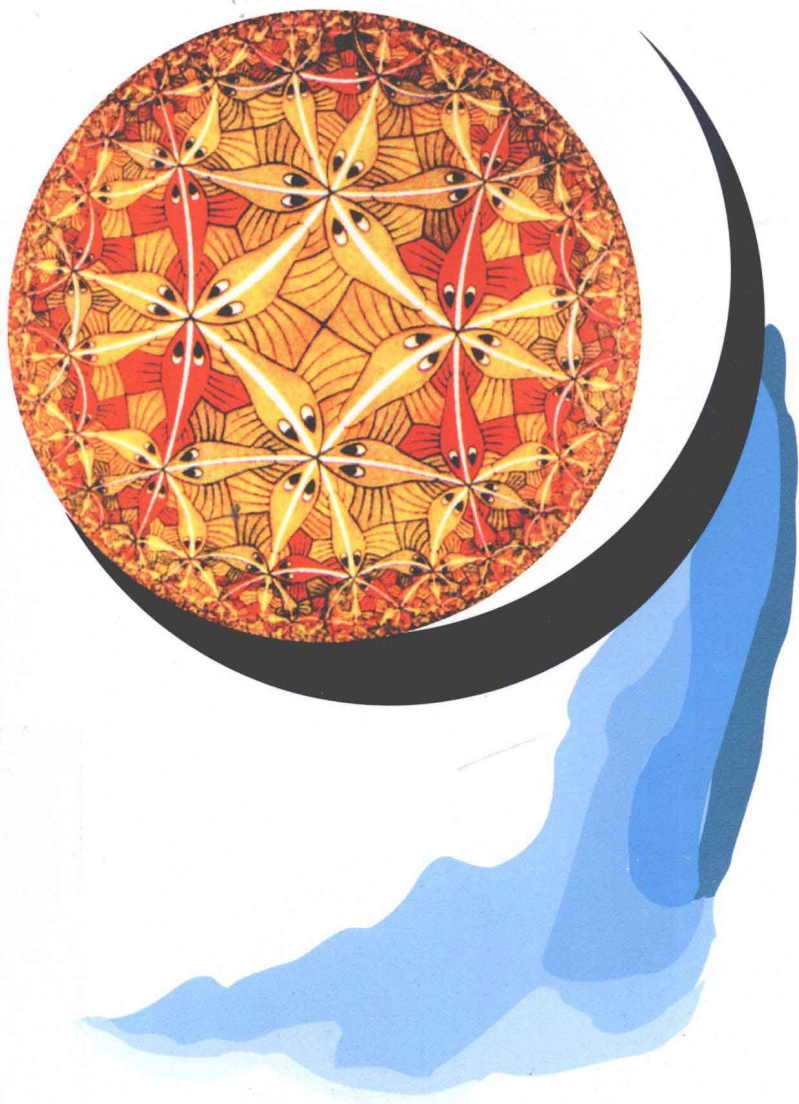




北京市高等教育精品教材立项项目



高等院校素质教育通选课教材

数学的美与理

(第二版)

