



新教材

◎ XINJIAOCAI WANQUANJIEDU ◎

完全解读

新课标·人A

与...步
重点难点详尽解读

数学

高中（选修1-1）

主 编：赵权忠
本册主编：陈晓丽 杨淑娟 王春楠

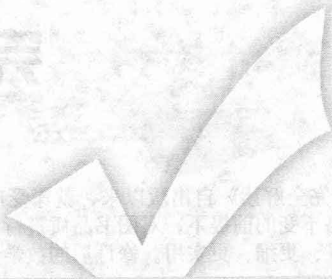
吉林人民出版社





虎头教育集团

新教材



XINJIAOCAIWANQUANJIEDU

完全解读

与最新教材完全同步
重点难点详尽解读

数

·人A

修1-1)

主 编：赵权忠
 本册主编：陈晓丽 杨淑娟 王春楠
 副主编：陈 婷
 编 者：史永健 张宇华 姜 萍 苑志利 隋旭东
 李 冰 李建志



吉林人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

新教材完全解读:人教A版·高中数学·1-1:选修/赵权忠主编. —长春:吉林人民出版社, 2007. 7

ISBN 978 - 7 - 206 - 05352- 8

I. 新… II. 赵… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 0125620 号

策 划:吉林人民出版社综合编辑部策划室

执行策划:罗明珠 田艳波

新教材完全解读·高中数学选修 1-1 新课标(人 A)

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街 7548 号 邮政编码:130022)

网址:www.zigengguoji.com 电话:0431-85202911

主 编 赵权忠 本册主编 陈晓丽 杨淑娟 王春楠

责任编辑 张长平 王胜利 封面设计 魏 晋 薛雯丹

责任校对 史菁菁 姜 涛 版式设计 邢 程

印刷:北京市梓耕印刷有限公司

开本:880×1230 1/32

印张:34 字数:1000 千字

标准书号:ISBN 978 - 7 - 206 - 05352 - 8

2010 年 6 月第 2 版 2010 年 6 月第 1 次印刷

全套定价:63.20 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。联系电话:(010)89579201
图书质量反馈电话:(0431)85202911 售书热线:(010)85710890

新教材·完全解读

亮点展示

《新教材完全解读》自出版以来，就深受广大师生的好评，一直畅销全国。今年在保持总体风格不变的前提下，对图书品质进行了精心的打造和全面的提升，使其真正达到更新、更准、更细、更实用。修订后的数学学科具有七大亮点——

