

# 医学统计学

于浩 主编

 中国统计出版社  
China Statistics Press

# 医学统计学

主编 于 浩

编者 于 浩 吕 军 陈 峰

赵 杨 姜冬华 荀鹏程

 中国统计出版社  
China Statistics Press

**(京)新登字 041 号**

**图书在版编目(CIP)数据**

医学统计学/于浩主编.

- 北京:中国统计出版社,2004.12

ISBN 7-5037-4531-2

I. 医…

II. 于…

III. 医学统计

IV. R195.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 125270 号

医学统计学

---

作 者/于 浩

责任编辑/张美华

装帧设计/艺编广告

出版发行/中国统计出版社

通信地址/北京市西城区月坛南街 75 号 邮政编码/100826

办公地址/北京市丰台区西三环南路甲 6 号

电 话/(010)63459084、63266600-22500(发行部)

印 刷/河北天普润印刷厂

经 销/新华书店

开 本/787×1092mm 1/18

字 数/200 千字

印 张/12.25

印 数/1-4000 册

版 别/2004 年 12 月第 1 版

版 次/2004 年 12 月河北第 1 次印刷

书 号/ISBN 7-5037-4531-2/R·5

定 价/20.00 元

---

版权所有。未经许可,本书的任何部分不准以任何方式在世界任何地区以任何文字翻印、拷贝、仿制或转载。

中国统计版图书,如有印装错误,本社发行部负责调换。

# 前 言

13-0000-00000-00000-00000-00000-00000

《医学统计学》是医学科学的一个组成部分,是医学院校各专业学生的公共必修课。作为 20 世纪发展最快的学科之一,统计学已经应用到几乎所有的学科领域,医学也不例外。最近的一次调查表明,有 76% 的医学研究论文中运用了统计分析方法,但几乎所有的研究论文都运用了统计学思想。医学统计学已经成为 21 世纪医学科学工作者必须掌握的工具之一。

本书介绍了医学统计学的基本概念和方法。全书共 10 章,第一章是绪论,介绍一些基本概念;第二章介绍统计资料的整理与描述;第三章介绍了统计学中最重要的两个理论分布:正态分布和二项分布,是统计学的基础;第四章以均数的推断为例介绍了统计推断的基本概念、内容和方法,是全书的核心章节;第五、六、八章进一步介绍了不同资料的统计推断方法;第七章介绍了两个变量间线性关系的描述与分析;第九章介绍了研究设计的基本概念和基本方法;第十章是综合分析,旨在通过实例引导读者综合运用所学方法对实际资料进行分析,在书本知识和实际问题之间架起一座桥梁,从而提高解决实际问题的能力,这是本书的特色。本书可供非预防医学专业的学生使用。

现代教育技术手段的不断发展,使得医学统计学的教学方式也发生了巨大的改变。我们开设的《医学统计学》作为在建的精品课程,已经在网上运行了,网络课程中除了课堂所讲述的内容外,还为学有余力的同学提供了大量的进一步学习的素材和参考资料,其中包括一些英文原版教材、名词解释、统计幽默、统计软件操作指导等,还介绍了国内外一些著名的统计学家。教师通过网络布置作业,自动实时批改作业;教师 and 同学们可以在网络课程中自由讨论、交

流,加强了师生的沟通,提高了学习效率,不同层次的同学均可有所收益。

医学统计学中的一些概念比较抽象,所涉及的数理统计学理论也比较复杂,为了使这些概念和理论易于理解,便于接受,我们自行研制开发了《医学统计学中随机现象的计算机模拟系统》,采用计算机随机试验的方式,通过动画、图片和文字,验证统计学中的一些基本定理和抽象理论,将抽象的概念具体化、形象化,复杂的理论简单化、生动化。通过教师在课堂演示和学生自己操作模拟系统,加深对基本概念、基础理论的理解,从而架起了抽象理论与实际现象之间的桥梁。实践证明,这种教学方法提高了教学质量,也激发了同学们的学习兴趣。

