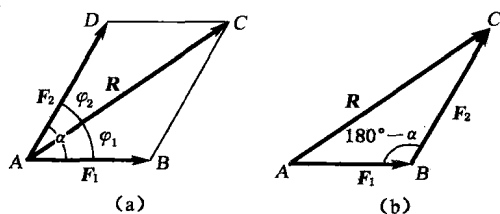


图 1.3

合力 $\mathbf{R}$ 。这种求合力的方法称为力的三角形法则,如图 1.3(b)所示。显然,若改变 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 的相加顺序,其结果不变。

力的平行四边形法则是力系合成的法则,也是力系分解的法则。该法则表明了最简单力系简化的规律,它也是复杂力系简化的基础。

如有多个力在同一平面上作用于同一点(平面汇交力系),则连续应用力的平行四边形法则总能得到该平面汇交力系的合力;而连续应用力的三角形法则,如图 1.4 所示,将 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 首尾相连,形成一条折线,连接首尾两点,即从 F_1 的始端指向 F_4 的末端,可得合力的大小和方向,此法称为力的多边形法则,得到的图形为力多边形。如果最后的力多边形自行封闭,则说明该平面汇交力系为一平衡力系。

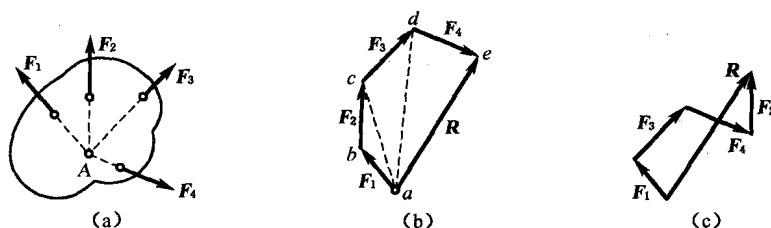


图 1.4

由力的多边形法则求得的合力 R ,其作用点仍为各力的汇交点,而且合力 R 的大小和方向与相加的次序无关。如有 n 个力,求合力的矢量表达式为

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F} \quad (1-2)$$

由于连续利用力的平行四边形法则计算合力比较麻烦,用力的多边形法则计算合力误差较大,实际中常用解析法求合力(详见第二章第一节)。

推论二 三力平衡汇交定理

刚体受三个共面但互不平行的力作用而平衡时,此三力必汇交于一点。

此定理说明了三个共面但互不平行的力平衡的必要条件,而且,当两个力的作用线相交时,可用来确定第三个力的作用线方位。如果刚体同时受三个力作用而平衡且已知有两个力平行时,则可肯定第三个力也与它们平行。

证明 设在刚体上三点 A 、 B 和 C 分别作用有同平面的三个力 F_1 、 F_2 和 F_3 ,其互不平行,且为平衡力系,如图 1.5 所示。根据力的可传递性,将 F_1 和 F_2 移到汇交点 O ,根据力的平行四边形法则,得合力 R ,则力 F_3 与 R 平衡, F_3 与 R 必共线,所以力 F_3 必通过 F_1 与 F_2 的交点 O 。

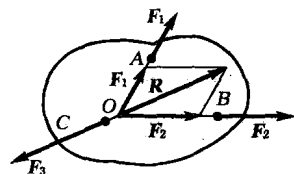


图 1.5

公理四 作用与反作用公理

两物体间的作用力与反作用力,总是大小相等、方向相反、沿同一条直线,分别作用在这两个物体上。

此定律概括了自然界中物体间相互作用关系,表明一切力总是成对出现的,揭示了力的存在形式和力在物体间的传递方式。

特别要注意的是,必须把作用与反作用定律与二力平衡公理严格地区分开来。作用与反作用定律是表明两个物体相互作用的力学性质,而二力平衡公理则说明一个刚体在两个力作用下处于平衡时两力满足的条件。