亮点 1 完全与教材同步，核心知识深入解读。

完全与教材同步，以每个知识点为讲解元素，结合【知识拓展】、【探究交流】、【规律方法小结】等栏目设计，突破重点，化解难点，诠释疑点，核心解读，精、准、全、透。

教材解读 **精华要义**

● **解读教材知识点** **知识点1 普查** 重点：理解

为…特定目的而对所有考察对象所做的全面调查叫做普查。

● **提炼规律，总结方法** **知识拓展** (1)普查是通过调查研究总体中的每一个个…

规律方法小结 (1)抽样调查的对象必须具有代表性。(2)普查对…

想一想：下列几个抽样调查方法是否合适？请说明理由。

(1)查得本班同学中一项任务，用抽样调查的方法统计全班同学…

● **深化知识的内涵和外延**

● **开拓视野，拓展思维**

亮点 2 例题归类全面精准，规律方法及时总结。

紧扣教材知识，按照考查点准确归类，精准解读典型例题，透彻分析解题思路，适时总结规律方法，优化解题思维，培养创新意识，提升实践能力。

典例剖析 **触类旁通**

考查点1：对基本概念的理解及应用

例1 在下列调查中，哪些是普查？哪些是抽样调查？请说明该种调查方式是…

分析 (1)调查方式的区分依定义比较简便。普查是对全体对象进行考察的…

【解题策略】 判断是普查还是抽样调查，首先要对普查、抽样调查的特点非常清楚…

【规律·方法】 进行抽样调查时，所抽取的样本要满足以下两点：一要有代表性…

亮点 3 化解疑难易错，警示思维误区。

全面解析学习过程中的易错点、疑难点，明确思路转折点，释疑解惑，纠错反思，弥补疏漏，使学习效果日臻完善。

易错疑难辨析 **纠错释疑**

易错点 不能正确选择调查方式

【易错点辨析】 对普查与抽样调查的意义及特点分辨不清，不能深入地理解…

例1 为了统计我国各旅游景点在一年中旅游人数随季节的变化情况…

【分析】 产生错解的原因是写一元二次方程的各项系数时，没有将…

【规律·方法】 选择抽样方法的标准是：先判断总体中个体有无差异…

亮点 4 把握高考命题动向，体现地域化考试特点。

明确高考重点、难点、热点问题，科学预测命题趋势，配合各版本教材的不同特点，精选各地高考名题，突显区域化的考试特点，并进行细致入微的讲解和点评，运筹帷幄，决胜千里，提高应试能力。

高考解读

点击高考

④ 高考命题总结与展望

随机选取数据是抽样的一种，其中需要避免主观与客观因素的干……

④ 高考真题解读与预测

例 1 (08·广东) 某班 45 名学生的体重记录如下。(单位: 千克)
48, 48, 42, 50, 61, 44, 43, 51, 46, 46, 51, 46, 50, 45, 52.

亮点 5 教材课后习题，答案全解全析。

与教材同步，跟教学配合，全面解读教材习题，析讲结合，详略得当，启发多角度思维，精准点拨解题思路，具有很强的针对性、实用性。

习题全解

课本习题

>>> 练习

1. 解: 抽样调查就是通过从总体中抽取一部分个体进行调查, 借以获得对总体特性的了解, 所以如何抽取样本, 直接关系到对总体估计的准确程度. 抽样时, 要……

亮点 6 系统整合知识，突破热点专题。

在细致讲练的基础上，归纳、总结出综合性、创新性、能力性更强的问题、方法、题型，以专题的形式专项讲解，拓展突破。

④ 专题总结及应用

专题 1 三种抽样方法的比较

【专题解读】 简单随机抽样、系统抽样、分层抽样的比较如……

例 1 ①某社区有 500 个家庭, 其中高收入家庭 125 户, 中等收入……

【分析】 产生误解 1 的原因是写一元二次方程的各项系数时, 没有讲……

【思维方法】 选择抽样方法的标准是, 先判断总体中个体有无差异……

亮点 7 体现资料性、趣味性，开拓视野。

每节内容均采用了集知识性和趣味性于一体的材料揭示主题，提出问题，使知识形象化，促进理解，引起思考，配合【趣味数学】栏目的设置，使学习更有趣、更主动、更轻松。

趣味数学

当心样本欺骗了你

1936年, 美国进行总统选举, 参加竞选的有民主党的罗斯福和共和党的兰登, 罗斯福是在任总统。

美国权威的《文学摘要》杂志社, 为了预测总统候选人谁能当选, 采用了大规模的模拟选举, 他们以电话簿上的地址和俱乐部成员名单上的地址发出了1000万封信, 收到回信200万封, 在调查史上, 样本容量这么大是少见的……





梓耕品质 用成绩体现

《尖子生学案》

教你如何成为尖子生

★本书是讲解类辅导书，对教材知识体系高度整合，多维解读。对教材中基础知识、重难点、易错易混点，结合典型题、中(高)考原题、改编题、探究题、原创题等题型进行精准解读。对教材中的小资料、数据、图片、提示等小栏目内容进行隐性知识的挖掘，使学生全面完整地吃透教材。

★本书含有教材课后习题解答，并设有随堂练习和单元测试，便于学生课后检测，是学习的好帮手。

★本书对于中等生、一般学生，都能在学习中通过自主探究→储备基础；研读教材→掌握知识；高效解题→提升能力；巧做笔记→学会技巧；学法突破→总结规律；思维拓展→开阔视野，实现学习技能、方法、习惯的全面完善，使其成为尖子生。