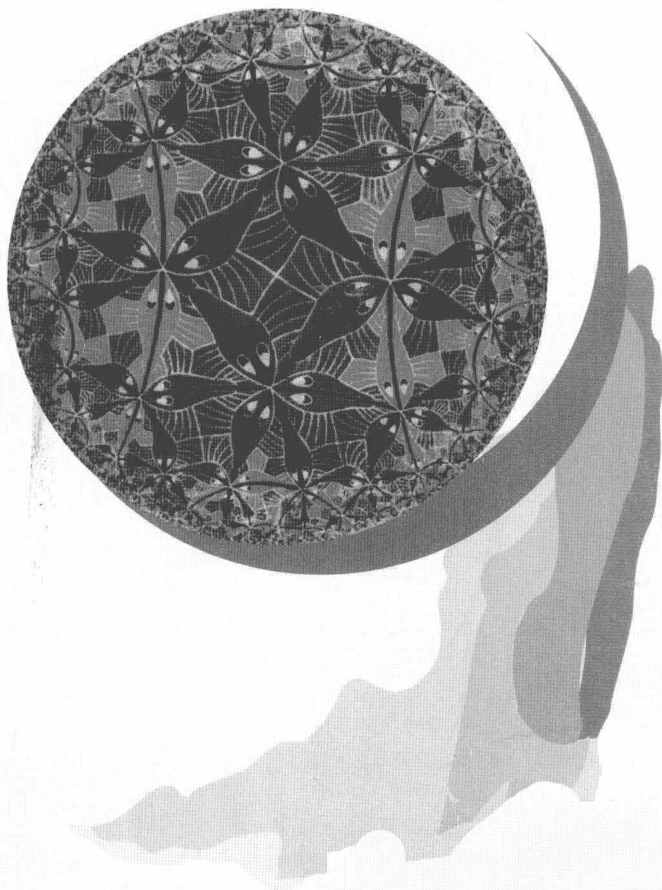
张顺燕 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



北京市高等教育精品教材立项



高等院校素质教育通选课教材

数学的美与理

(第二版)

张顺燕
编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学的美与理/张顺燕编著.—2版.—北京:北京大学出版社,2012.7
(高等院校素质教育通选课教材)

ISBN 978-7-301-20870-0

I. ①数… II. ①张… III. ①数学史-高等学校-教材 IV. ①O11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 132621 号

书 名: 数学的美与理(第二版)

著作责任者: 张顺燕 编著

责任编辑: 刘 勇 潘丽娜

标准书号: ISBN 978-7-301-20870-0/O·0873

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 理科编辑部 62752021

出版部 62754962

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787mm×960mm 16 开本 19.75 印张 430 千字 插页 12 页

2004 年 7 月第 1 版

2012 年 7 月第 2 版 2012 年 7 月第 1 次印刷(总第 5 次印刷)

印 数: 16001—19000 册

定 价: 40.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn



普通高等教育“十五”国家级规划教材

获 2006 年

第七届全国高校出版社优秀畅销书二等奖

内 容 简 介

本书是高等院校大学生素质教育通选课的教材,适合于大学本科不同学院、不同年级的学生,包括没有高等数学基础的文科一年级学生。作者不追求数学理论的严整性,而是漫步于数学王国,从不同侧面、不同角度阐述数学思想和数学方法,并讲述数学与艺术的相互促进,数学与人文科学的日益加深的联系。

书中点评了数学史上的一些重大事件,如欧氏几何、解析几何、微积分、非欧几何等数学分支诞生的意义及对人类文明的深刻影响。论证了蜚声古今的数学名题,如古典几何三大难题、孙子定理、百鸡问题等。书中还增加了“数学家介绍”,供读者追慕、赞赏、学习和超越这些做出卓越贡献的科学家。

这次修订主要是针对第一版的内容和结构作了部分调整,增加了若干解释性文字;删去了原书中的第十二、十三、十四章内容,增加了有关微积分的五章内容。新增的内容有助于读者学习高等数学,理解和掌握微积分的真谛,也为中学数学提供了微积分的理论基础,有益于中学数学教师开阔视野,提高数学修养和教学水平。

