北京市中学课本

数学

第七册

北京市中学课本

数　学

第七册

北京市教育局教材编写组编

*

北京人民出版社出版

北京市新华书店发行

北京印刷一厂印刷

*

1972年1月第1版　1974年1月第3版第1次印刷

书号：K7071·60　定价：0.18元

毛 主 席 语 录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

学生也是这样，以学为主，兼学别样，即不但学文，也要学工、学农、学军，也要批判资产阶级。学制要缩短，教育要革命，资产阶级知识分子统治我们学校的现象，再也不能继续下去了。

说　　明

彻底改革旧教材，编写无产阶级新教材，是无产阶级教育革命的重要组成部分。在毛主席教育革命思想的指引下，在本市广大工农兵、革命师生和有关单位的大力支持和帮助下，我们编写了这册教材，供本市中学四年级上学期使用。由于我们对伟大领袖毛主席的教育革命思想理解不深，教材中一定会有不少缺点和错误，望广大工农兵和革命师生批评指正。

北京市教育局教材编写组

一九七三年九月

目　录

补充教材

第十四章　函数和它的图象

补充教材

一　二元二次方程组

1. 二元二次方程组

例　解放前，某铁工厂工人每人每天冲刀片135盒．后来资本家为了更多地剥削工人，每天延长工作时间3小时，每小时还要多冲刀片一盒，这样，工人每天要冲刀片180盒．问延长工作时间后，工人每天要劳动多少小时？每小时冲刀片多少盒？

设延长工作时间后，工人每天劳动x小时，每小时冲刀片y盒，根据题意，得方程组

$$\begin{cases}(x-3)(y-1)=135,\\ xy=180.\end{cases}$$

整理后，得

$$\begin{cases}xy-x-3y=132,\\ xy=180.\end{cases}$$

这个方程组中的两个方程都含有两个未知数，并且含有未知数的项的最高次数是二次，我们把这种含

有两个未知数，并且含有未知数的项的最高次数是二次的方程叫做二元二次方程．例如，$x^2+y^2=4$，$xy=6$，$y=x^2+x-2$，$2x^2+3xy-x-2y-1=0$ 等都是二元二次方程．

由一个二元一次方程和一个二元二次方程，或是由两个二元二次方程组成的方程组，叫做二元二次方程组．例如，方程组

$$\begin{cases}2x+y=3,\\x^2+xy-2x+y=1;\end{cases}\quad\begin{cases}xy=6,\\x^2+y^2=1\end{cases}$$

等都是二元二次方程组．

2．二元二次方程组的解法

由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组，都可以用代入法来解．

例 1 解方程组：

$$\begin{cases}x+y=3, & (1)\\x^2-2y^2-2x=3. & (2)\end{cases}$$

解：由(1)，得

$$y=3-x. \qquad (3)$$

把(3)代入(2)，得

$$x^2-2(3-x)^2-2x=3.$$

整理后，得

$$x^2-10x+21=0.$$

解这个方程，得

$$x_1=3, \quad x_2=7.$$

分别代入(3)，得

$$y_1=0, \quad y_2=-4.$$

所以原方程组的解是

$$\begin{cases}x_1=3,\\ y_1=0;\end{cases} \quad \begin{cases}x_2=7,\\ y_2=-4.\end{cases}$$

要检验所得结果是不是原方程组的解，可以把求得的结果代入原方程组进行检验.

例2 解方程组:

$$\begin{cases}x+2y=1, & (1)\\ x^2+xy+2y^2-3y=5. & (2)\end{cases}$$

解：由(1)，得

$$x=1-2y. \qquad (3)$$

把(3)代入(2)，得

$$(1-2y)^2+(1-2y)y+2y^2-3y=5.$$

化简后，得

$$2y^2-3y-2=0.$$

解这个方程，得

$$y_1=2, \ y_2=-\frac{1}{2}.$$

分别代入(3)，得

$$x_1=-3, \quad x_2=2.$$

$$\therefore\quad \begin{cases}x_1=-3,\\ y_1=2;\end{cases}\quad \begin{cases}x_2=2,\\ y_2=-\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

和解二元一次方程组一样，这种方程组也是通过“代入”消去一个未知数，把“二元”转化为“一元”来求解的．但是应该注意，把一次方程变形后代入二次方程，求得一个未知数的值后，再求另一个未知数的值时，必须代入原来的一次方程或变形后的一次方程．