《点对点·讲与练双向激活》

一点一讲一练 练就考试成绩
一题一解一点 点拨成功智慧

✓本书按课堂反馈、课后提高、自主探究三个层次设置习题，同步到每课(节)，细化到课时，是一本非常适合进课堂的辅导书。

✓本书以练为主，双栏对照，点对点讲解，在练习过程中全面落实知识点、能力点，解决了学生只知道概念、公式、定理，而不会做题的问题。

✓本书紧扣课标，以开放性、探究性为突破口，选取了典型题、创新题、实践应用题、时事热点题等鲜活题型，让您练有所得，习有所成。

✓本书为优等生、中等生、一般生的学习提供了差异化的训练方案。答案单独装订，全解全析，便于老师统一指导及家长课后辅导。



《零失误》

中学教材·全面讲解
中学教材·分层训练
刷新学习概念，升级思维方式
零失误学习，最低成本的超越之道

讲练：教材重点、知识盲点、中(高)考热点、解题弱点、解题速度、解题准确率
点拨：疑难点、易错点、易混点、规律方法
考评：基础题全做对、中档题不丢分、拔高题多得分、易错题少丢分、考试得满分



目录

CONTENTS

第一章 常用逻辑用语

本章视点 1

1.1 命题及其关系

1.2 充分条件与必要条件

新课导读 2

教材解读 2

典例剖析 5

易错疑难辨析 12

高考解读 12

课堂小结 14

习题全解 14

自我评价 16

1.3 简单的逻辑联结词

新课导读 18

教材解读 18

典例剖析 20

易错疑难辨析 23

高考解读 24

课堂小结 25

习题全解 25

自我评价 25

1.4 全称量词与存在量词

新课导读 27

教材解读 28

典例剖析 29

易错疑难辨析 31

高考解读 32

课堂小结 33

习题全解 34

自我评价 35

章末总结 37

本章综合评价 41

第二章 圆锥曲线与方程

本章视点 46

2.1 椭圆

2.1.1 椭圆及其标准方程

新课导读 47

教材解读 47

典例剖析 49

易错疑难辨析 57

高考解读 58

课堂小结 61

习题全解 62

自我评价 62

2.1.2 椭圆的简单几何性质

新课导读 65

教材解读 65

典例剖析 66

易错疑难辨析 72

高考解读 72

课堂小结 77

习题全解 78

自我评价 80

2.2 双曲线

2.2.1 双曲线及其标准方程

新课导读 82

教材解读 83

典例剖析 84

易错疑难辨析 88

高考解读 89

课堂小结 93

习题全解 93

自我评价 94

2.2.2 双曲线的简单几何性质

新课导读	95
教材解读	96
典例剖析	97
易错疑难辨析	104
高考解读	104
课堂小结	107
习题全解	108
自我评价	109

2.3 抛物线

2.3.1 抛物线及其标准方程

新课导读	111
教材解读	112
典例剖析	113
易错疑难辨析	118
高考解读	119
课堂小结	123
习题全解	124
自我评价	124

2.3.2 抛物线的简单几何性质

新课导读	127
教材解读	127
典例剖析	129
易错疑难辨析	134
高考解读	136
课堂小结	139
习题全解	140
自我评价	143
章末总结	146
本章综合评价	159

第三章 导数及其应用

本章视点	165
------	-----

3.1 变化率与导数

3.1.1 变化率问题

新课导读	166
教材解读	166
典例剖析	168
易错疑难辨析	170
高考解读	171
课堂小结	171
自我评价	172

3.1.2 导数的概念

3.1.3 导数的几何意义

新课导读	173
教材解读	173
典例剖析	176
易错疑难辨析	180
高考解读	181
课堂小结	184
习题全解	184
自我评价	186

3.2 导数的计算

新课导读	188
教材解读	188
典例剖析	192
易错疑难辨析	200
高考解读	201
课堂小结	205
习题全解	206
自我评价	206

3.3 导数在研究函数中的应用

3.3.1 函数的单调性与导数

新课导读	208
教材解读	209
典例剖析	209
易错疑难辨析	213
高考解读	214
课堂小结	219
习题全解	219
自我评价	220

3.3.2 函数的极值与导数

新课导读	222
教材解读	222
典例剖析	224
易错疑难辨析	227
高考解读	228
课堂小结	233
习题全解	234
自我评价	235

3.3.3 函数的最大(小)值与导数

新课导读	237
------	-----

教材解读	238
典例剖析	239
易错疑难辨析	244
高考解读	247
课堂小结	251
习题全解	252
自我评价	254

3.4 生活中的优化问题举例

新课导读	257
教材解读	258
典例剖析	259
易错疑难辨析	263
高考解读	264
课堂小结	269
习题全解	269
自我评价	273
章末总结	276
本章综合评价	286