本书的编写自始至终得到了南京医科大学公共卫生学院的关心和帮助,得到南京医科大学教材建设委员会的大力支持。柏建岭验算了书中所有实例。作者表示衷心感谢。

由于我们学识水平有限,难免有不妥之处,敬请广大师生提出宝贵意见。

编 者

2004 年秋于南京

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	( 1 )
1.1 引言 .....	( 1 )
1.2 几个基本概念 .....	( 3 )
<b>第二章 统计资料的整理与描述</b> .....	( 10 )
2.1 频数表 .....	( 10 )
2.2 描述集中位置的指标 .....	( 13 )
2.3 描述离散趋势的指标 .....	( 16 )
2.4 分类资料的率和比 .....	( 19 )
复习思考题.....	( 25 )
<b>第三章 正态分布与二项分布</b> .....	( 28 )
3.1 随机变量的概率分布 .....	( 28 )
3.2 正态分布 .....	( 29 )
3.3 二项分布 .....	( 35 )
复习思考题.....	( 40 )
<b>第四章 统计推断基础</b> .....	( 41 )
4.1 抽样误差与标准误 .....	( 41 )
4.2 参数估计 .....	( 47 )
4.3 假设检验的基本思想与步骤 .....	( 51 )
4.4 均数比较的假设检验 .....	( 54 )
4.5 第一类错误和第二类错误 .....	( 60 )
4.6 假设检验时应注意的问题 .....	( 61 )
复习思考题.....	( 65 )
<b>第五章 方差分析</b> .....	( 67 )
5.1 方差分析的基本思想 .....	( 67 )
5.2 完全随机设计资料的方差分析 .....	( 70 )
5.3 随机区组设计的方差分析 .....	( 71 )
5.4 多个样本均数间的两两比较 .....	( 74 )

5.5 方差分析的应用条件 .....	( 76 )
复习思考题 .....	( 79 )
<b>第六章 分类资料的统计推断</b> .....	( 81 )
6.1 率的区间估计 .....	( 81 )
6.2 样本率与总体率比较 .....	( 82 )
6.3 两样本率的比较 .....	( 84 )
6.4 多组率或构成比的比较 .....	( 89 )
6.5 配对两分类资料的假设检验 .....	( 91 )
复习思考题 .....	( 93 )
<b>第七章 直线相关与回归</b> .....	( 95 )
7.1 确定性关系与非确定性关系 .....	( 95 )
7.2 直线相关 .....	( 96 )
7.3 直线回归 .....	( 100 )
7.4 直线相关与回归应用注意事项 .....	( 109 )
复习思考题 .....	( 111 )
<b>第八章 秩和检验</b> .....	( 113 )
8.1 秩次与秩和 .....	( 113 )
8.2 配对设计差值比较的符号秩和检验 .....	( 114 )
8.3 成组设计两样本比较的秩和检验 .....	( 116 )
8.4 成组设计多样本比较的秩和检验 .....	( 119 )
8.5 随机区组设计资料的秩和检验 .....	( 122 )
8.6 多样本资料的两两比较 .....	( 123 )
复习思考题 .....	( 125 )
<b>第九章 研究设计基础</b> .....	( 128 )
9.1 研究设计的意义 .....	( 128 )
9.2 实验研究的特点 .....	( 129 )
9.3 实验研究的基本要素 .....	( 129 )
9.4 实验设计的基本原则 .....	( 132 )
9.5 研究设计的常见类型 .....	( 134 )
9.6 常见的抽样方法 .....	( 137 )
复习思考题 .....	( 140 )
<b>第十章 统计方法的综合运用</b> .....	( 142 )
10.1 统计学设计及统计方法的选择 .....	( 142 )

10.2 基本统计方法选择的流程图	(154)
<b>附录 A 统计用表</b>	(157)
附表 1 标准正态分布曲线下的面积, $\Phi(-u)$ 值	(157)
附表 2 $t$ 界值表	(158)
附表 3 $F$ 界值表(方差分析用)	(159)
附表 4 $F$ 界值表(方差齐性检验用)	(163)
附表 5 $q$ 界值表(Student-Newman-Keuls 法)	(165)
附表 6 $q$ 界值表(Dunnett 法)	(166)
附表 7 百分率的可信区间	(167)
附表 8 $\chi^2$ 界值表	(173)
附表 9 $T$ 界值表(配对比较的符号秩和检验用)	(174)
附表 10 $T$ 界值表(两组比较的秩和检验用)	(175)
附表 11 $H$ 界值表(三组比较的秩和检验 Kruskal-Wallis 法)	(176)
附表 12 $M$ 界值表(配伍组设计的秩和检验 Friedman 法)	(177)
附表 13 随机排列表( $n = 20$ )	(178)
附表 14 随机数字表	(179)
<b>附录 B 英汉医学统计学词汇</b>	(180)
<b>主要参考书目</b>	(188)