第二节 力对点之矩

一、力矩的概念

人们从生产实践活动中得知,力不仅能够使物体沿某方向移动,还能够使物体绕某点产生转动。例如人用扳手拧紧螺母时,施于扳手的力 F 使扳手与螺母一起绕转动中心 O 转动。由经验可知,螺母转动效应的大小不仅与 F 的大小和方向有关,而且与转动中心点 O 到 F 作用线的垂直距离有关。因此,在 F 作用线和转动中心点 O 所在的同一平面内,我们将点 O 称为矩心,点 O 到 F 作用线的垂直距离 d 称为力臂,如图 1.6 所示。力使物体绕转动中心的转动效应,就用力 F 的大小与力臂 d 的乘积并冠以适当的正负号来度量。该量称为力对 O 点之矩,简称力矩,记作 $m_O(F)$,即

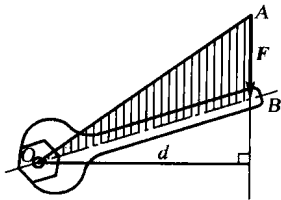


图 1.6

$$m_O(F) = \pm Fd \quad (1-3)$$

式中正负号规定为:若力使物体绕矩心逆时针方向转动时,则力矩为正;反之,力矩为负。力矩的常用单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

由力矩的定义可知:

- (1) 力对点之矩的大小,不仅取决于力的大小,还与力的作用线到矩心的位置有关。
- (2) 力对任意点之矩的大小,不因该力的作用点沿其作用线移动而改变。
- (3) 力的作用线通过矩心时,力矩为零。

二、合力矩定理

设物体上作用有一个平面汇交力系 $F_1, F_2, \dots, F_n$, 其合力为 R 。由于合力与力系等效,因此合力对平面内任意点之矩等于力系中所有分力对同一点之矩的代数和,这就是合力矩定理,用数学公式表示即为

$$m_O(R) = m_O(F_1) + m_O(F_2) + \dots + m_O(F_n) = \sum m_O(F) \quad (1-4)$$

对于有合力的其他形式的力系,在以后各章的研究中会发现,合力矩定理对其他形式的力系同样成立。

当力矩的力臂不易求出时,常将力正交分解为两个易确定力臂的分力,然后应用合力矩定理计算力矩。

例 1-1 试计算图 1.7 中力 F 对 A 点之矩。

解 本题有两种解法。

解法一:由力矩定义计算。

$$m_A(F) = Fd = F(asin\alpha - bcos\alpha)$$

解法二:由合力矩定理计算。

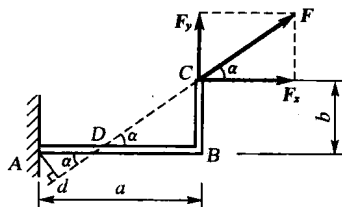


图 1.7

将力 F 在 C 点分解为正交的两个分力,由合力矩定理可得

$$m_A(F) = m_A(F_x) + m_A(F_y) = -F_x b + F_y a = F(a \sin \alpha - b \cos \alpha)$$

本例两种解法结果相同。显然当力臂不易确定时用第二种方法比较简单。

第三节 力 偶

一、力偶与力偶矩

在人们的生活和实践中,经常会见到两个大小相等、方向相反、作用线相互平行但不共线的两个力作用在同一个物体上。例如:司机用两手驾驶汽车时作用在方向盘上的力(见图 1.8(a));工人使用丝锥用双手攻丝时加在丝锥把手上的力(见图 1.8(b))。力学上把这一对等值、反向、不共线的两个平行力称为力偶,用符号 (F, F') 表示。力偶两力作用线之间的垂直距离 d 称为力偶臂,如图 1.9 所示。力偶的两力作用线所决定的作用面称为力偶作用面。力偶使物体转动的方向称为力偶的转向。实践证明,力偶只能使物体转动,力偶对物体的转动效应,可用力偶中的力与力偶臂的乘积再冠以适当的正负号来确定,称为力偶矩,记作 $m(F, F')$ 或简写为 m ,即

$$m(F, F') = m = \pm Fd \quad (1-5)$$

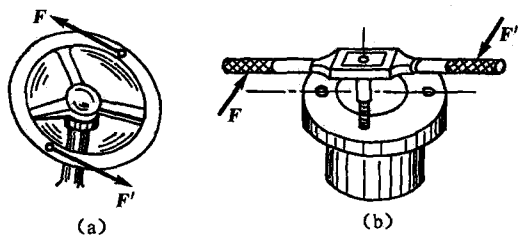


图 1.8

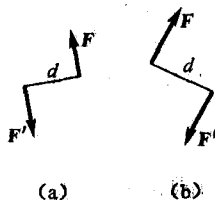


图 1.9

力偶矩与力矩一样是一个代数量。式中的正负号表示力偶的转向,通常规定,力偶的转向为逆时针时取正,反之取负。力偶矩的单位是 $N \cdot m$ 或 $kN \cdot m$ 。