本模块学习评价	291
---------	-----

常用逻辑用语

本章视点

视点1 本章概述

本章的主要内容是命题及四种命题之间的关系、充分条件与必要条件、简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词等。本章立足于初中学习的命题知识,以现实生活和数学学习中常遇到的表述为背景,按照“问题—解释—抽象—应用”的程序,引入并学习有关逻辑知识。

视点2 本章学习重难点

【本章重点】 四种命题及其逻辑关系;基本逻辑联结词“或”“且”“非”;充分条件、必要条件与充要条件的判定;全称量词与存在量词的有关概念以及含有一个量词的命题的否定。

【本章难点】 判断一个命题的真假;对全称命题和存在性命题的否定;否命题与命题的否定的区别;利用互为逆否的关系证明有关问题。

【学习本章应注意的问题】

本章是高中数学基础章节之一。学好本章知识,准确表述数学内容,对于今后的学习有十分重要的意义,学习时应注意以下两点:

1. 本章的内容相对比较抽象,不易理解,学习时应结合具体的实例加以解释、分析、体会,要尽量避免对逻辑用语的机械记忆和抽象理解。
2. 通过本章的学习,要努力培养自己的观察、比较、抽象、概括的能力;初步形成利用逻辑用语和逻辑知识准确地表述数学问题和实际问题的意识和能力;提高运用数学语言的能力。

视点3 高考透视

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科,基本的逻辑知识是认识问题、研究问题不可缺少的工具。从近几年的高考试题来看,在高考中对常用逻辑用语的考查主要有两个方面:一方面是直接对它进行考查,主要是对命题真假的判断、复合命题的构成、命题的四种形式、充分条件与必要条件的判断、全称量词与存在量词的应用等,其中充分条件与必要条件的判断和命题真假的判断是高考的热点。这类题目有一定的综合性,但难度一般不会太大,主要以选择题与填空题的形式出现。另一方面是将逻辑知识作为工具来考查。

1.1
1.2命题及其关系
充分条件与必要条件

新课导读

情境引入

生活链接 主人邀请张三、李四、王五三个人吃饭聊天,时间到了,只有张三、李四准时赴约,王五打电话说:“临时有急事,不能来了”。主人听了随口说:“你看看,该来的没有来。”张三听了,脸色一沉,起来一声不吭地走了。主人愣了片刻,又道了句:“哎哟,不该走的又走了。”李四听了大怒,拂袖而去。

问题探究 你能用逻辑学原理解释两人离去的原因吗?

教材解读

精华要义

知识点1 命题及其表示 重点:理解

✓ 命题的定义.

初中阶段给命题下的定义是:判断一件事情的句子,叫做命题.而高中阶段的定义是:一般地,在数学中我们把用语言、符号或式子表达的,可以判断真假的陈述句叫做命题.其中判断为真的语句叫做真命题,判断为假的语句叫做假命题.说法不同,但实质是一样的.一个语句是不是命题,关键在于它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件.

知识拓展 一个命题要么是真的,要么是假的,不能模棱两可.给出一个命题,判断它是真命题,必须经过严格的逻辑推理才行;而要说明它为假命题,一般只需要举一反例即可.

规律方法小结 1.并不是任何语句都是命题,一个语句是命题应具备两个条件:

- (1)是陈述句;(2)是能够判断真假.一般来说,疑问句、祈使句、感叹句等都不是命题.
- 2.对于含有变量的语句,要注意根据变量的取值范围,看能否判断真假,若能,就是命题;若不能,就不是命题.
- 3.还有一些语句,目前无法判断真假,但从事物的本质而论,这些语句是可辨别真假的,尤其是科学上的一些猜想等,这类语句也叫做命题.

✓ 命题的一般形式.

命题的一般形式为“若 p ,则 q ”.通常,命题中的 p 叫做命题的条件, q 叫做命题的结论.

知识拓展 (1)“若 p ,则 q ”形式的命题也可以写成“如果 p ,那么 q ”“只要 p ,就有 q ”等形式.

(2)数学中有一些命题虽然表面上不是“若 p ,则 q ”的形式,但可以将它的表述作适当的改变,写成“若 p ,则 q ”的形式,从而得到该命题的条件和结论.



知识点 2 四种命题 重点;掌握

✓ 在两个命题中,如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件,那么我们把这样的两个命题叫做互逆命题.其中一个命题叫做原命题,另一个叫做原命题的逆命题.

