统计

数值分析

〔日〕高桥磐郎　出居　茂
小林竜一　小柳芳雄　著

工科数学丛书

5

辽宁人民出版社

工科数学丛书之五

统计 数值分析

〔日〕 高桥磐郎 出居 茂 小林竜一 小柳芳雄 著

潘德惠 关颖男 译

赵惠元 熊民旦 校

辽宁人民出版社

1981年·沈阳

责任编辑：薛　强
封面设计：广　凯

内 容 提 要

这本《统计、数值分析》主要有概率论基础、样本、回归分析、方差分析与试验设计、函数计算、线性计算诸方面的内容。适宜于高等学校作为这部分课程的辅助教材，可供理工科院校师生以及工程技术人员学习与参考。

工科数学丛书之五

统计　数值分析

〔日〕高桥磐郎　出居　茂　小林竜一　小柳芳雄　著

潘德惠　关颖男　译

赵惠元　熊民旦　校

*

辽宁人民出版社出版
（沈阳市南京街6段1里2号）
辽宁省新华书店发行
沈阳新华印刷厂印刷

*

开本：850×1168 $\frac{1}{32}$　印张：$6\frac{3}{4}$
字数：239,000　印数：1—19,200
1981年6月第1版　1981年6月第1次印刷
统一书号：7090·99　定价：1.25 元

译 者 的 话

这套丛书译自日本庆应大学教授田岛一郎和东京大学名誉教授近藤次郎主编的《工科の数学》。全书共分五册：《微分、积分》《线性代数、向量分析》《微分方程、傅里叶分析》《复变函数》和《统计、数值分析》。该丛书逻辑清晰、结构严谨，取材广泛，内容新颖；每册编有相应的习题集，并与基础部分紧密结合。该丛书当前在日本国内各工科大学已被广为采用，并深受读者欢迎。

为适应我国工科院校广大师生与有关人员的学习需要，特将此书全部译出。由于水平有限，误译之处在所难免，恳切地希望读者提出批评指正。

参加本丛书翻译的有：王运达、潘德惠、刘俊山、于溶波、傅文章、关颖男等同志。总校：赵惠元教授和熊民旦同志。在翻译过程中，党恺谦和田永成同志做了部分工作，在此谨致谢意。

一九八〇年五月

目　　录

第一章　概率论基础

所谓概率，是研究不确定事件发生的“确定程度”的一个概念。为此我们首先要着眼于学习描述什么样的事件。

概率这个词平时常用到它，但在没有把它作为一个数学分支处理以前，使用它还不能说有一个明确的概念。不按照系统地建立起的理论体系来重新看待每一个现实对象，是无法应用的。

工程专业方面应用概率的重要性，已经是不必解释的常识了。特别是在质量控制、可靠性等分支里，把伴有随机变动的现象作为直接研究的对象。

避免不了随机变动的生产问题，或者产品性能问题，都是工程里不可以忽视的，必须进一步解决的问题。

第一章作为试图解决这些问题的第一步，叙述了建立随机思想的基本概念以及它们的数量化问题。

1·1　样本空间·事件

1·1·1　事件　某试验结果一切可能发生的情况的总体叫做样本空间，用 S 来表示。样本空间是每个发生结果——叫做 S 的元素——的集。

将这些元素写成 E_1, E_2, …, E_n时[1]，因 S 是以此为元素

1) 暂时设S是由有限个元素构成的。1·3·3中再把S 扩充到无限个元素。

的集，故可写成

$$S=\{E_1,\ E_2,\ \cdots,\ E_n\}. \tag{1}$$

例 1 在掷一次骰子的试验里，规定

$$E_i=\text{出现 } i \text{ 点},\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ 6$$

则

$$S=\{E_1,\ E_2,\ \cdots,\ E_6\} \tag{2}$$

例 2 5 个试样检验用通过、不通过的尺度来检查。规定

$$E_i=5\text{ 个中间有 } i \text{ 个通过},\quad i=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,5$$

则

$$S=\{E_0,\ E_1,\ E_2,\ \cdots,\ E_5\} \tag{3}$$

S 的子集叫事件。例 1 中“出现偶数点”的事件就是子集 $\{E_2,\ E_4,\ E_6\}$，例 2 中“3 个以上通过”的事件是子集 $\{E_3,\ E_4,\ E_5\}$。