# 第一章 绪 论

北京协和医学院 北京协和医学院 北京协和医学院 北京协和医学院 北京协和医学院 北京协和医学院 北京协和医学院 北京协和医学院 北京协和医学院 北京协和医学院

## 1.1 引言

医学科学研究的不断深入推动着医学科学的发展,作为研究和观察的结果,一大堆包藏着万物奥秘的数据(data)“乱七八糟”地呈现在人们面前,科学家借助统计方法(statistical methods)来分析这些数据,从而更好地理解所研究的问题,解释所观察到的现象,并发现其中的规律性。统计学(statistics)已经成为医学科学研究的重要组成部分。

统计学是研究数据的搜集,整理与分析的科学,面对不确定数据作出科学的推断或预测,直至为采取一定的决策和行动提出依据和建议。统计分析就是使数据变成信息,使信息变成知识,从而推动科学进步的一个过程。

医学统计学(medical statistics),是运用统计学原理和方法研究生物医学资料的搜集、整理、分析和推断的一门学科。医学研究的对象主要是人体以及与人体的健康和疾病相关的各种因素。由于影响人体的因素错综复杂,而人体对影响因素的反应又往往各不相同,即个体变异普遍存在,必须运用统计方法透过具有偶然性的现象来探测其规律性。

医学统计学与生物统计学(biostatistics)、卫生统计学(health statistics)是统计学原理和方法在互有联系的不同学科领域中的应用,三者间既有区别,又有交叉,故难以截然划定界限。生物统计学应用于生物学研究,从生物范畴的角度来看,显然比医学统计学的范围更广,其原理和方法一般均可应用于医学研究。医学统计学和卫生统计学均应用于医学研究,而前者侧重于医学的生物性方面,后者侧重于公共卫生学的社会性方面。

### 1.1.1 医学统计学的主要内容

医学研究和统计学的关系日益密切,可以说,几乎没有一个医学科研项目不上统计方法;同时,几乎所有的统计学原理与方法均可在医学研究的应用中找

到直接或间接的用途。根据目前医学生的现状,本书着重介绍以下主要内容:

(1)医学研究统计设计 进行医学科研设计,除应用必要的专业知识外,必须遵循统计学设计的基本原理,对实验的每个环节进行周密设计,目的在于创造一致的对比条件,有效地控制实验误差,以较少的人力、物力和时间以取得较好的效果。详见第九章。

(2)分布理论 是统计学的理论基础,主要用于探讨疾病的统计分布规律,为选择相应的统计分析方法(如假设检验,统计建模,质量控制,疾病监测方法等)提供依据,是制定正常值范围,研究疾病等在空间上、时间上或人群中的分布规律的重要手段。详见第三章。

(3)统计描述 对原始资料进行一般性的描述,以期得到初步的了解和直观印象。如平均水平,离散程度,分布形状等。可用文字、统计指标或统计图表表示。详见第二章。

(4)参数估计与假设检验 是推断统计学的重要组成部分。在大多数医学科研中需要对研究对象的全体(称之为总体)的某些特征参数作出适当的估计。包括均数、百分率等;或对资料是否来自具有某种属性的总体进行检验。常用于新药鉴定,病因分析,理化检验方法和技术水平的考核等。包括  $t$  检验,方差分析,  $\chi^2$  检验,秩和检验等。详见第四、五、六、八章。

(5)相关与回归 主要研究两变量之间的关系,常用于病因学研究,发育或生理功能评价,以及各种预测、趋势分析等。包括线性相关,直线回归。详见第七章。

作者专门安排了“统计方法的综合运用”一章,以帮助同学们正确理解和灵活运用所学医学统计学知识,在书本知识和实际问题之间架起一座桥梁,从而提高分析问题和解决问题的能力。

