

GAOZHONG SHUXUE BIAOZHUNHUA XUNLIAN

高中数学 标准化训练

安徽教育出版社



GAOZHONGSHUXUEBIAOZHUNHUAXUNLIAN

高中数学

标准化训练

安徽教育出版社

高中数学标准化训练

安徽教育出版社出版

(合肥市金寨路283号)

安徽省新华书店发行 安徽新华印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/32 印张：11.5 字数：267,000

1989年7月第1版 1991年1月第2次印刷

印数：11,001—21,000

中国标准书号 ISBN 7-5336-0522-5/G·1003

定价：3.60元

目 录

第 1 篇 代 数

第 1 章 函数

第 1 课 集合	1
第 2 课 映射与函数	3
第 3 课 函数的性质	6
第 4 课 一次函数, 二次函数和幂函数	9
第 5 课 指数函数, 对数函数	11
第 6 课 函数的图象	14
第 7 课 函数的值域、最大(小)值	17
单元练习	19

第 2 章 复数

第 1 课 复数的基本概念	23
第 2 课 复数的三角形式	24
第 3 课 复数的运算	26
第 4 课 复数的范围	28
第 5 课 复数综合题	31
单元练习	32

第 3 章 不等式

第 1 课 不等式的性质	36
第 2 课 不等式的解法(一)	38
第 3 课 不等式的解法(二)	41
第 4 课 不等式的证明(一)	43
第 5 课 不等式的证明(二)	44
第 6 课 不等式的应用	46
单元练习	48

第4章 数列、数学归纳法	51
第1课 数列的基础知识.....	51
第2课 等差数列.....	54
第3课 等比数列.....	56
第4课 数列综合题.....	59
第5课 数列求和.....	62
第6课 简单的递推数列.....	65
第7课 数列极限.....	68
第8课 无穷递缩等比数列求和.....	70
第9课 归纳与数学归纳法.....	73
单元练习.....	77
第5章 排列、组合与二项式定理	80
第1课 两个基本知识.....	80
第2课 排列.....	81
第3课 组合.....	82
第4课 排列组合问题.....	84
第5课 二项式定理.....	85
第6课 二项式系数的性质.....	88
第7课 二项式定理的应用.....	89
单元练习.....	90
代数综合练习.....	92

第2篇 三角

第1章 三角函数	96
第1课 任意角的三角函数.....	96
第2课 同角三角函数的关系.....	100
第3课 三角函数的性质.....	103
第4课 三角函数的图象.....	106
单元练习.....	110

第2章 两角和与差的三角函数	112
第1课 三角函数式的求值	112
第2课 三角函数式的化简	114
第3课 三角恒等式的证明	117
第4课 三角条件等式的证明	119
第5课 三角不等式和最值	122
单元练习	125
第3章 反三角函数和简单三角方程	129
第1课 反三角函数的定义、性质和图象	129
第2课 反三角函数的运算	132
第3课 简单三角方程	135
单元练习	139
第4章 解三角形	143
三角综合练习	147

第3篇 立体几何

第1章 直线与平面	150
第1课 平面	150
第2课 异面直线	152
第3课 异面直线所成的角及异面直线间的距离	154
第4课 直线、平面的垂直与平行的位置关系	157
第5课 直线与平面所成的角及三垂线定理	159
第6课 平面与平面平行	161
第7课 平面与平面垂直	164
第8课 二面角及其平面角	166
单元练习	168
第2章 多面体与旋转体	173
第1课 棱柱	173
第2课 棱锥与棱台	175

第3课	圆柱	178
第4课	圆锥与圆台	181
第5课	球	184
第6课	截面	186
第7课	组合体	189
第8课	综合是非题与填空题	191
第9课	多重选择题	193
	单元练习	196
	立体几何综合练习	199