S 的元素本身也可以说成是事件（基本事件）。例如例 1 中“出现 6 点”的事件可考虑成仅由元素 E_6 构成的子集。

一个试验的样本空间不能说是唯一的。例如例 1 中令

$$F_1=\text{出现奇数点},\ F_2=\text{出现偶数点}$$

时，则有

$$S=\{F_1,\ F_2\} \tag{4}$$

但 F_1 实际上是例 1 中（2）式的 $\{E_1,\ E_3,\ E_5\}$，F_2 是 $\{E_2,\ E_4,\ E_6\}$。这样，（4）式是从（2）推导出的表达形式。这种情况，可以说（2）式是比（4）式更为基本的表达形式。

构成样本空间的集的元素是什么，什么样的子集能定为事件等，要在解决问题时，对该问题用适当的标准来考虑。这些技巧要从例题和习题求解中学到。

1·1·2 事件的运算 事件与事件之间规定有和，积，非三种运算。二事件进行这些运算的结果，仍是一个事件。

设 A、B、C 等表示事件。以上运算的定义如下。

事件之和：或是事件A发生，或是事件B发生的事件（事件A与事件B同时发生的情形也在内）。

事件之积：事件A与B同时发生的事件。

事件之非：事件A未发生。

事件之非，即事件A未发生是指属于样本空间S，但不属于事件A的事件发生了.

如下规定和、积、非的运算符号。

事件之和：$A\cup B$

事件之积。$A\cap B$

事件之非：A^c [1]

例 3　在掷一次骰子的试验中，样本空间S由（2）式确定。此时事件 A, B 是

$$A = \text{偶数点发生}$$

$$B = 4\text{以上的点数发生}$$

时，它们的和，积，非分别由如下元素构成。

$$A\cup B=\{E_2,\ E_4,\ E_5,\ E_6\}$$

$$A\cap B=\{E_4,\ E_6\}$$

$$A^c=\{E_1,\ E_3,\ E_5\}$$

$$B^c=\{E_1,\ E_2,\ E_3\}$$

问题 1　事件 A、B 如下定义。

$$A = \text{甲去学校}$$

$$B = \text{乙去学校}$$

此时，（1）$A\cup B$，（2）$A\cap B$，（3）$A^c\cap B^c$分别表示什么事件.

问题 2　事件A、B 如下定义。

$$A = \text{开关}A\text{发生故障}$$

---

1) A右上方的c表示余事件（complement）的字头。也有写成 A_c 的。A^c 表示 S 中不属于 A 的点对应的事件，写成 $S-A$ 也行。因此，如不定义样本空间S，则无法明确地定义 A^c。

B = 开关 B 是正常的

此时，（1）$A^c\cup B$，（2）$A\cap B$，（3）$A^c\cap B$ 分别表示什么事件.

问题 3　事件 A、B 如下定义.

A = 机器正常

B = 操纵设备正常

此时，试用以上运算符号表示事件“机器正常但认为操纵设备反常”.

对于和、积、非三种运算有以下八个关系式成立.

〔1〕　$A\cup B=B\cup A$

〔2〕　$(A^c)^c=A$

〔3〕　$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

〔4〕　$A\cap B=(A^c\cup B^c)^c$，或由〔2〕$(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$

〔5〕　$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

〔6〕　$A\cap A^c=\phi$ [1]

〔7〕　$A\cap S=A$

〔8〕　$A\cup\phi=A$

对于这些关系，还可以补充以下的关系.

〔9〕　$A\cap B=B\cap A$

〔10〕　$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

〔11〕　$A\cup B=(A^c\cap B^c)^c$，或 $(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$

〔12〕　$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

〔13〕　$A\cup A^c=S$

〔14〕　$A\cup S=S$

〔15〕　$A\cap\phi=\phi$

〔9〕～〔15〕这些关系是将〔1〕～〔8〕（除去〔2〕）的关系中的$\cup$换成$\cap$，$\cap$换成$\cup$得到的.

1）ϕ 表示空事件（不可能事件），即样本空间中没有与它对应的元素的事件.

例如关系〔9〕中

左边由〔4〕与〔1〕得 $A\cap B=(B^c\cup A^c)^c$

右边由〔4〕）得 $B\cap A=(B^c\cup A^c)^c$

所以得到 $A\cap B=B\cap A$ 〔9〕

因而有了〔1〕与〔4〕也可以不要〔9〕.

以上诸关系是作为事件运算的基本关系列出的．此外还可以推导出各种各样的关系．例如

由〔5〕可得 $A\cup(A\cap A^c)=(A\cup A)\cap(A\cup A^c)$

由〔6〕、〔13〕得 $A\cup\phi=(A\cup A)\cap S$

由〔8〕得到 $A\cup\phi=A$

由〔7〕得到 $(A\cup A)\cap S=A\cup A$

由〔9〕，〔13〕得 $A\cup A=A$

等等.