从书中,我们可以领略和吸取千秋沧桑锻造出的不朽思想,人类文明结晶出的伟大智慧。

本书可作为高等院校文理科各专业大学生通选课的教材,也可供大学数学教师及数学工作者、科技工作者阅读,还特别适合于高中学生、中学数学教师及数学爱好者阅读。

判天地之美，析万物之理。

——庄子

数学是自然的语言。

——伽里略

我们的世界是所有可能的世界中最好的。

——莱布尼茨

自然律必须满足审美要求。

——爱因斯坦

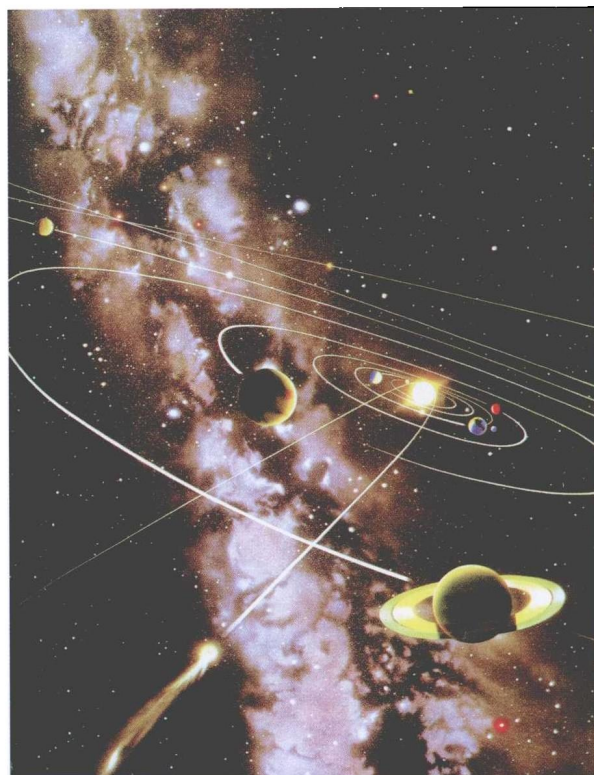
数学不仅拥有真理，而且还拥有至高的美

——一种冷峻而严肃的美，正像雕塑

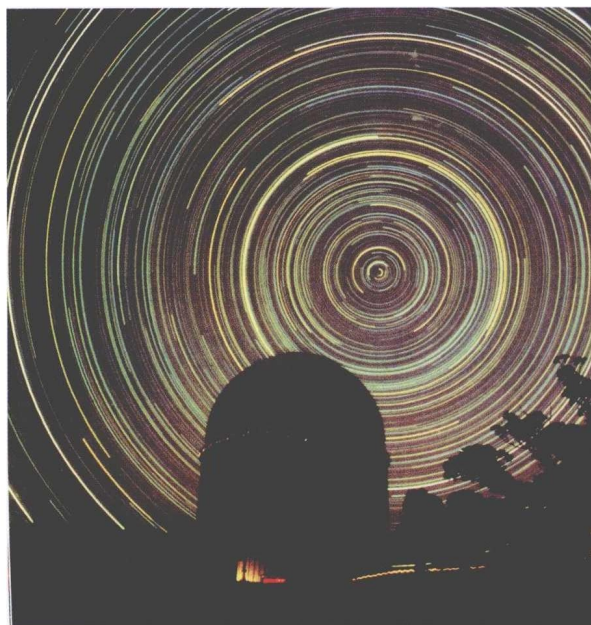
所具有的美一样……。

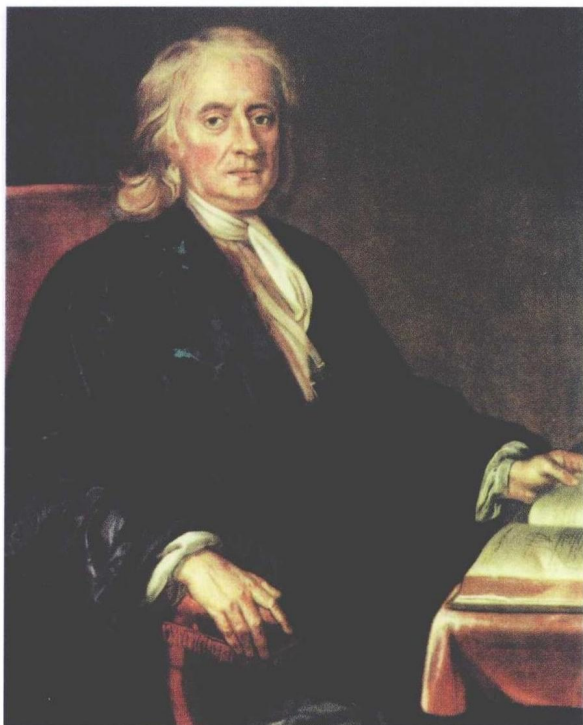
——罗素

彩图1 太阳系的今天 [美] K.魏末 绘
约46亿年前，地球和月亮以及太阳系的其他天体先后形成，终于有了今天的模样。带环的土星显而易见，在它上方的蓝色行星正是地球