第4篇 解析几何

第1章	直线	203
第1课	有向线段、两点间的距离	203
第2课	线段的定比分点	204
第3课	直线方程	205
第4课	点与直线的位置关系和直线与直线相关	207
第5课	直线与直线平行与相交	209
	单元练习	211
第2章	圆锥曲线	214
第1课	曲线与方程	214
第2课	充要条件	215
第3课	圆的标准方程	216
第4课	直线与圆的位置关系	218
第5课	圆的一般方程	219
第6课	椭圆(一)	220
第7课	椭圆(二)	222
第8课	双曲线(一)	224
第9课	双曲线(二)	225
第10课	抛物线(一)	226

第11课	抛物线(二)	228
第12课	二次曲线	230
第13课	坐标平移	232
第14课	轨迹	233
	单元练习	235
第3章	参数方程、极坐标	238
第1课	曲线的参数方程	238
第2课	参数方程与普通方程	240
第3课	参数方程和普通方程互化	242
第4课	圆的渐开线	244
第5课	极坐标	245
第6课	曲线的极坐标方程	246
第7课	圆锥曲线统一的极坐标方程	248
第8课	极坐标和直角坐标互化	249
第9课	等速螺线	250
	单元练习	252
	解析几何综合练习	254
	综合训练1	257
	综合训练2	261
	综合训练3	263
	综合训练4	267
	综合训练5	270
	综合训练6	275
	综合训练7	278

答案与提示

第1篇	代数	281
第1章	函数	281
第2章	复数	288

第3章	不等式	295
第4章	数列, 数学归纳法	303
第5章	排列、组合与二项式定理	307
	代数综合练习	310
第2篇	三角	310
第1章	三角函数	310
第2章	两角和与两角差的三角函数	312
第3章	反三角函数和三角方程	322
	三角综合练习	327
第3篇	立体几何	329
第1章	直线与平面	329
第2章	多面体与旋转体	331
	立体几何综合练习	334
第4篇	解析几何	334
第1章	直线	334
第2章	圆锥曲线	336
第3章	参数方程, 极坐标	339
	解析几何综合练习	347
	综合训练1	348
	综合训练2	352
	综合训练3	352
	综合训练4	353
	综合训练5	354
	综合训练6	357
	综合训练7	358

第一篇 代数

第1章 函 数

目的要求：使学生进一步理解集合与映射的概念，加深对函数有关概念与性质的理解，熟练掌握一次函数、二次函数、幂函数、指数函数、对数函数的概念、图象和性质，能解简单的指数方程、对数方程。

第1课 集 合

1. 选择题(将唯一正确答案的代号填在括号内)：

(1) 不等式 $(x+1)^2 < 0$ 的解集是()。

(A) $\{x|x=0\}$; (B) 0 ;

(C) \emptyset ; (D) $\{\emptyset\}$ 。

(2) 下列命题中正确的是()。

(A) 无限集的子集是有限集;

(B) 采用“代表元素”的方法来描述一个集合，其表示形式是唯一的;

(C) 集合 \emptyset 与集合 $\{\emptyset\}$ 表示同一集合;

(D) 集合 $\{0\}$ 与集合 $\{\emptyset\}$ 都是单元素集。

(3) 已知 $M = \{x|x=2k+1, k \in Z\}$, $N = \{y|y=4n \pm 1, n \in Z\}$, 则 M 、 N 之间的关系是()。

- (A) $M \subset N$; (B) $M \supset N$;
 (C) $M = N$; (D) 以上都不对.

(4) 设集合 $A = \{(x, y) | (x-1)^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y)$

$|\frac{y}{x} \cdot \frac{y}{x-2} = -1\}$, 则 A 与 B 的关系是().

- (A) $A = B$; (B) $A \supset B$;
 (C) $A \subset B$; (D) $A \cap B = \emptyset$.

(5) 满足关系 $\{1\} \subseteq B \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 B 的个数是().

- (A) 5; (B) 6; (C) 7; (D) 8.

(6) 设 $M = \{1, 2, (m^2 - 3m - 1) + (m^2 - 5m - 6)i\}$, $N = \{-1, 3\}$, $M \cap N = \{3\}$, 则 m 的值一定是().