问题 4 问题 1 的事件中补加一个事件

C = 丙去学校

时，下边的事件中去学校的有几个人？

（1）$A\cap(B\cup C)$ （2）$A\cup(B\cup C)$ （3）$(A\cup B)^c\cup C$

问题 5 问题 2 的事件中补加一个事件

C = 开关 C 发生故障

时，设所考虑这套设备的 A，B，C 三个开关中有两个或两个以上正常工作，则这套设备就能运转．以下哪一个情况设备能正常运转？

（1）$A^c\cap(B\cap C^c)$ （2）$A^c\cup(B\cap C)$ （3）$A\cap(B^c\cup C^c)$

问题 6 问题 3 的事件中补加事件

C = 操纵使用正确

时，试用事件及运算的符号表达“操纵设备与机器都不正常，但操纵使用正确”的事件.

问题 7 证明以下关系式成立.

（1）$A\cup B=[A-(A\cap B)]\cup B$

（2） $(A\cup B)^c\cap C=A^c\cap B^c\cap C$

1·1·3　不相容事件　A、B 二事件有

$$A\cap B=\phi$$

的关系时，称 A 与 B 是不相容事件．换句话说，是样本空间中没有包含两个事件对应子集的共同元素的情形。

例 4　样本空间 S 表示成（2）．事件 A，B 是

$$A=\text{出现偶数点}$$
$$B=\text{出现奇数点}$$

时，$A\cap B=\phi$，所以 A 与 B 是不相容的．事实上

$$A=\{E_2,\ E_4,\ E_6\}$$
$$B=\{E_1,\ E_3,\ E_5\}$$

样本空间中没有包含 A,B 的共同元素．

问题 8　从装有 3 个红球 4 个黑球的罐子里依次任意取出二球，令三个事件是

A = 第一次取出红球，第二次是黑球

B = 两次取出同样颜色的球

C = 两次都是红球

A 与 B，A 与 C，B 与 C 中哪两个是不相容的？

1·1·4　事件的分枝图示　有100圆与50圆两枚日本硬币，从中取一个掷出，H 表示出现正面，T 表示背面．$(100,H)$ 表示取100圆硬币掷出正面的事件，则此试验的样本空间是

$$S=\{(100,\ H),\ (100,\ T),\ (50,H),\ (50,\ T)\}$$

这可表示如图1·1.

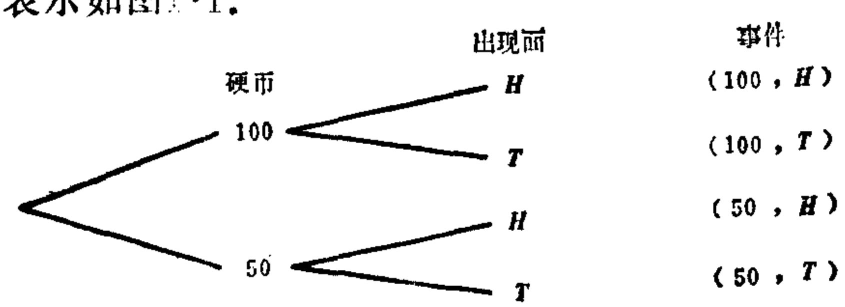

图 1·1

象这种将样本空间用分枝图表示出来，叫作事件的分枝图示。

例 5 有两个罐，第一个里装 4 个红球 (R)，2 个白球 (W)。第二个罐里装 R 1 个、W 3 个。开始先任取一个罐，再从中依次取两个球，这种试验的样本空间的分枝图示如图 1·2。