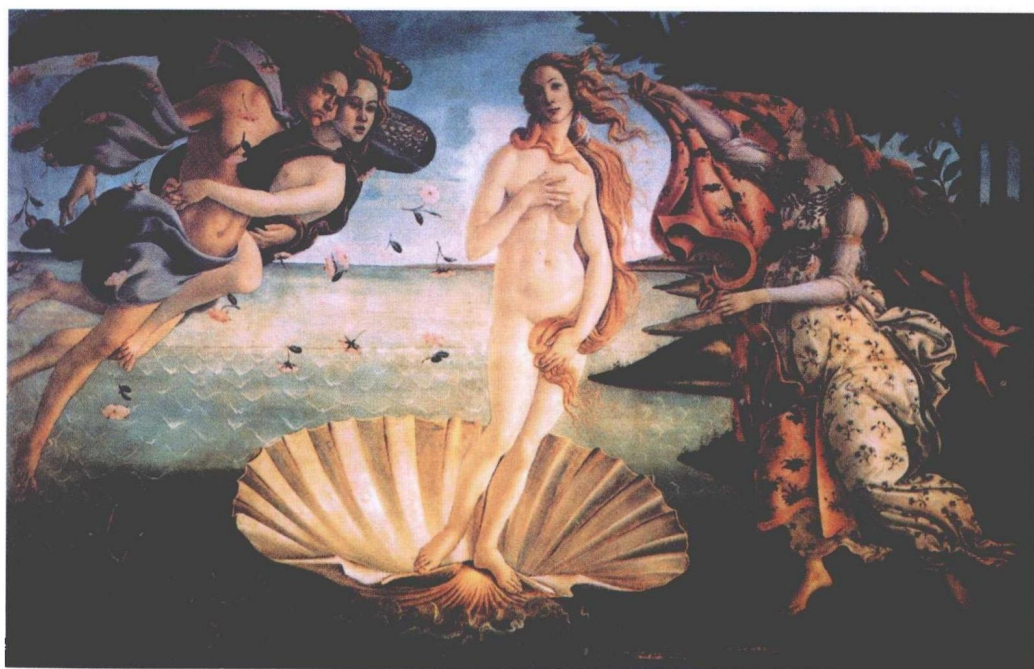


彩图2 地球自转的“脚印”
把照相机向着天空中的南极长时间露光，恒星由于地球自转在底片上留下了许多圆弧，就是地球自转的“脚印”





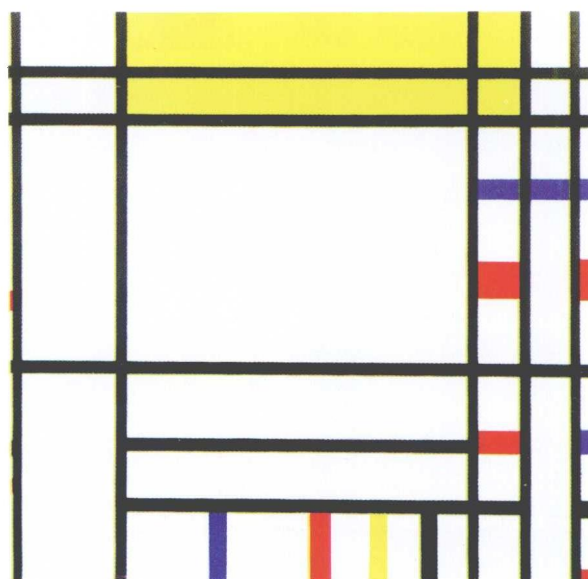
彩图 3 牛顿
牛顿 (Newton, Sir Isaac(1642—1727)), 英国数学家和物理学家, 17 世纪科学革命的顶峰人物