### 1.1.2 学习医学统计学的目的与要求

医学生学习医学统计学并非要使其成为统计专业人员,其目的在于使大家具备新的推理思维,学会从不确定性和概率的角度去考虑问题;学会结合专业问题合理进行课题设计,通过精细的研究获得可靠、准确的资料;学会正确运用统计方法充分挖掘资料中隐含的信息,并能恰如其分地作出理性概括,写成具有一定学术水平的研究报告或科学论文,提高自身的科研素养。

为此,医药卫生各专业的学生必须学习医学统计学。

### 1.1.3 如何学好医学统计学

统计学的思维是用变异与不确定性,机遇与概率的观点去考虑问题,在齐同

的基础上去比较、分析,依据概率用逻辑推理去作结论,属从个别到一般的归纳推理型思维。这在一定程度上与人们在其它学科学习和日常生活中养成的确定性的、偏于从一般到个别的演绎推理型的思维方法有所不同,初学统计应注意这一点。

统计离不开数字,每个数字都有其实际意义。表面上看起来杂乱无章的数字,其间却隐含着内在的规律。因此不要厌烦数字,应重视原始数据的完整性和准确性,对数据处理持严肃、认真、实事求是的科学态度,严禁伪造和篡改统计数字。

统计亦离不开公式和计算。统计学中的公式都是由实际问题引申出来的,一般都有其实际意义,虽不要求掌握其数学推导,但了解其直观意义、用途和应用条件是必要的,学习时要留心有关解释,并多加思考,这将有助于对公式的理解和正确应用。学习医学统计学还应该多做练习,本书的每一章均配有一定数量的习题,通过做练习,帮助大家学会思考,熟悉概念,学会正确运用统计方法处理实际问题。统计中遇到的计算无非就是加,减,乘,除,平方,开方,对数,指数,再加上查表等,并不复杂,尽管现在有很多统计分析软件包,可以省去繁琐的计算,但如果对统计概念理解不透,统计方法选择不当,对统计分析软件输出的结果亦不会有更深刻的认识和正确的解释。因此,做一些简单的、数据量少的练习是必要的,只有这样才能加深对书本知识的理解,体会出其中滋味。

正确应用统计方法,能帮助我们正确认识客观事物,阐明事物的固有规律,从而把感性认识提升到理性认识。但统计不是万能的,它决不能改变事物的本来面目,把不存在的规律“创造”出来。有些人在进行试验之前没有充分考虑,收集了一些不准确、不可靠或不全面的资料,希望用统计方法来弥补,这是不可能的,统计只能认识规律而不能“创造”规律。

最后必须注意,统计分析手段需要有正确的医学理论作指导,不能将医学问题归结到纯粹的数量问题,否则会归纳出错误的,甚至是荒谬的结论。统计学上所得到的结论都具有概率性,它不能证明什么,但可提高你的分辨能力和判断能力,为科学决策提供依据。

## 1.2 几个基本概念

### 1.2.1 同质

性质相同的事物称为同质(homogeneity)的,否则称为异质的或间杂(heterogeneity)的。观察单位间的同质性是进行研究的前提,也是统计分析的必备

条件,缺乏同质性的观察单位是不能笼统地混在一起进行分析的。如不同年龄组男童的身高不能计算平均数,因为所得结果没有意义。

不同研究中、或同一研究中不同观察指标对观察对象的全质性的要求不同,即全质是相对的。例如,男性身高与女性身高有着本质的差别,因此,在考虑身高这一指标时,不能把不同性别的人混在一起,此时,不同性别表示不同全质;而在研究白细胞计数这一指标时,因性别对该指标影响甚微,故可以把不同性别的人放在一起分析。又如,在某新药的临床试验中,计算有效率的观察病例必须患同一疾病,甚至具有相同的病型、病情、病程等,对全质性的要求是很严格的;而计算不良反应发生率,通常可将不同病种的病例合起来统计,此时对全质性的要求只有一条:按规定服用该新药。