- (A) -1 或 4; (B) -1 或 6;
 (C) -1; (D) 4.

(7) 设 $I = \mathbb{R}$, $A = \{x | \sqrt{x-1} < 2\}$, 则 \bar{A} 为().

- (A) $\{x | \sqrt{x-1} \geq 2\}$; (B) $\{x | x < 1 \text{ 或 } x \geq 5\}$;
 (C) $\{x | x \leq 5\}$; (D) $\{x | x \leq 1\}$.

(8) 设 M, N 均为非空集合, 那么 $M \cap N = M$ 是 $M = N$ 的().

- (A) 必要条件; (B) 充分条件;
 (C) 充要条件; (D) 以上都不对.

(9) 设 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, 则 A 与 B 的关系是().

- (A) $B \subseteq A$; (B) $A \subseteq B$;
 (C) $B \in A$; (D) $A \in B$.

2. 填空题:

(1) 集合 A 中有 n 个元素, $B \subseteq A$, 则集合 B 的个数为_____.

(2) 设 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, 实数 a 的值为_____.

(3) 若 $M = \{x, xy, \lg(xy)\}$, $N = \{0, |x|, y\}$, 且 $M = N$, 则实数对 (x, y) 为_____.

3. 设 $A = \{x | x^2 - 9 < 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2x - 3 \geq 0\}$, $I = R$. 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cup \overline{B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cap \overline{B}}$, $\overline{A \cap \overline{B}}$.

4. 设全集 $I = \{x | x \text{ 是不大于 } 20 \text{ 的质数}\}$, 且 $A \cap \overline{B} = \{3, 5\}$, $\overline{A} \cap B = \{7, 19\}$, $\overline{A} \cap \overline{B} = \{2, 17\}$. 求集合 A, B .

5. 如果 $M = \{x | x = a^2 + 1, a \in N\}$, $P = \{y | y = b^2 - 4b + 5, b \in N\}$, 求证: $M \subseteq P$.

6. 某班参加数学、物理课外活动小组的共有22人, 其中参加数学小组的有16人, 参加物理小组的有14人. 问同时参加数学、参理小组的有几人?

第2课 映射与函数

1. 判断下列命题是否正确(若命题正确, 在括号内记“ \checkmark ”, 否则在括号内记“ \times ”):

(1) 已知 $A = \{\text{平面 } M \text{ 内的三角形}\}$, $B = \{\text{平面 } M \text{ 内的圆}\}$, 那么对应“ f : 作三角形的外接圆”是 A 到 B 的映射.()

(2) 函数 $y = 2x (x \in N)$ 的图象是一条直线.()

(3) 如果表达式 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 的图象关于 $y = x$ 对称, 那么它们互为反函数.()

2. 选择题(将唯一正确答案的代号填在括号内):

(1) 下列对应中, 为 A 到 B 的映射是().

(A) $A = \{\text{空间四点}\}$, $B = \{\text{四面体}\}$;

f : 以空间四点为顶点作四面体;

(B) $A = \mathbb{R}$, $B = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

f : $x \rightarrow x^{-1}$;

(C) $A = [0, \pi)$, $B = [0, 1]$;

f : $x \rightarrow \sin x$;

(D) $A = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, $B = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$;

f : $x \rightarrow \frac{2}{3}x$.

(2) 对应法则 " f : $x \rightarrow y = x^2$, 使集合 A 的元素对应于集合 B 的元素, 那么 f 是 A 到 B 的一一映射是 ().

(A) $A = \mathbb{R}$, $B = \mathbb{R}$; (B) $A = \mathbb{R}$, $B = \overline{\mathbb{R}^-}$;

(C) $A = \mathbb{R}^+$, $B = \mathbb{R}$; (D) $A = \overline{\mathbb{R}^-}$, $B = \overline{\mathbb{R}^-}$.

(3) 函数 $y = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$ 的定义域是 ().