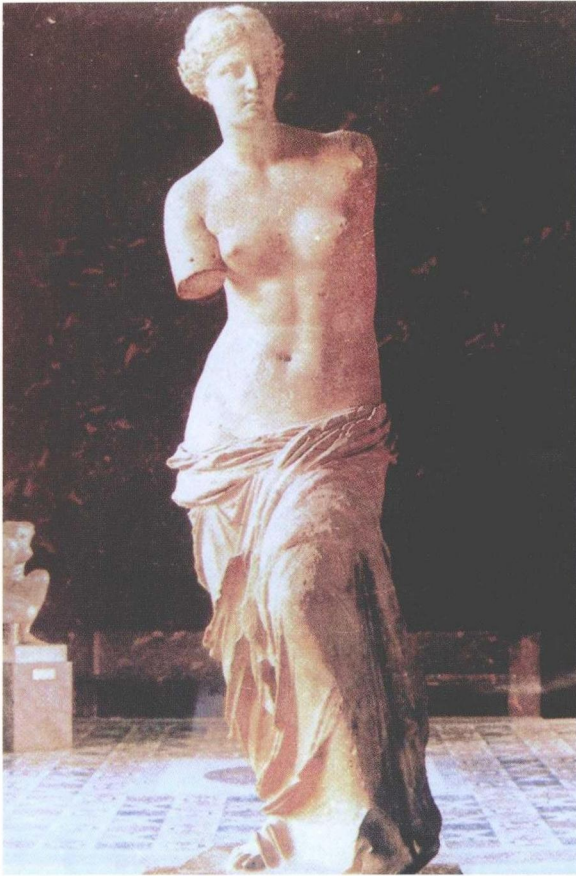
彩图 4 维纳斯的诞生 波提切利 (1484)



