

电 动 力 学

曹 昌 祺 编 著

高等學校教學參考書



電動力學

曹昌祺編著

人民教育出版社

本书内容共分六章，并附有四个附录。第一章阐述电磁运动形态的基本规律和电磁场的基本性质，第二、三章分别讨论静电场静磁场以及它们与介质的相互作用，第四章系统地讨论电磁波的激发、传播和辐射，第五章讨论微观带电粒子与电磁场的相互作用，第六章阐述特殊相对论的实验基础和基本原理。本书可作为综合大学和高等师范学校物理各专业电动力学课程的教学参考书，也可供高等工业学校相近的专业选用。

简装本说明

目前 850×1168 毫米规格纸张较少，本书暂以 787×1092 毫米规格纸张印刷，定价相应减少 20%。希望谅解。

电动 力 学

曹昌祺 编著

人民教育出版社（北京沙滩后街）

国营五二三厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

统一书号 13012·0133 开本 787×1092 1/32 印张 11 2/16

字数 266,000 印数 61,501—111,500 定价(6) 0.88 元

1961 年 7 月第 1 版 1962 年 7 月第 2 版 1978 年 3 月第 9 次印刷

引　　言

电动力学研究的对象是电磁場的基本属性，它的运动規律以及它和带电物质的相互作用。

在 17—18 世紀，由于資本主义生产发展的推动，自然科学展开了各方面的探索活动。到了 18 世紀末期，电磁現象的實驗研究已有一定的开展，确立了以后成为靜電學理論基础的庫倫定律，發現了电化学的效应，制成了电池。电池的制成，使人們第一次掌握了有效的电源，从而在 19 世紀初开始了电解、电镀等最初的电化学的实际应用。19 世紀的 20 年代，有关电流磁效应的安培-毕奧-薩瓦定律的发现，使人们开始認識电和磁現象之間的內在联系。在 40 年代，利用这一时期电磁学的成果作成的电报和電話，滿足了工业和商业发展对迅速便利的通訊工具的要求，成为近代通訊技术发展的开端。

19 世紀生产的进一步发展，需要便于輸送的和經濟的动力。1831 年，法拉第发现电磁感应定律。后来在此基础上制成的发电机和电动机，突破了电磁电源功率小的限制，开辟了电力在生产中应用的广闊途径。

电磁效应的实际应用的价值使得电磁学的研究成为当时物理学的最主要方面。正是在这样的情况下，1862 年麦克斯韦成功地以統一的理論，概括和发展了这一时期电磁学研究的广泛成果，总结出关于电磁場的基本規律，并預言电磁波的存在。二十年以后，赫芝用實驗方法产生出了电磁波，証实了麦克斯韦的理論。到 1888 年，他指出电磁波在人类实践上已获得广泛而又重要的应用。

本书的第一章的内容，就是系統地闡述电磁現象的本质和基

本規律。通过对庫倫定律、安培-毕奧-薩瓦定律、电磁感应定律等基本實驗定律的分析、概括和提高，最終得到作为电磁現象基本規律的麦克斯韦方程組和洛倫茲力公式。另外，电磁理論发展的过程也是对于电磁場作为一种物质存在形态的認識发展过程，电磁場和一般物质状态一样具有能量和动量，同时又具有作为場的特点的波动性和迭加性。在得到麦克斯韦方程組和洛倫茲力公式后，我們就对电磁場的这些基本属性进行了比較系統的討論。

第二、三、四章分別討論了靜電場和靜磁場；电磁波的激发輻射和傳播。在这里，我們是在第一章基本規律的基础上进一步闡述了上述各个方面的主要概念和規律性、比較基本的过程或状态的物理特点，以及系統的理論方法，并結合着理論的闡述介紹了一些主要的实际問題。