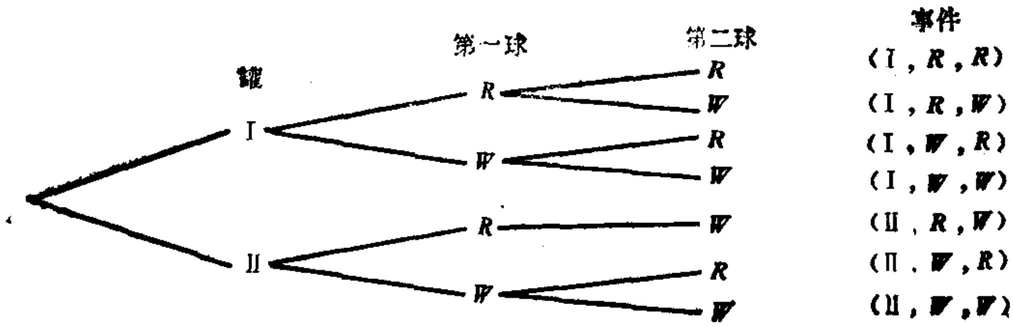

图 1·2

习 题 1·1

1. 某人衣袋中装100圆、50圆、10圆，5圆（日圆）硬币各一枚。写出他连取两枚硬币时，产生的样本空间。

2. 1 中衣袋内装的硬币是100圆2枚，50圆，10圆各 1 枚，5圆 2 枚时，样本空间如何？

3. 1中取出的2枚硬币掷出后，正面、背面分别记为H、T，样本空间的点当掷100圆出正面时记成（100，H），试写出样本空间的一切点。

4. 掷红蓝两个骰子的试验的样本空间中

事件A= 两个点数和在 9 以上

事件B= 至少有一个骰子点数为 6

时，说明 $A\cup B$，$A\cap B$ 都是由多少点数的情况构成的？

5. 就 4 中两个事件，说明事件间关系〔1〕到〔15〕成立。

6. 掷一枚硬币，到连续出现两次同一面就停止，又到连续 5 次出现同一面就停止时，各写出样本空间。

7. 掷一枚骰子，进行到连续出现两次同一点数时停止，又到连续

6 次出现同一点数时停止。写出各个样本空间。

1·2 概　　率

1·2·1 **概率** 设样本空间 S 是

$$S=\{E_1,\ E_2,\ \cdots,\ E_n\},$$

由 n 个元素构成。考虑这 n 个元素中任一个发生的**可能性都相同的情形**（或称等可能的情形）。

我们关心的事件 A 由 S 中的 m 个（$m\leqslant n$）个元素构成时，A 的**概率**（或者 A 发生的概率）定为

$$p_r(A)=\frac{m}{n}, \qquad (1)$$ [1)]

$p_r(A)$ 表示 A 的概率。

由此定义可知，由 n 个等可能发生的元素构成 S 时，事件 A 的非 A^c 的概率是

$$P_r(A^c)=\frac{n-m}{n}=1-P_r(A) \qquad (2)$$

例 1 随机数骰子是在正20面体每个面上适当地标上0,1,2,…,9中的一个，每个数字各标在两个面上。这10个数字各有 $\frac{1}{10}$ 的出现概率。

例 2 随机数骰子中规定事件

$$A=\{0,\ 2,\ 4,\ 6\}$$

即出现这 4 个点数之一的事件，则 $P_r(A)=\frac{4}{10}$。

例 3 从装有 A 公司制造的 4 个半导体收音机，B 公司制造的 3 个半导体收音机的箱子里，随手取两个半导体收音机

1) p_r 是概率 Probability 的头两个字母。

时，求两个都是A公司制造的概率。

【解】 从全部$4+3=7$个中取两个的组合数是C_7^2[1]$=\frac{7\times 6}{2\times 1}=21$。两个都是$A$公司制造的组合数为$C_4^2=\frac{4\times 3}{2\times 1}=6$。21种组合都是等可能的，$n=21$。两个都是$A$公司制造的事件是其中的6种。故所求的概率为$\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$。

象这样确定概率值，当样本空间S由等可能发生的基本事件构成时是可以的，但许多试验不一定有这样的条件。

现在试考虑一下明天的天气。样本空间是

$$S=\{F,\ F^c\}$$

由两个元素构成，它们的意义是

$$F=\text{是晴天},\qquad F^c=\text{不是晴天}$$

然而，能说这两个事件有等可能性吗？确是$n=2$，对应晴天的事件是F，$m=1$，但由此就确定

$$P_r(F)=\frac{1}{2}$$

是不行的。因为F与F^c二者不能说是等可能的。

关于天气而言，今天晴，晚霞也很美。看一下天气图，气压分布没有变动的趋势，属高气压范围。预报也如此。于是$P_r(F)$应该接近于1。其次反过来，今天的雨时下时停，天气图上不连续线满粘在一起不动。天气预报是雨，于是$P_r(F)$将近于0。如果天气易变，什么判断也作不出来，晴否各占一半，于是可取$P_r(F)=\frac{1}{2}$了。这不是由于有F与F^c两种情况，而是由于二者哪一方都有同样的可能性。所以在保证不了有等

1）C_n^m表示从n个中物体取m的组合个数，有时也用$\binom{n}{m}$或${}_nC_m$表示。——译者