二、力偶的性质

1. 力偶只能使物体转动而不能使物体平动。

力可以使物体产生平动,也可以使物体产生转动。而力偶只能使物体转动而不能使物体平动。

2. 力偶无合力,力偶不能用一个力来代替。

力偶是一个基本力学元素。

力偶在任意轴上投影的代数和为零,故不能合成为一个力,也不能与一个力等效。力偶的这一性质说明了力偶不能与一个力相互平衡,只能与一个力偶平衡。可见,力与力偶是静力学的两个基本要素。

3. 力偶对其作用面上任意点之矩, 恒等于力偶矩, 而与矩心位置无关。

力偶对其作用面内任意点之矩, 恒等于其力偶矩, 而与矩心的位置无关。如图 1.10 所示, 已知力偶 (F, F') 的力偶矩为 $m(F, F') = Fd$, 在力偶作用平面内任取一点 O 为矩心, 设 O 点到力 F 的垂直距离为 x , 则 (F, F') 对 O 之矩的代数和为:

$$\begin{aligned} m_O(F) + m_O(F') &= -Fx + F'(x+d) \\ &= m(F, F') \end{aligned} \quad (1-6)$$

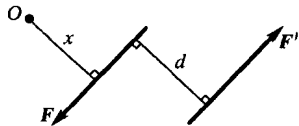


图 1.10

显然, 力偶矩 $m(F, F')$ 与 x 无关, 即与矩心无关。

4. 力偶的等效性: 同一平面内的两个力偶, 如果它们的转向相同, 力偶矩的大小相等, 则两个力偶等效。

推论 1: 只要保持力偶的转向和力偶矩的大小不变, 力偶可以在其作用面内任意转动和移动, 而不改变它对刚体的作用效应。这一性质说明力偶对物体的作用效应与力偶在作用面内的位置无关。

推论 2: 在保持力偶矩大小和转向不变的情况下, 可以任意改变力偶中的力的大小和力偶臂的长短, 而不会改变对物体的转动效应。

根据力偶的等效性, 只要保持力偶矩的大小和转向不变, 可以同时改变力偶中力的大小和力偶臂的长短, 而不会改变力偶对刚体的作用效应。这一性质说明了力偶中的力或力偶臂都不是力偶的特征量, 只有力偶矩才是力偶作用的度量参数。因此, 力偶常用一带箭头的折线(或弧线)来表示, 其中折线(或弧线)所在的平面代表力偶的作用面, 箭头的指向表示力偶的转向, 再标注力偶矩的大小, 如图 1.11 所示。因此我们可以把力偶矩的大小、力偶转向和力偶作用面归结为力偶的三要素, 凡此三要素相同的力偶彼此等效。

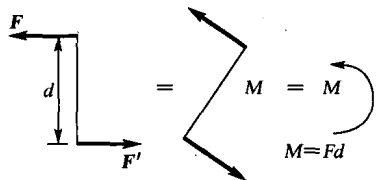


图 1.11

三、力偶系的合成

当两个或两个以上的力偶 $M_1, M_2, \dots, M_n$ 在某平面内对一物体作用时即组成平面力偶系, 记为平面力偶系 $(M_1, M_2, \dots, M_n)$ 。从上面的力偶性质可知, 力偶对刚体只产生转动效应, 且转动效应的大小完全取决于力偶矩的大小和转向, 那么, 力偶系可以简化, 其简化结果也应是一个力偶。力偶系简化所得到的结果称为力偶系的合力偶。可以证明, 合力偶矩的大小等于各个分力偶矩的代数和, 即

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum m \quad (1-7)$$

第四节 约束与约束反力

在实际工程中, 我们所遇到的物体通常分为两种: 一种是不受任何限制, 可向一切方向运动的物体, 称为自由体, 例如飞行的飞机、炮弹、飞鸟等; 另一种是受其他物体的限制, 沿着