✓ 在两个命题中,如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的条件的否定和结论的否定,我们把这样的两个命题叫做互否命题.如果把其中一个命题叫做原命题,那么另一个叫做原命题的否命题.

✓ 在两个命题中,如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的结论的否定和条件的否定,我们把这样的两个命题叫做互为逆否命题.如果把其中一个命题叫做原命题,那么另一个叫做原命题的逆否命题.

✓ 一般地,用 p 与 q 分别表示原命题的条件和结论,用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定,于是四种命题的形式如下:

原命题:“若 p , 则 q ”;逆命题:“若 q , 则 p ”;否命题:“若 $\neg p$, 则 $\neg q$ ”;逆否命题:“若 $\neg q$, 则 $\neg p$ ”.

知识拓展 (1) 当把一个命题改写成“若 p , 则 q ”的形式时,一定要抓住命题的主要思想内容.

(2) “ $\neg p$ ”只否定 p 的结论(否一),而“ p 的否命题”既否定 p 的条件,又否定 p 的结论(否二).若所给命题用 p 表示,则 p 的否定就是求命题 $\neg p$,只需否定 p 的结论,而求 p 的否命题则要把 p 的条件和结论都否定.

(3) 在写一个命题的否命题时,往往需要对正面叙述的词语进行否定.由于对有些词语的否定不小心就容易出错,因此要掌握一些常见关键词语的否定.

规律方法小结 1. 要写一个命题的逆命题、否命题、逆否命题,只需根据定义把命题的条件和结论进行否定或交换,但要注意正面词语与它的否定词语的正确转换.

2. 对于不是“若 p , 则 q ”形式的命题,要写出其他三种命题,应先把原命题改写成“若 p , 则 q ”的形式,以分清原命题的条件与结论,否则写出的命题有可能面目全非.

3. 当一个命题有大前提而要写出其他三种命题时,必须保留大前提,也就是大前提始终不动.

4. 对于由多个并列条件组成的命题,在写其他三种命题时,应把其中一个(或几个)作为大前提.

✓ 四种命题之间的关系如图 1-1 所示.

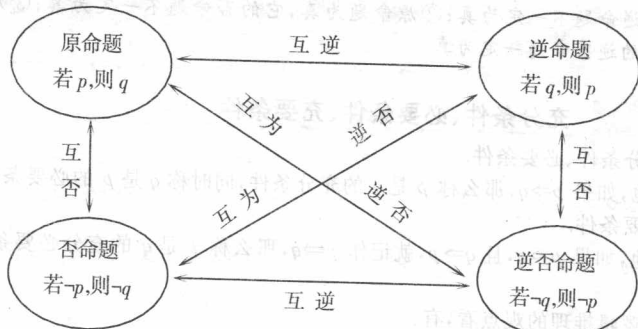


图 1-1

一般地,四种命题的真假性,有且只有下面四种情况:

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	真	假
假	假	假	假

由于逆命题和否命题也是互为逆否命题,因此这四种命题的真假性之间的关系如下:(1)两个命题互为逆否命题,它们有相同的真假性;(2)两个命题为互逆命题或互否命题,它们的真假性没有关系.

规律方法小结 1. 由于原命题和它的逆否命题有相同的真假性,因此在直接证明某一个命题为真命题有困难时,可以通过证明它的逆否命题为真命题来间接地证明原命题为真命题.

2. 原命题是相对其他三种命题而言的,可以把任意一个命题看成原命题,进而研究它的其他形式.

3. 互逆命题、互否命题与互为逆否命题都是说两个命题的关系,如果把其中一个命题叫做原命题,那么另一个命题就叫做原命题的逆命题、否命题与逆否命题.



写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题,并指出它们的真假及四种命题的真假有什么关系.

(1) 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle C=90^\circ$,则 $c^2=a^2+b^2$;

(2) 若 $x \geq 2$ 且 $y \geq 3$,则 $x+y \geq 5$.