### 1.2.2 变异

宇宙中的事物千差万别,各不相同,即使是全质事物,就某一观察指标来看,各观察单位(亦称个体)之间也有差别,这种全质事物间的差别称为变异(variation)。例如,研究儿童的身体发育,同性别、同年龄儿童的身高,有高有矮,各不相同,称为身高的变异。由于观察单位通常即观察个体,故变异亦称个体变异(individual variation)。变异表现在两个方面,其一,个体与个体间的差别;其二,同一个体重复测量值间的差别。变异是宇宙事物的个性反映,在生物学和医学现象中尤为明显。

变异是由于一种或多种不可控因素(已知的和未知的)以不同程度、不同形式作用于生物体的综合表现。如果我们掌握了所有因素对生物体的作用机制,那么,生物体的某指标之观察值就是可预测的了。有些指标的变异原因已被人们认识,例如,染色体决定了新生儿的性别;有些指标的变异原因已被认识一部分,比如,人的身高受遗传和后天营养的影响,但尚有一部分影响因素是未知的;更多的情况下,影响变异的因素是未知的。就每个观察单位而言,其观察指标的变异是不可预测的,或者说是随机的。观察指标的表述用变量(variable),或称随机变量(random variable)。当观察值的个数达到足够多时,其分布将趋于稳定,并最终服从于总体分布(distribution of population)。

个体变异现象广泛存在于人体及其它生物体,是个性的反映。虽然每个个体的变异表现出一定的随机性和不可预测性,但变异并不等于杂乱无章,指标的变异是有规律的,当所观察的个体数足够多时,观察值的分布将呈现一定的规律性,这是总体的反映。统计学就是探讨变异规律、并运用其规律性进行深入分析的一门学科。可以这么说,没有变异就没有统计学。

### 1.2.3 总体、个体和样本

总体(population)是根据研究目的所确定的同质观察单位的全体;个体(individual)是构成总体的最基本的观察单位;样本(sample)是从总体中随机抽取的部分个体;样本中所包含的个体数称为样本含量(sample size)。

例如,调查某地某年正常成年男子的红细胞数,则观察对象是该地的正常成年男子,全部正常男子构成了研究总体,其同质基础是同一地区,同一年份,同为正常人,同为成年男性。观察单位是该地该年的每一个正常成年男子。今从中抽取了20名,测得其红细胞数,则这是一个样本含量为20的样本。这里的总体只包括(确定的时间、空间范围内)有限个观察单位,称为有限总体(finite population)。有时总体是假想的,如研究某种辅助疗法对肾移植病人生存时间的影响,这里总体的同质基础是同为肾移植病人,同用某种辅助疗法,总体包括设想用该辅助疗法的所有肾移植病人,是没有时间和空间概念的,因而观察单位是无限的,称为无限总体(infinite population)。

医学研究中的总体很多是无限总体,要直接研究总体是不可能的。即使是有限总体,如果包含的观察单位过多,也要花费大量的人力、物力、财力,有时也是不可能的和不必要的。如检查乙肝疫苗的合格率,不可能将所有的疫苗打开逐一检查。所以实际工作中总是从总体中随机抽取一定含量的样本,目的是根据样本所提供的信息推断总体的特征,这是统计推断的根本内容。

### 1.2.4 随机

随机(random)即机会均等,是为了保证样本对总体的代表性、可靠性,使各对比组间在大量不可控制的非处理因素的分布方面尽量保持均衡一致,而采取的一种统计学措施。随机包含三个方面:

(1) 抽样随机。每一个符合条件的实验对象参加实验的机会相同,即总体中每个个体有相同的会被抽到样本中来。抽样随机是保证所得到的样本具有代表性,以使研究所得结论具有普遍意义。