(A) $\{x | x > 0\}$; (B) $\{x | x < 0\}$;

(C) $\{x | x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$;

(D) $\{x | x \neq 0 \text{ 且 } x \neq -1, x \in \mathbb{R}\}$.

(4) 已知 $f(x) = 2|x| + 3$, $g(x) = 4x - 5$, 若 $f[p(x)] = g(x)$, 则 $p(3)$ 的值为 ().

(A) 2; (B) ± 2 ; (C) -2;

(D) 以上都不对.

(5) 下列各组函数中, 表示同一函数的是 ().

(A) $y = x$ 与 $y = |x|$; (B) $y = x$ 与 $\frac{y}{x} = 1$;

(C) $y = \lg x^2$ 与 $y = 2 \lg x$; (D) $y = 2^x$ 与 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$.

(6) 下列各组函数中, 表示同一函数的是 ().

(A) $f(x) = 1$ 与 $g(x) = x^0$; (B) $f(x) = x$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$;

$$(C) f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in (-1, 0) \\ x-1 & x \in (0, 1) \end{cases} \text{ 与 } g(x) = f^{-1}(x);$$

$$(D) f(x) = \pi - \arcsin x \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$g(x) = \frac{\pi}{2} + \arcsin x \quad (0 \leq x \leq 1).$$

(7) 函数 $y = (0.2)^{-x} + 1$ 的反函数是().

(A) $y = \log_5 x + 1$; (B) $y = \log_5 5$;

(C) $y = \log_5(x+1)$; (D) $y = \log_5(x-1)$.

(8) 已知函数 $f(x) = \frac{ax+b}{x}$, 若 $f(x) = f^{-1}(x)$, 必须满足条件().

(A) $a=0, b \neq 0$; (B) $a \neq 0, b=0$;

(C) $a \neq 0, b \neq 0$; (D) $a=1, b=0$.

(9) 若点(1, 2)在函数 $y = \sqrt{ax+b}$ 的图象上, 又在它的反函数的图象上, 则数列(a, b)为().

(A) (-3, 7); (B) (-3, -7);

(C) (3, -7); (D) 不存在.

(10) 函数 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $x \in (-\infty, 0)$ 的反函数是().

(A) $y = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$; (B) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$;

(C) $y = \ln(x \pm \sqrt{x^2 - 1})$; (D) 不存在.

(11) 已知 $f(x) = 3x - 2$, 则 $f^{-1}[f(x)]$ 等于().

(A) $\frac{x+8}{9}$; (B) $9x-8$; (C) x ; (D) $\frac{1}{9x-8}$.

3. 填空题:

(1) 如果 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{1-x}$, 则 $f(x) =$ _____.

(2) 已知 $f(e^x) = x^2 - 3$, 则 $f(x) =$ _____.

(3) 若一次函数 $f(x)$ 满足 $f[f(x)] = 2x + 1$, 则 $f(x) =$ _____.

(4) 函数 $y = e^x + 1 (x \in R)$ 的反函数为 _____.

(5) 函数 $y = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x^3 & (x < 0) \end{cases}$ 的反函数是 _____.

4. 已知 $A = \{1, 2, 3, k\}$, $B = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$, 且 $a, k \in N$, $x \in A, y \in B$, “ $f: x \rightarrow y = 3x + 1$ ” 是 A 到 B 上的一个函数. 求 a, k, A, B .

5.

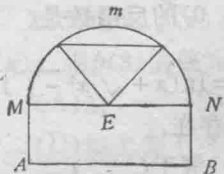
(1) 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $[a, b]$, 且 $b > -a > 0$. 求函数 $g(x) = f(x) - f(-x)$ 的定义域.

(2) 已知 $f(x)$ 的定义域为 $(0, 1]$, 求函数 $\phi(x) = f(x+a) - f(x-a)$ ($a \leq 0$) 的定义域.