点拨 (1) 原命题是真命题. 逆命题为:“在 $\triangle ABC$ 中,若 $c^2=a^2+b^2$,则 $\angle C=90^\circ$ ”.它是真命题. 否命题为:“在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle C \neq 90^\circ$,则 $c^2 \neq a^2+b^2$ ”.它是真命题. 逆否命题为:“在 $\triangle ABC$ 中,若 $c^2 \neq a^2+b^2$,则 $\angle C \neq 90^\circ$ ”.它是真命题. (2) 原命题是真命题. 逆命题为:“若 $x+y \geq 5$,则 $x \geq 2$ 且 $y \geq 3$ ”.它是假命题. 否命题为:“若 $x < 2$ 或 $y < 3$,则 $x+y < 5$ ”.它是假命题. 逆否命题为:“若 $x+y < 5$,则 $x < 2$ 或 $y < 3$ ”.它是真命题. 四种命题的真假关系是:①原命题为真,它的逆命题不一定为真;②原命题为真,它的否命题不一定为真;③原命题为真,它的逆否命题一定为真.

知识点3 充分条件、必要条件、充要条件 重点,掌握

☑ 充分条件、必要条件.

一般地,如果 $p \Rightarrow q$,那么称 p 是 q 的充分条件,同时称 q 是 p 的必要条件.

☑ 充要条件.

一般地,如果 $p \Rightarrow q$,且 $q \Rightarrow p$,就记作 $p \Leftrightarrow q$,那么称 p 是 q 的充分必要条件,简称充要条件.

☑ 从逻辑推理的观点看,有:

(1) 若 $p \Rightarrow q$,且 $q \not\Rightarrow p$,则 p 是 q 的充分不必要条件;

- (2)若 $q \Rightarrow p$, 且 $p \not\Rightarrow q$, 则 p 是 q 的必要不充分条件;
 (3)若 $p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充要条件;
 (4)若 $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 既不是 q 的充分条件也不是 q 的必要条件.

知识拓展 (1)如果 p 是 q 的充分条件, q 是 r 的充分条件, 则 p 是 r 的充分条件. 必要条件同充分条件一样具有传递性. 但如果 p 是 q 的充分条件, q 是 r 的必要条件, 则 p 与 r 的关系不能确定.

(2)充分不必要条件、必要不充分条件、充要条件、既不充分也不必要条件反映了条件 p 和结论 q 之间的因果关系, 在结合具体问题进行判断时, 要注意以下几点: ①确定条件是什么、结论是什么; ②尝试从条件推结论, 结论推条件; ③确立条件是结论的什么条件; ④要证明命题的条件是充要的, 就既要证明原命题成立, 又要证明它的逆命题成立, 证明原命题即证明条件的充分性, 证明逆命题即证明条件的必要性.

(3)对于充要条件, 要熟悉它的同义词语. 在解题时常常遇到与充要条件同义的词语, 如“当且仅当”“必须且只需”“等价于”“……反过来也成立”, 因此准确地理解和使用数学语言, 对理解和把握数学知识是十分重要的.

规律方法小结 判定充分条件、必要条件时, 可以与命题的四种关系结合起来.

(1)如果原命题成立, 但它的逆命题不成立, 就说原命题的条件对结论的成立是充分但不必要的.

(2)如果原命题不成立而逆命题成立, 就说原命题的条件对结论的成立是必要但不充分的.

(3)如果原命题成立, 它的逆命题也成立, 就说原命题的条件对结论的成立是充要的.

(4)如果原命题不成立, 它的逆命题也不成立, 就说原命题的条件对结论的成立是既不充分也不必要的.

学习时, 要从命题的条件和结论入手, 分析条件和结论之间的关系, 从而得出正确的结论.

典例剖析

触类旁通

考查点 1: 对命题有关概念的理解

例 1 判断下列语句是不是命题, 若是, 判断其真假, 并说明理由.

- (1)矩形难道不是平行四边形吗?
- (2)垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- (3)一个数不是合数就是素数;
- (4)大角所对的边大于小角所对的边;
- (5) $x+y$ 是有理数, 则 x, y 都是有理数;
- (6)求证 $x \in \mathbf{R}$ 时, 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 无实根.

分析 判断一个语句是不是命题, 就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件.

解: (1)不是陈述句, 故不是命题.

(2)是疑问句, 故不是命题.

(3)是命题,且是假命题,因为1既不是合数也不是素数.

(4)是命题,且是假命题,必须在同一个三角形或全等三角形中.

(5)是命题,且是假命题,如 $x=\sqrt{2}, y=-\sqrt{2}$.