电动力学的理論基础主要是在研究和总结宏观电磁現象中建立起来的。随着原子物理、核物理和基本粒子物理等学科的发展，提出了新的带电微观粒子和电磁場的相互作用問題。在解决这些問題中，电动力学虽然有它的局限性但仍然給出了許多有实际价値的結果，并为进一步的量子电动力学的討論提供了准备。在五章中，我們主要討論了原子和原子核的輻射，高能粒子的輻射，电磁波的吸收和散射等过程，并介绍了部分介質与电磁波作用的微观理論。至于在微观物理研究推动下所发展的量子电动力学和电磁介質理論，則已超出了本課的范围，而将在专门的課程中去講授。

到十九世紀末，虽然已經建立了电动力学的系統理論，但对电磁場本質的認識仍帶有机械論的局限性，即把电磁場解釋为某种充满整个宇宙空間的类似于彈性介質的“以太”的运动形态。而运动介質中电磁現象的进一步的實驗研究，提出了这种理論觀点所无从解决的根本困难。在分析这些新的實驗結果的基础上，愛因

斯坦提出了新的特殊相对論理論，特殊相对論否定了原有的以太理論，提出了物理学的相对性原理，并变革了长期以来物理学中的带有形而上学局限性的时空概念。这一理論，不仅使电动力学摆脱了机械論的影响，使它确立在新的理論观点的上面，而且广泛地影响了物理学的其他学科。第六章就是闡述特殊相对論的基本原理、它的實驗基础和它对物理学其他学科（主要是力学）发展的影响。

在电动力学发展的过程中，也包含着唯物論和唯心論，辯証法和形而上学的尖銳斗争，特別是在电磁現象本質、特殊相对論的建立和解釋等基本問題方面。电动力学在其实际发展的进程中，以无可辯駁的新的科学成果，不断地打击了唯心論和形而上学，一次又一次地証实了辯証唯物主义的正确性，以及其对自然科学的巨大指导作用。

目 录

引言	v
第一章 电磁运动形态的基本规律	1
§ 1.1 库伦定律, 静电场的散度和旋度	2
§ 1.2 安培-毕奥-萨瓦定律, 静磁场的散度和旋度	9
§ 1.3 法拉第电磁感应定律	17
§ 1.4 麦克斯韦方程组和洛伦兹力公式	18
§ 1.5 电磁能量和电磁动量, 能量动量守恒和转化定律	22
§ 1.6 电磁场的波动性, 平面电磁波	31
§ 1.7 麦克斯韦方程组作为电磁场运动方程的完整性	37
§ 1.8 介质中电荷的运动形态, 介质内部和边界上麦克斯韦方程组的形式	38
§ 1.9 介质的电磁性质方程, 介质中的电磁能量	47
第二章 静电场和静电作用	53
§ 2.1 静电场与介质的相互作用, 静电唯一性定理和迭加定理	53
§ 2.2 静电场在稳定电流情况中的作用, 及其满足的基本方程	60
§ 2.3 导体系的电势系数和电容系数, 静电屏蔽问题	66
§ 2.4 分离变数法在静电问题中的应用	72
§ 2.5 点电荷密度的数学表示—— δ 函数, 静电问题中的格林函数方法	82
§ 2.6 静电镜像法	86
§ 2.7 电阻法勘探中的静电场问题	95
§ 2.8 电多极子的场以及其与外电场的相互作用能	101
第三章 静磁场和似稳电磁场	111
§ 3.1 静磁场	111
§ 3.2 圆电流圈的磁场	114
§ 3.3 磁偶极子的场及其在外磁场中所受的作用力	117
§ 3.4 静磁标势和磁荷的概念, 静磁屏蔽问题	123
§ 3.5 似稳电磁场与似稳电路方程	131
第四章 电磁波的激发、传播和辐射	137
§ 4.1 电磁场的标势和矢势	137
§ 4.2 电磁波与导电介质作用的基本方程, 定态电磁波的边值问题	144