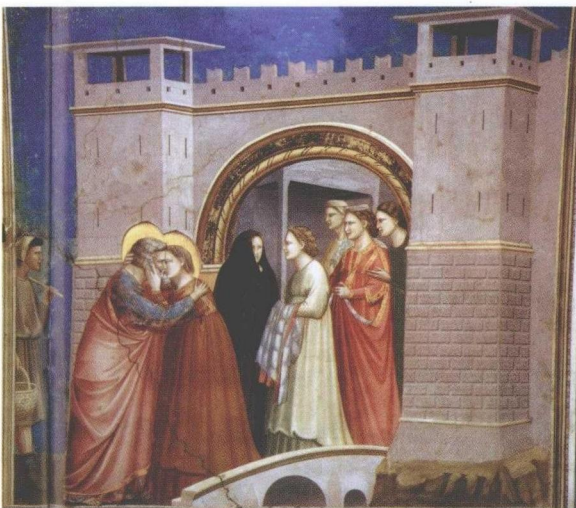
彩图 5 圣徒杰罗姆 (1480—1482)
达·芬奇木版，未完成画版



彩图 6 黄金分割 Piet Mondrian(1872—1944),
抽象几何派画家



彩图 7 米洛的维纳斯 希腊 公元前 4 世纪



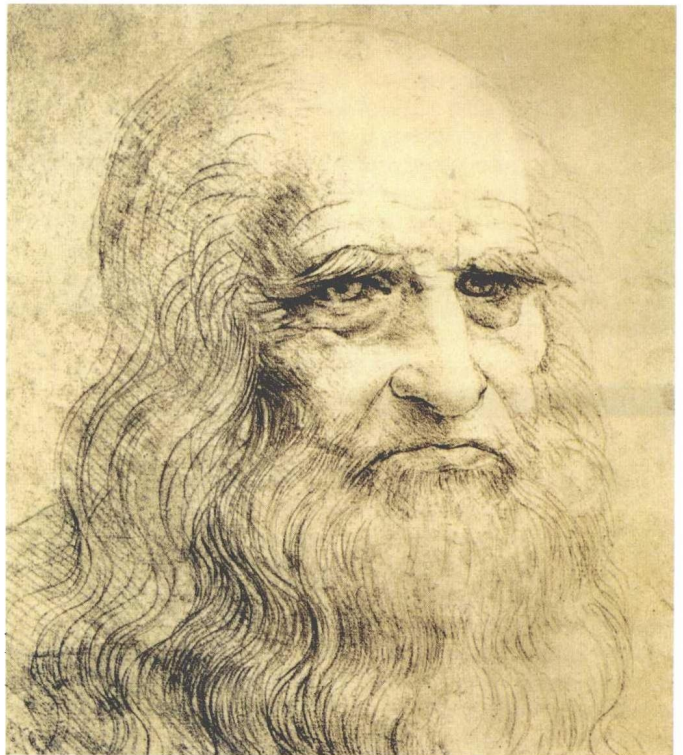
彩图 8 金门重逢 乔托 (Giotto, 1270—1337)



彩图9 圣方济之死 乔托 (Giotto, 1270—1337)



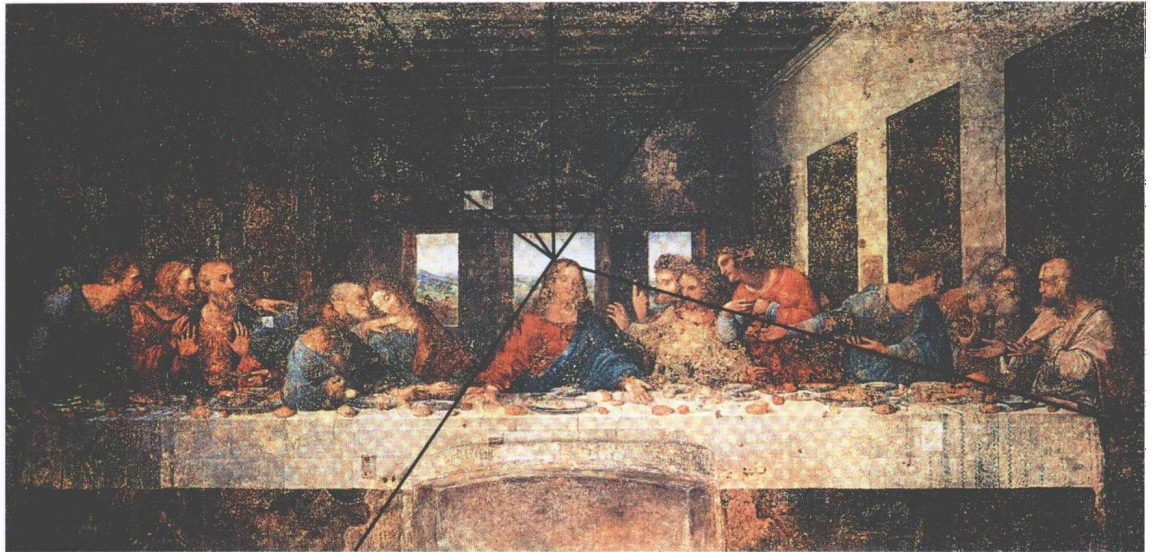
彩图 10 竹 郑板桥



彩图 11 达·芬奇 自画像 约 1512 年



彩图 12 耶稣受鞭图
弗朗西斯卡, 1460 年



彩图 13 最后的晚餐 达·芬奇 (1452—1519)



彩图 14 雅典学院 拉斐尔 (1483—1520)