6. 已知 $f(x) = \frac{1}{2}(x + |x|)$, $g(x) = \begin{cases} x & (x \leq 0) \\ x^2 & (x > 0) \end{cases}$. 求 $f[f(x)]$,

$f[g(x)]$, $g[f(x)]$, $g[g(x)]$.

7. $ABCD$ 为一连接在一起的长方形和半圆, $AB = 2, BC = \frac{1}{2}$, $\triangle EMN$ 的顶点 E 始终位于 DC 的中



点, $MN \parallel AB$.

(1) $\triangle EMN$ 的面积表示为某个变量的函数是 _____.

(2) $\triangle EMN$ 的面积的最大值是 _____.

第 3 课 函数的性质

1. 选择题 (将唯一正确答案的代号填在括号内):

(1) 在下列函数中, 偶函数是().

(A) $y=x^3$; (B) $y=x^2+\frac{1}{x}$;

(C) $y=x\sin x$; (D) $y=x\cos x$.

(2) 若 $F(x)=f(x)-\frac{1}{f(x)}$, 且 $x=\lg f(x)$, 则函数 $F(x)$ 是

().

(A) 奇函数; (B) 偶函数;

(C) 非奇非偶函数; (D) 不能确定;

(3) 设函数 $f(x)=x^2$, $(-1 < x \leq 2)$, 那么函数 $f(x)$ 是

().

(A) 奇函数; (B) 偶函数;

(C) 既不是奇函数, 又不是偶函数;

(D) 既是奇函数, 又是偶函数.

(4) 下列函数中, 既是奇函数, 又是偶函数的是().

(A) $f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}$;

(B) $f(x)=\sqrt{x^2-1}+\sqrt{1-x^2}$;

(C) $f(x)=5 (x \in R)$; (D) 不存在.

(5) 已知 $f(x)=ax^5+bsinx+3$ (a, b 为常数), 且 $f(4)=8$, 则 $f(-4)$ 的值是().

(A) 8; (B) -8; (C) +2; (D) -2.

(6) 偶函数 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上单调递增, 则有().

(A) $f(-\pi) < f(\log_2 \frac{1}{8})$; (B) $f(-\pi) = f(\log_2 \frac{1}{8})$;

(C) $f(-\pi) > f(\log_2 \frac{1}{8})$; (D) 不能断定大小.

(7) 若 $f(x)$ 是以 4 为周期的奇函数, 且 $f(-1)=a (a \neq 0)$,

则 $f(5)$ 的值等于().

(A)5; (B) $-a$; (C) a ; (D) $1-a$.

(8) 若 $x=a$ 是函数 $f(x)$ 的一条对称轴, 则有().

(A) $f(x)=f(2a-x)$; (B) $f(x)=f(-x)$;

(C) $f(x)=f(a+x)$; (D) $f(x)=f(x-a)$.

(9) 对任何实数 x , 函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(2+x)$, 若方程 $f(x)=0$ 有四个不等的实数根, 这四个根的和为().

(A)2; (B)4; (C) -2 或 -4 ; (D)8.

2. 已知 $f(x)=\ln\frac{1-x}{1+x}$ ($x\in(-1, 1)$) 判断:

(1) $f(x)$ 的奇偶性;

(2) $f(x)$ 的单调性.

3. 试讨论函数 $f(x)=\frac{ax}{x^2-1}$ ($-1 < x < 1$) 的单调性.

4. 已知 $a > 0, a \neq 1$, $f(x)$ 是奇函数, 且 $g(x)=(a-1)f(x)$.

$\left(\frac{1}{a^x-1} + \frac{1}{2}\right)$.

(1) 判断 $g(x)$ 的奇偶性;

(2) 证明若 $xf(x) > 0$, 则 $g(x) > 0$.

5. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 内递减且满足 $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$. 则 a 的范围是_____.

6. 设 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 内的增函数, 且 $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$.

(1) 求证: $f(1) = 0$;

(2) 如果 $f(3) = 1$, 不等式 $f(x) - f\left(\frac{1}{x-5}\right) \geq 2x$ 的取值范围是_____.