(6)是祈使句,故不是命题.

考点2:命题的结构

例2 指出下列命题中的条件 p 和结论 q .

(1)如果 a, b, c 成等差数列,那么 $2b=a+c$;

(2)若 $x^2+y^2=0$,则 x, y 全为0.

分析 一般地,“若”“如果”“只要”后面是条件,“则”“那么”“就有”后面是结论.

解:(1)条件 p : a, b, c 成等差数列,结论 q : $2b=a+c$.

(2)条件 p : $x^2+y^2=0$,结论 q : x, y 全为0.

例3 把下列命题改写成“若 p ,则 q ”的形式,并判断其真假.

(1)奇数不能被2整除;

(2)当 $(a-1)^2+(b-1)^2=0$ 时, $a=b=1$;

(3)已知 x, y 为正整数,当 $y=x+1$ 时, $y=3, x=2$.

分析 分清语句中哪部分是条件 p ,哪部分是结论 q ,并且要注意所述条件和结论的完整性.

解:(1)若一个数是奇数,则它不能被2整除.这是真命题.

(2)若 $(a-1)^2+(b-1)^2=0$,则 $a=b=1$.这是真命题.

(3)已知 x, y 为正整数,若 $y=x+1$,则 $y=3, x=2$.这是假命题.

【解题策略】 找准命题的条件和结论是解决这类问题的关键,对于个别问题还应注意大前提的写法.如第(3)小题中,“已知 x, y 为正整数”是大前提,不能把它写在条件中,应当写在“若”前面,仍然作为命题的大前提.

【规律·方法】 判断命题真假的常用方法:

(1)判断命题的真假,可先将命题写成“若 p ,则 q ”的形式,分清条件与结论,直接判断;

(2)如果不易判断,可根据互为逆否命题的两个命题是等价命题来判断.

考点3:四种命题之间的关系

例4 将命题“正数 a 的平方大于零”改写成“若 p ,则 q ”的形式,并写出它的逆命题、否命题与逆否命题.

分析 解决本题的关键是找出原命题的条件与结论,然后再根据定义写出其他命题.

解:原命题可以写成:若 a 是正数,则 a 的平方大于零.

逆命题:若 a 的平方大于零,则 a 是正数.

否命题:若 a 不是正数,则 a 的平方不大于零.

逆否命题:若 a 的平方不大于零,则 a 不是正数.

【解题策略】 在写原命题的其他三种形式的命题时,应先弄清原命题的条件和结论,再根据概念正确书写其他三种命题.

例 5 下列四个命题:

- ①“若 $x+y=0$, 则 x, y 互为相反数”的逆命题;
- ②“若 $m>n$, 则 $m^2>n^2$ ”的逆否命题;
- ③“若 $y\leq-3$, 则 $y^2-y-6>0$ ”的否命题;
- ④“若 a^b 是无理数, 则 a, b 是无理数”的逆否命题.

其中真命题有 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

分析 ①该命题的逆命题是:“若 x, y 互为相反数, 则 $x+y=0$ ”, 是真命题.

②“若 $m>n$, 则 $m^2>n^2$ ”是假命题, 如 $-1>-9$, 但 $(-1)^2<(-9)^2$, 所以其逆否命题也是假命题. ③该命题的否命题为:“若 $y>-3$, 则 $y^2-y-6\leq 0$ ”, 是假命题. ④该命题的逆否命题是:“若 a, b 不都是无理数, 则 a^b 不是无理数”, 是假命题. 故选 B.

【解题策略】 (1)判断逆命题、否命题、逆否命题的真假, 可以利用原命题与逆否命题、逆命题与否命题同真同假这一关系来判断. (2)判断一个命题为假命题, 一般只需举出一个反例即可, 无需进行论证.

考查点 4: 充分条件、必要条件与充要条件的判断

例 6 下列哪些“若 p , 则 q ”形式的命题中的 p 是 q 的充分条件?

- (1)若 a 能被 6 整除, 则 a 能被 3 整除;
- (2)若 a 是第一象限角, 则 $\sin a > 0$;
- (3)若直线 l_1 和 l_2 是异面直线, 则直线 l_1 和 l_2 不相交;
- (4)若四边形的两条对角线相等, 则这个四边形是等腰梯形.