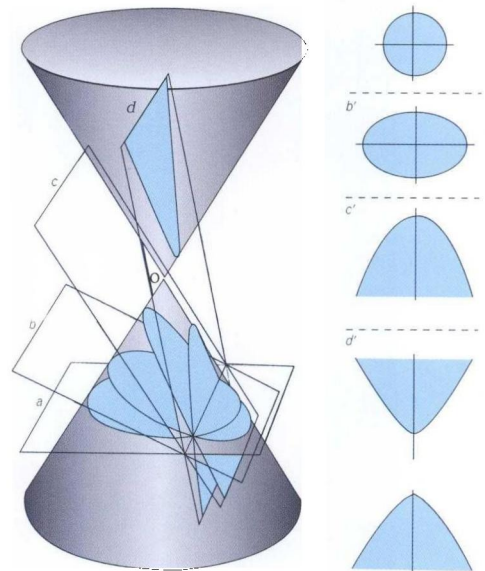
彩图 15 林荫道 霍贝玛



彩图 17 圆的极限Ⅲ 埃舍尔



彩图 16 2002 年世界数学家大会会徽，北京



彩图 18 圆锥截面图

第二版前言

本书第一版自 2004 年出版以来,受到广大学生和教师的欢迎,也收到了读者的一些来信,对书中的内容提出了宝贵建议,作者对此表示感谢。在本书出版的七年时间里,作者通过教学实践积累了丰富的经验和体会,借这次修订的机会,将它们贯彻于教材的修订之中。

本次修订,一是对第一版的内容和结构作了部分调整,并在若干地方增加了解释性文字和具体实例,使之更贴近于素质教育的要求,便于自学。二是删去了第一版中第十二章“辗转相除法”、第十三章“天文与数学”、第十四章“无限的世界”,增加了五章内容,它们是:实数理论、极限论、函数及其连续性、微分学、积分学。这些新增内容是基于高中数学选修教材中已讲授了“导数及其应用”,为了使读者在此基础上更好地学习微积分而选取的。本书选取的微积分内容是从微积分的理论基础——实数理论出发,利用极限这个基本工具,研究连续函数,特别是初等函数,更进一步以此来展开微分学和积分学内容。这样系统讲授微积分学内容,有益于读者开阔视野、拓宽基础,更好地理解 and 掌握微积分的真谛,同时也有助于提高中学数学教师的数学修养和教学水平。

上述内容的修订是否合适,能否达到预期目标,请读者将意见反馈给作者,电子邮件地址:shunyan@math.pku.edu.cn

作者
2012 年 2 月于北京

序

北京大学的素质教育通选课于2000年9月开设,开设以来深受广大同学的欢迎,也受到教育界的关注。作者开设了其中的一门,课程名称叫做《数学的精神、方法和应用》。对象是全校本科生,包括从文科一年级到理科四年级的不同系别、不同年级的学生。学生的数学背景差异极大,对课程的内容安排构成巨大的挑战:内容不能深,如果深了,文科学生必然跟不上;思想力度不能弱,如果弱了,理科学生,特别是高年级理科学生,必然会无所收获。如何面对这一挑战?安排什么样的内容才可使来自不同系别的学生都有所收获?下面就来谈谈作者的看法和实践。

古希腊人讲,万物皆数也。两千年的科学发展史也一再证明了这一论点。特别是20世纪以来,数学以前所未有的速度深入到自然科学、社会科学以及文化艺术的各个领域,并且从上层的思维方式一直贯穿到底层的技术细节。而这种形势并没有为中国文化界所充分了解。这就构成了这门课的思想基础。

经过再三考虑,我们把它开成了一门数学文化课,即从哲学的、历史的和文化的角度讲述数学文化的发展及其对人类文明的影响。

首先,我们把哲学放在指导的地位。哲学与数学之间的交互影响是人类文化中最深刻的部分。B. Demollins说得好:“没有数学,我们无法看透哲学的深度;没有哲学,人们也无法看透数学的深度;而没有两者,人们什么也看不透。”哲学为人类文明提供了理性精神,而对理性精神贯彻最彻底的是数学。数学中提出的问题又促进了哲学的发展。