(2) 分组随机。每个实验对象分配到不同处理组的机会相同。分组随机是保证各处理组间实验对象尽可能均衡一致,以提高各组间的可比性。

(3) 实验顺序随机。每个实验对象先后接受处理的机会相同;实验顺序的随机就是平衡实验顺序对观察结果的可能影响。

随机是实验设计中必须遵循的基本原则之一,在实验对象的抽样、分组、实施过程中均应遵循随机化原则。随机化方法很多,普通用的抽签法或掷骰子法

就是最原始、最简单的随机化方法。在科学实验中随机化是通过计算机产生的随机数(random number)实现的。详见第九章。

### 1.2.5 变量的分类

统计分析最基本的是变量,即观察对象个体的特征或测量的结果。由于个体的特征或指标存在个体差异,观察结果在测量前不能准确预测,故称为随机变量(random variable),简称为变量(variable)。变量的取值称为变量值或观察值(observation)。

例如,以人为单位,调查某地某年新生儿,“性别”变量的观察结果有男和女;“体重”变量的观察结果有大有小;“身长”变量的观察结果有长有短;“是否畸形”变量的观察结果有正常、可疑、畸形;“血型”变量的观察结果有A、B、O、AB型;“母亲年龄”变量的观察结果亦有大有小;“母亲曾生胎次”变量的观察结果可取0,1,2……;“母亲文化程度”变量的观察结果有文盲、小学、初中、高中、大学,等。以上可见,变量的取值可以是定量的,亦可以是定性的。按变量的取值之特性,可将变量分为数值变量和分类变量,不同类型的变量应采用不同的统计分析方法。

(1)数值变量(numerical variable) 或称定量变量,其取值是定量的,表现为数值大小,一般有度量衡单位,亦称计量资料。上述体重、身长、母亲年龄、胎次均属数值变量。常用第四、五章的统计分析方法。

(2)分类变量(categorical variable) 或称定性变量,其取值是定性的,表现为互不相容的类别或属性,有两种情况:

1) 无序分类(unordered categories)。包括①二项分类。如上述“性别”变量。表现为互相对立的两种结果。②多项分类。如上述“血型”变量。表现为互不相容的多类结果。常用第六章的统计分析方法。

2) 有序分类(ordered categories)。各类之间有程度上的差别,或等级顺序关系,有“半定量”的意义,亦称等级变量。如上述“是否畸形”变量和“母亲文化程度”变量。常用第八章的统计分析方法。

根据分析需要,数值变量可以转化为有序分类变量,有序分类变量可以转化为无序分类变量。如上述“体重”变量属数值变量,如按体重小于2500g为低体重儿,大于2500g为正常儿,则“体重”变量转化为二项分类变量。但需注意这种转换可能损失部分信息。

### 1.2.6 统计量与参数

由样本所算出的统计指标或特征值称为统计量(statistic)。例如,为了解健康成年男子每升血液中的白细胞数,对一群健康成年男子进行检测,由所得的一系列数值算出一个算术均数(样本均数)是一个统计量;反映该组数据的变异程度的标准差亦是一统计量。又如,为研究某种畸形的发生率,观察了某年某地出生的所有新生儿,根据该畸形的发生数及新生儿总数求得的畸形发生率是一个统计量。从这些统计量可以估计相应的总体均数、总体标准差、总体率等。这些总体的统计指标或特征值称为参数(parameter)。

总体参数是事物本身固有的,不变的。而统计量则随着试验的不同而不同,但统计量的分布是有规律的,这种规律是统计推断的理论基础。详见第四章。

### 1.2.7 抽样误差

由于总体中每个个体存在着变异,因此从同一总体中随机抽取若干个个体所组成的样本,其统计量如样本均数,样本标准差或样本率等,与相应的总体参数一般不会恰好相等。如从某地 1992 年 7 岁男童的总体中随机抽取含量为 120 的样本,算得其平均身高(统计量)为 119.41cm,这个数不一定恰好等于该地 7 岁男童的总体均数(参数)。又如,从某地随机抽取 500 人,查出 HBsAg 阳性率为 10.2%(统计量),这个数不一定恰好等于该地人群中 HBsAg 的阳性率(参数)。这种样本的统计指标(统计量)与总体的统计指标(参数)的差别称为抽样误差(sampling error)。

由于生物体的变异总是客观存在的,因而抽样误差是不可避免的,但抽样误差的规律是可以被认识的,因而是可以控制的。“统计推断”就是运用抽样误差的规律性对总体的某些特征进行估计和推断。