由两个二元二次方程组成的方程组，在消去一个未知数以后，一般要得出一个一元四次方程．例如，方程组

$$\begin{cases}y=x^2,\\ x=y^2-1.\end{cases}$$

消去 y，就得出一个四次方程

$$x^4-x-1=0.$$

这个方程我们现在还不会解．

但是，有些特殊情形的二元二次方程组可以化成我们会解的方程组．

例3 解方程组：

$$\begin{cases}xy-x-3y=132, & (1)\\ xy=180. & (2)\end{cases}$$

这个方程组是根据前一节的问题布列的．它的特

点是: 从两个方程里可以消去二次项 xy.

解: 把(2)代入(1)并化简, 得

$$-x-3y+48=0,$$

就是

$$x=-3y+48. \tag{3}$$

把(3)代入(2)并化简, 得

$$y^2-16y+60=0.$$

解这个方程, 得

$$y_1=10,\quad y_2=6.$$

分别代入(3), 得

$$x_1=18,\quad x_2=30.$$

$$\therefore\quad \begin{cases}x_1=18,\\ y_1=10;\end{cases}\quad \begin{cases}x_2=30,\\ y_2=6.\end{cases}$$

这就解决了前面的问题, 即资本家延长工人工作时间后, 工人每天劳动 18 小时, 每小时冲刀片 10 盒(显然, 上面方程组的第二组解是不合题意的).

例 4 解方程组:

$$\begin{cases}2x^2+y^2+2x-3=0, & (1)\\ y^2=3x. & (2)\end{cases}$$

这个方程组的特点是: 从两个方程里可以消去含有未知数 y 的项.

解: 把(2)代入(1), 得

$$2x^2+3x+2x-3=0,$$

就是 $$2x^2+5x-3=0.$$

解这个方程，得

$$x=\frac{1}{2},\quad x=-3.$$

把 $x=\frac{1}{2}$ 代入(2)，得

$$y^2=\frac{3}{2}.$$

$$\therefore\quad y=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

把 $x=-3$ 代入(2)，得

$$y^2=-9.$$

这个方程没有实数解.

所以原方程组的解是:

$$\begin{cases}x_1=\dfrac{1}{2},\\[2ex] y_1=\dfrac{\sqrt{6}}{2};\end{cases}\qquad \begin{cases}x_2=\dfrac{1}{2},\\[2ex] y_2=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}.\end{cases}$$

练　习

1. 解下列方程组:

(1) $\begin{cases}x=y+5,\\ x^2+y^2=13;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x+y=7,\\ xy=10;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x^2+y^2=6x,\\ x+2y=0;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}x-2y=1,\\ x^2-4y^2-5=0;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}x^2+2xy+3y^2-48x+4y-4=0,\\3x+y=2;\end{cases}$

(6) $\begin{cases}(x-1)(y-1)=2,\\\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{4}=1;\end{cases}$　　(7) $\begin{cases}3x+2y=7,\\x+y+xy=5.\end{cases}$

2. k 等于什么值时，方程组

$$\begin{cases}x^2+y^2=16,\\x-y=k\end{cases}$$

有相等的两组实数解？

3. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}x^2+y^2=5,\\y^2=4x;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x+xy=24,\\x^2-x+xy=32;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2x^2+y^2=3,\\x^2+y^2+2x=4;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}x^2+y^2=5,\\x^2-y^2=3.\end{cases}$

4. 互相垂直的两个力的合力是 10 公斤．已知第一个力比第二个力大 2 公斤，求这两个力．

5. 在一块长方形地里种玉米，过去只种 320 株．贫下中农遵照“农业八字宪法”进行合理密植，每行多种 4 株，并增种 1 行，因而种了 420 株．问合理密植后有多少行？每行种多少株？

6. 一个瓦工小组砌一道砖墙，原计划在一定日期里砌砖 20000 块，实际操作 2 天后，由于改进了技术，结果每天比原计划多砌砖 2000 块，因此提前一天完成．原计划每天砌砖多少块？

7. 一班工人应当在15天内完成一批零件的定货，如果工人多4人，每人每天多做1个零件，那么完成这批定货只要12天；如果工人少4人，每人每天多做6个零件，那么仍旧可以在原来的规定日期完成这批定货. 这班工人原有多少人？原来每人每天做多少个零件？

二 不 等 式

我们以前研究的量多是一些具有相等关系的量，而在现实生活中却大量地存在着不等关系的量. 因此，我们需要研究量与量之间不等关系的一种表达形式——不等式.