§ 4.3 电磁波在绝缘介质表面的反射和折射	149
§ 4.4 电磁波在导体中的传播以及在导体表面的反射	156
§ 4.5 电磁波的共振激发	162
§ 4.6 电磁波沿同轴线的传播, 电报方程式	169
§ 4.7 电磁波在波导管中的传播	179
§ 4.8 表面电磁波的传播	186
§ 4.9 电磁波自天线的辐射	191
§ 4.10 惠更斯-费涅耳原理, 电磁波的衍射	198
第五章 带电粒子和电磁场的相互作用	205
§ 5.1 运动带电粒子的电磁场	205
§ 5.2 电偶极辐射	213
§ 5.3 电四极和磁偶极辐射	218
§ 5.4 任意运动的带电粒子的辐射	221
§ 5.5 瓦维洛夫-切伦柯夫辐射	227
§ 5.6 带电粒子的电磁质量和辐射阻尼力	233
§ 5.7 谱振带电粒子的辐射阻尼, 谱线的自然宽度	242
§ 5.8 电子对电磁波的散射和吸收, 介质的色散	246
第六章 特殊相对论基础	257
§ 6.1 特殊相对论产生的历史条件和实验基础	258
§ 6.2 特殊相对论的基本原理, 洛伦兹变换公式	265
§ 6.3 相对论时空理论的讨论	271
§ 6.4 对时间次序问题的进一步讨论	278
§ 6.5 电磁规律的相对论不变性	281
§ 6.6 相对论不变的力学方程, 质能关系式	290
§ 6.7 电子加速器的简单理论	298
§ 6.8 在电磁场中运动的带电粒子的拉格朗日方程和哈密顿方程	303
§ 6.9 电磁场的变分原理, 拉格朗日方程和哈密顿方程	307
附录	315
附录 A 矢量分析	315
附录 B 张量的运算	328
附录 C 柱面电磁波的普遍解	336
附录 D 电磁单位制	342

第一章 电磁运动形态的基本規律

本章的基本目的，是闡明电磁运动形态的普遍規律和本質。我們知道，一切宏觀物体都是由原子和分子組成的，原子和分子又是由帶負电的电子和帶正电的原子核所构成（所謂电荷其实乃是物质的一种属性）。按照近代的觀点，电磁場也是物质存在的一种形态，它可以和一切带电物质相互作用。我們日常所熟悉的光就是波长在一定范围內的电磁場，其他如无线电波，热射綫，X 射綫， γ 射綫也都是波长在不同范围的电磁場。电磁場和其他物质形态一样按照一定的規律运动变化，它也具有能量和动量等物质运动的基本属性。在同荷电物质的相互作用中，彼此的能量和动量可以相互轉化，这从光和热射綫的吸收和辐射，X 射綫和电子的康普登散射等过程中特別清楚地显示出来。

电磁場这种物质形态又具有自己的特点，它弥漫在空間中，并具有波动性和迭加性。光波或无线电波的干涉和衍射就是这种波动性和迭加性的显示。由于这些特点，对电磁場运动状态的描写就与宏觀質点有根本的不同。我們知道，一个質点的瞬时运动状态可用三个坐标和三个速度分量表示，而对于电磁場瞬时的运动状态却須要用空間的矢量函数 $E(x, y, z)$ 和 $B(x, y, z)$ 来表示，它們将给出电磁場的能量、动量以及电磁場对荷电物质的作用等特性。电磁場的运动及其受荷电物质的作用，就反映在 $E(x, y, z)$ 和 $B(x, y, z)$ 随時間的变化以及带电物质对 E 和 B 的影响上面。像物理学的其他运动規律一样，电磁場的运动規律由場的运动方程来表示。在这里，由于 E 和 B 为空間 (x, y, z) 和時間 t 的函数，运动方程将采取偏微分方程組的形式，它們就是通常所謂麦克斯韦方程組。