解: 命题(1)(2)(3)是真命题, 命题(4)是假命题, 所以命题(1)(2)(3)中的 p 是 q 的充分条件.

例 7 下列各题中, 哪些 p 是 q 的充要条件?

- (1) $p: a>b, q: a^2>b^2$;
- (2) $p: \text{两直线平行}, q: \text{内错角相等}$;
- (3) $p: \text{直线 } l \text{ 与平面 } \alpha \text{ 所成角的大小为 } 90^\circ, q: l \perp \alpha$;
- (4)函数 $f(x) = \log_a x (a>1)$, $p: f(x_1) > f(x_2), q: x_1 > x_2 > 0$.

解: 在(1)中, $p \not\Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$, 所以(1)中的 p 不是 q 的充要条件.

在(2)(3)(4)中, $p \Leftrightarrow q$, 所以(2)(3)(4)中的 p 是 q 的充要条件.

例 8 下列各题中, p 是 q 的什么条件(充分不必要、必要不充分、充要、既不充分也不必要条件)?

- (1) $p: a, b$ 都是偶数, $q: a+b$ 是偶数;
- (2) $p: x=1$ 或 $x=2, q: x-1 = \sqrt{x-1}$;
- (3) $p: \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle A \neq 60^\circ, q: \sin A \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- (4) $p: \text{四边形的对角线相等}, q: \text{四边形是平行四边形}$.

分析 根据相关的概念进行解题.

解: (1)显然 a, b 都是偶数 $\Rightarrow a+b$ 是偶数, 即 $p \Rightarrow q$.

而 $a+b$ 是偶数 $\nRightarrow a, b$ 都是偶数,

反例: $1+3$ 是偶数, 而 $1, 3$ 都是奇数,



$\therefore q \not\Rightarrow p$, 即 $p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$,

$\therefore p$ 是 q 的充分不必要条件.

(2) 解方程 $x-1=\sqrt{x-1}$, 可得 $x=1$ 或 $x=2$,

$\therefore p$ 是 q 的充要条件.

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A \neq 60^\circ$, 但当 $\angle A = 120^\circ$ 时, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore p \not\Rightarrow q$,

又 $\because \sin A \neq \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle A \neq 60^\circ$, 即 $q \Rightarrow p$,

$\therefore p$ 是 q 的必要不充分条件.

(4) \because 等腰梯形的对角线相等, $\therefore p \Rightarrow q$.

又 \because 有一个角是 60° 的菱形对角线不相等,

$\therefore q \not\Rightarrow p$, $\therefore p$ 是 q 的既不充分也不必要条件.

【解题策略】 在判断四种条件时应注意以下几点: ①分清条件是什么、结论是什么; ②把复杂的条件(结论)化简; ③尝试用条件推结论, 用结论推条件, 推理方法可以是直接证明法, 也可以是反证法, 还可以举反例进行否定; ④指出条件是结论的哪种条件.

【规律·方法】 充分条件、必要条件、充要条件的判断:

(1) 利用定义.

若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充分不必要条件;

若 $p \not\Rightarrow q$ 且 $p \Leftarrow q$, 则 p 是 q 的必要不充分条件;

若 $p \Leftrightarrow q$, 则 p 是 q 的充要条件.

(2) 利用集合.(条件 p, q 对应的集合分别为 A, B)

若集合 $A \subseteq B$, 则 p 是 q 的充分条件
若集合 $B \subseteq A$, 则 p 是 q 的必要条件
若集合 $A \subsetneq B$, 则 p 是 q 的充分不必要条件
若集合 $A \supsetneq B$, 则 p 是 q 的必要不充分条件
若集合 $B = A$, 则 p 是 q 的充要条件
若集合 $A \subsetneq B$ 且 $B \subsetneq A$, 则 p 是 q 的既不充分也不必要条件

考点 5: 四种命题与其他知识的综合应用

例 9 判断下列命题的真假, 并写出它的逆命题、否命题、逆否命题, 同时判断这些命题的真假.

(1) 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$;

(2) 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;

(3) 若圆心到直线的距离等于半径, 则该直线是圆的切线;

(4) 若四边形的对角互补, 则该四边形是圆的内接四边形;

(5) 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, $b^2 - 4ac < 0$, 则该二次函数的图象与 x 轴有公共点.

分析 弄清四种命题的定义及关系是解决本题的关键.