一般来说,样本含量愈大,抽样误差就愈小,用样本推断总体的精确度就愈高。当样本无限接近总体时,抽样误差就会逐渐消失。

### 1.2.8 频率与概率

在  $n$  次随机试验中,事件  $A$  发生了  $m$  次,则比值:

$$f = \frac{m}{n} = \frac{A \text{ 发生的试验次数}}{\text{试验的总次数}} \quad (1.1)$$

称为事件  $A$  在这  $n$  次试验中出现的频率(relative frequency)。 $m$  称为事件

$A$  出现的频数(frequency)。频率常用小数或百分数表示,显然有: $0 \leq f \leq 1$ 。医学上通常所说的发病率,患病率,病死率,治愈率等都是频率。

如检查某药品的合格率,其结果如下:

表 1.1 某药抽样次品率随抽样次数变化情况

抽出样品数 $n$ :	50	100	600	1500	6000	9000	18000
次品数 $m$ :	0	2	7	19	56	93	176
次品率(%) $f$ :	0	2	1.17	1.27	0.93	1.03	0.98

从表 1.1 可以看到,抽到次品数的多少具有偶然性,但随着抽样的大量进行,抽取的样品数逐渐增加,次品率  $f$  将愈来愈接近常数 1%。

实践表明,在重复试验中,事件  $A$  的频率,随着试验次数的不断增加将愈来愈接近一个常数  $p$ ,频率的这一特性称为频率的稳定性。

频率的稳定性充分说明随机事件出现的可能是事物本身固有的一种客观属性,因而是可以被认识和度量的。这个常数  $p$  就称为事件  $A$  出现的概率(probability),记作  $P(A)$  或  $P$ 。这一定义称为概率的统计定义。它是事件  $A$  发生的可能性大小的一个度量。容易看出,频率为一变量,是样本统计量,而概率为常数,是一总体参数。实践中,当试验次数足够多时,可以近似地将频率作为概率的一个估计。

显然,概率  $P$  有如下性质:

$$0 \leq P \leq 1 \quad (1.2)$$

常以小数或百分数表示。事件  $A$  出现的概率愈接近于 0,表示  $A$  出现的可能性愈小;愈接近于 1,表示出现的可能性愈大。 $P(A)=0$  表示  $A$  为不可能事件,即  $A$  不可能发生; $P(A)=1$  表示  $A$  为必然事件,即  $A$  必然要发生。

按概率的统计定义,为了确定一个随机事件的概率,就得进行大量重复试验。但有些情况下,可以根据事物本身的性质直接计算某事件的概率。例如,抛掷一枚质地均匀的硬币,因只有两种可能,且“出现正面”和“出现反面”的机会相等,各占一半,因此,事件  $A$ (出现正面)的概率为 0.5。

又如,掷一颗骰子,设骰子是一均匀的六面体,分别标有 1 到 6,因掷一次只能出现其中一面,各点出现的可能性相同,所以在一次试验中出现“6 点”的概率为  $1/6$ ,而出现“1 点或 6 点”的概率为  $2/6$ 。

设某种随机现象具有如下特征:① 所有可能的结果只有有限个,记为  $A_1, A_2, \dots, A_N$ ,它们出现的机会均等(等可能性);② 在任一次试验中  $A_1, A_2, \dots,$



$A_N$ 至少出现其中一种(完备性);③ 在任一次试验中  $A_1, A_2, \dots, A_N$  只能出现其中一种(互不相容性)。则在一次试验中  $A_i$  出现的概率为  $1/N$ , 出现  $A_1$  或  $A_2$  或...或  $A_M$  的概率为  $M/N$ 。这一定义称为概率的古典定义。

无论采用何种定义, 概率的意义不变, 即概率是描述随机事件发生的可能性大小的统计指标。

### 1.2.9 小概率事件及小概率原理

若某事件的发生概率很小, 则称该事件为小概率事件。不同研究问题对小概率的要求不同, 医学研究中, 将概率小于等于 0.05 或 0.01 者称为小概率事件。这种小概率事件虽不是不可能事件, 但一般认为小概率事件在一次试验中是不会发生的, 这就是小概率原理。小概率原理是统计推断的一条重要原理。详见第四章。