至于电磁場对荷电物质的作用力，則是通过所謂洛倫茲力公式来表示。

人类对于电磁运动形态的認識，像所有認識过程一样，是在实践中由現象到本質由特殊到一般逐步深入的。起初人們只觀察到帶電体之間以及載流導線之間存在作用力。当时将这种力解釋为帶電体之間的直接作用(即超距作用)，而電場和磁場是作为一种描述的手段而引入的，后来人們在长期不断地实践中，逐步揭露了电磁运动形态的本質，才認識到电磁場是运动物质的一种存在形态，并总结出了它的运动規律。本章的主要目的，就是要在實驗定律的基础上，經過分析和提高，总结出电磁場的运动規律——麦克斯韦方程組，及洛倫茲作用力公式，然后对电磁場的本質，它作为运动物质的一种形态进行深入的討論。

§ 1.1 庫倫定律，靜電場的散度和旋度

1. 庫倫定律是由實驗材料中直接总结出来的，它构成全部靜電理論的基础，它的內容可表述如下：

如果真空中有两个靜止的点电荷 q_1 和 q_2 ，由 q_1 到 q_2 的距离为 r_{21} ，則 q_2 所受的力为

$$\mathbf{F}_2 = k \frac{q_1 q_2 r_{21}}{r_{21}^3}, \quad (1.1)$$

同样 q_1 所受的力为

$$\mathbf{F}_1 = k \frac{q_1 q_2 r_{12}}{r_{12}^3} = -\mathbf{F}_2. \quad (1.2)$$

如果 r 及 F 选用 CGS 制单位，并令 $k=1$ ，則由此定出的电荷的单位叫做电荷的靜电单位(簡写为 CGSE 单位)。

要注意的是，电荷必須是靜止的点电荷，而且是处在真空中。在宏观理論中点电荷是一个极限觀念，如果荷电体之間的距离比起荷电体的綫度大得多时，它們即可近似作为点电荷来看待。

如果一个点电荷 q_0 同时受許多点电荷 $q_1, q_2 \dots$ 的作用, 則實驗告訴我們, q_0 所受總力为各个点电荷单独作用时的力的矢量和, 即

$$\mathbf{F} = \frac{q_0 q_1 \mathbf{r}_{01}}{r_{01}^3} + \frac{q_0 q_2 \mathbf{r}_{02}}{r_{02}^3} + \dots \quad (1.3)$$

在宏觀電動力學中, 电荷常常是連續分布的, 如果一个电荷受一个連續分布电荷的作用, 則可以將此連續分布的电荷分成許多小电荷元, 而应用上公式。于是有:

$$\mathbf{F} = \iiint_V \frac{q \rho r d\tau}{r^3}, \quad (1.4)$$

其中 \mathbf{r} 是由体积元 $d\tau$ 到点电荷 q 的距离。

从上面的公式不难得出一个連續分布电荷受另一个連續分布电荷的作用力为

$$\mathbf{F}_1 = \iiint_V \iiint_V \frac{\rho_1 \rho_2 \mathbf{r}_{12} d\tau_1 d\tau_2}{r_{12}^3}. \quad (1.5)$$

2. 根據庫倫定律, 可以說电荷附近的空間具有特殊的物理性質, 即出現在此空間中的其它电荷将受到力的作用。于是人們把这种电荷在其中会受到力的空間称为电場。如引言中所述, 場在这里还只是作为描述电現象的手段而引入的, 人們還沒有認識到, 电磁場是物质存在的一种形态, 它可以离开电荷而独立存在(在交变电磁場情况)。在本节中我們暫仍保持这种原始的觀點, 在以后的几节中逐步地达到对电磁場更本质的認識。

当电荷处在电場中不同地点时, 所受力是不相同的, 下面我們將引进电場强度来描写电荷在电場中各点受力的情况。

由庫倫定律, 我們知道, 在一定电荷分布的电場中, 作用于靜止的試探点电荷的力, 与試探点电荷的电荷 q 成正比, 即

$$\mathbf{F} = q \mathbf{E}.$$

比例常量 E 即为单位电荷所受的力, 并称为电場强度, 这样对于

空间每点都能定出一个 E 。因而一般說来得到一个 x, y, z 的矢量函数。

上述关于电場的定义，即单位电荷所受的力，不仅对静电场适用，对交变电場也适用，但要注意，試探点电荷必須是靜止的。

在实际上用試探电荷的方法去测量 E 时，应注意使得試探电荷的电量 q 很小，以免它的引入改变了原来的电荷分布。

在电荷分布已知的情况下，可以从庫倫定律去計算电場：

$$E = \sum \frac{q_i \mathbf{r}_i}{r_i^3}. \quad (1.6)$$

在电荷是連續的分布时，

$$E(x, y, z) = \iiint \frac{\rho(x', y', z') \mathbf{r} d\tau'}{r^3}, \quad (1.7)$$