其次,数学史上的重大里程碑是本课程的重要组成部分。数学史为我们提供了广阔而真实的背景,为数学整体提供了一个概貌,使不同的数学分支的内容互相联系起来,并且与数学思想的主干联系起来。这是理解数学的内容、方法和意义,培养学生鉴赏力和创造力的最好方法。

第三,数学文化是人类文化中最深刻的部分之一。讲述数学文化与人类文明的交互影响是本课程的重要任务之一。这个影响正在沿着深度和广度两个方向扩展。数学在经济学中的应用已是众所周知的事情。心理学、历史学、考古学、语言学、社会学等学科也正在广泛地使用数学。学生在大学期间就应当知道,未来的科学将向什么方向进展,这些科学需要什么样的新知识和新工具,数学在他们的学术生涯中将起到什么样的重要作用。

我们不但讲述数学文化,而且讲述方法论。方法论构成本课程的另一个重要内容。近代方法论起源于培根和笛卡儿。培根提倡归纳法,笛卡儿提倡演绎法。他们的方法论对近代科学的发展起了重大的推动作用。数学方法论是一个数学与哲学的交叉领域,其目的在于研究数学发现和发明的原则,并由此领悟其他学科的发明原则。它既涉及数学内容本身的辩证性质,也涉及人类思维过程的辩证性质。方法论学得好,可以使人由愚变明,由弱变强,思路开阔,善于联想,使思维规范化,从而提高学习和工作效率。

课程内容的一部分来自作者的《数学的源与流》,细心的作者会发现它们之间的联系与不同。

如何考核学生是对课程的另一挑战。作者采用的方式是让学生以论文方式写对课程的体会和收获。学生投入了很大的热情去完成论文。论文的选题、内容,以及组织与行文都很优秀。这就促使我在2002年选出部分论文集成册,名叫《心灵之花》,由北京大学出版社出版。这一行动得到了北京大学教务部领导、数学科学学院领导、北京大学出版社领导的大力支持和关怀。这一方式或许值得介绍,因为目前本科生表现自己才能的机会太少了。

本书是一个学期的授课内容,每周两学时,曾在北京大学使用过四次,在首都师范大学使用过两次。在每次实践过程中,对内容都有补充和删节,这次成书又作了不少修改。讲课和写书不是一回事。如有老师使用本书,请根据本校具体情况作删节或补充。本书已修改过多次,每次都发现不少问题,但也不能永远修改下去——丑媳妇总得见公婆。现在出版,作为抛砖引玉吧。欢迎读者提出批评并指出错误,以便再版时修正。

北京大学出版社刘勇同志对本书的出版给以极大的关心和帮助,作者致以衷心的感谢。

作者

于北京大学燕北园

2004年3月12日

目 录

数学文化与数学教育	(1)
第一章 绪论	(2)
§ 1 关于素质教育	(2)
§ 2 美与真	(3)
§ 3 数学是思维的工具	(4)
§ 4 数学的特点	(5)
§ 5 数学提供了有特色的思考方式	(6)
§ 6 数学教育中的弊病与应对	(6)
6.1 数学教育中的弊病	(6)
6.2 数学教育中的应对	(7)
§ 7 初等数学回顾	(8)
§ 8 学习原则	(9)
§ 9 数学与就业	(12)
§ 10 当前数学科学发展的主要趋势	(13)
初中文凭,独步中华——华罗庚	(14)
第二章 数学与人类文明	(16)
§ 1 自然数是万物之母	(16)
1.1 三个层次	(16)
1.2 古希腊的数学	(17)
§ 2 数学与自然科学	(18)
2.1 宇宙的和諧	(18)
2.2 物理学	(22)
2.3 生命的奥秘	(23)
§ 3 数学与人文科学	(25)
3.1 数学与西方宗教	(25)
3.2 数学与西方政治	(26)
3.3 人口论	(28)
3.4 统计方法	(29)
3.5 诺贝尔经济学奖与数学	(31)