1. 不等式

我们已经学过用不等号“$>$”或“$<$”来表示两个数a、b的大小关系，例如，把a比b大这种情况表示为

$$a>b \qquad 或者 \qquad b<a.$$

象这样，把两个代数式用不等号连结起来所成的式子，叫做不等式. 例如

$$5>3,\ x-2>5,\ \frac{x}{4}<-1,\ \frac{2x-7}{x-5}\leqslant 0,\ a^2-1\geqslant 0$$

等等，都是不等式. 符号“$\leqslant$”、“$\geqslant$”分别读做“小于或等于”、“大于或等于”，意思是“不大于”、“不小于”.

2. 不等式的性质

下面我们学习不等式的几个重要性质，以便掌握

它的规律，并应用这些规律解决有关的问题.

(1) 不等式的两边都加上(或者都减去)同一个数或者同一个整式，所得的不等式仍能成立.

例如，不等式 $6>2$

的两边都加上 4，得 $10>6$，

仍能成立.

又如，不等式 $-8<-2$

的两边都减去 4(就是加上 -4)，得

$$-12<-6,$$

仍能成立.

一般地，如果 $a>b$，那么

$$a+c>b+c.$$

根据性质(1)，如果 $a+b>c$，那么

$$a+b+(-b)>c+(-b),$$

即 $a>c-b$.

也就是说，不等式中任何一项都可以改变符号后，由不等式的一边移到另一边. 例如，$x-5>2$，移项得 $x>2+5$. 即 $x>7$.

(2) 不等式的两边都乘以(或者都除以)同一个正数，所得的不等式仍能成立.

例如，不等式 $6>2$

的两边都乘以3，得 $18>6$，

仍能成立.

又如，不等式 $\qquad -8<-2$

的两边都除以 2 $\left(\text{就是乘以}\frac{1}{2}\right)$，得

$$-4<-1,$$

仍能成立.

一般地，如果 $a>b$, $c>0$, 那么

$$ac>bc.$$

(3) 不等式的两边都乘以(或者都除以)同一个负数，并且把不等号改成相反的不等号，所得不等式仍能成立.

例如，不等式 $\qquad 6>2$

的两边都乘以 -3，并且把不等号改成相反的不等号，

得 $$-18<-6,$$

仍能成立.

又如，不等式 $\qquad -8<-2$

的两边都除以 -2 $\left(\text{就是乘以}-\frac{1}{2}\right)$，并且把不等号改成相反的不等号，得

$$4>1,$$

仍能成立.

一般地，如果 $a>b$, $c<0$, 那么

$$ac<bc.$$

练　习

1. 用不等号“>”或“<”连结下列各题中的两个式子:

(1) 8 和 -6;　　(2) -8 和 -6;

(3) -8 和 6;　　(4) $|8|$ 和 $|6|$;

(5) $|-8|$ 和 $|-6|$;　　(6) -8 和 $|-6|$.

2. 根据下列数量关系列出不等式:

(1) x 的 3 倍减去 2 大于 1;

(2) a 的 2 倍与 5 的和是负数;

(3) a 的 $\frac{2}{3}$ 与 1 的和是正数;

(4) 8 与 x 的和的一半不大于 10.

3. 利用不等式的性质,作下列各题:

(1) $7<8$, 两边都加上 9;

(2) $7<8$, 两边都加上 -9;

(3) $5>2$, 两边都乘以 6;

(4) $5>2$, 两边都乘以 -6;

(5) $-3>-4$, 两边都除以 -1;

(6) $-8<0$, 两边都除以 8.

4. 已知 $a>b$, 用不等号连结下列两式:

(1) $a+5$ 和 $b+5$;　　(2) $a-b$ 和 0;

(3) $-5a$ 和 $-5b$;　　(4) $-\frac{a}{3}$ 和 $-\frac{b}{3}$.

5. 在下列各题的横线上，应当用什么不等号连结，才能使式子成立？并且说明是根据不等式的哪一个性质.

(1) 如果 $a+2>3$,　　那么 a____1;