連續分布的电荷在电場中所受的力应为

$$\mathbf{F} = \iiint \rho E d\tau. \quad (1.8)$$

注意若引入此連續分布的电荷后，电場强度 E 的值有所变动，则上式中的 E 应該用变动后的值。

根据庫倫定律，可以得到下述重要定理：

在静电場中，通过任一封閉曲面向外的电通量，就等于此曲面所包含电荷的代数和的 4π 倍，即

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\sigma = 4\pi Q. \quad (1.9)$$

在电荷为連續分布时

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\sigma = 4\pi \iiint_{V_s} \rho d\tau. \quad (1.10)$$

上述体积分的区域 V_s 即为封閉曲面 S 的内部，这就是普通所謂的高斯定理。

証明很简单。先看只有一个点电荷的情况。这时通过 $d\sigma$ 的

電通量為

$$\mathbf{E} \cdot d\sigma = E \cos \theta d\sigma = \frac{q}{r^2} \cos \theta d\sigma,$$

我們知道

$$\frac{\cos \theta}{r^2} d\sigma = d\Omega,$$

$d\Omega$ 代表小面積 $d\sigma$ 對點電荷所張的立體角元，它可以取正值和負值，正負號由 r 與 $d\sigma$ 之間的夾角是銳角還是鈍角而定（圖 1.1）。

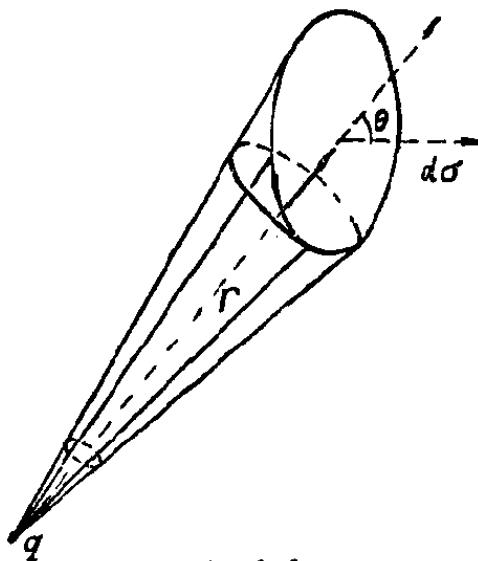


圖 1.1

若所取封閉曲面包含點電荷，則由於 $d\sigma$ 的方向總是規定為自曲面內到曲面外，即有

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\sigma = q \int d\Omega = 4\pi q.$$

若所取封閉曲面不包含此點電荷，

則

$$\int d\Omega = 0,$$

故

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\sigma = 0.$$

對於一個點電荷情況證明就已完畢。在有不止一個點電荷的情況，利用以上結果亦有

$$\oint\limits_S \mathbf{E} \cdot d\sigma = \oint\limits_S (\Sigma \mathbf{E}_i) \cdot d\sigma = \\ = \Sigma \oint\limits_S \mathbf{E}_i \cdot d\sigma = 4\pi Q,$$

Q 为曲面包含的总电荷。对于电荷連續分布的情况，可将每个小体积元中的电荷 $\rho d\tau$ 作为点电荷来看待，于是仍有

$$\oint\limits_S \mathbf{E} \cdot d\sigma = 4\pi Q = 4\pi \iiint_V \rho d\tau.$$

直接将

$$\mathbf{E} = \iiint_{\infty} \frac{\rho r d\tau'}{r^3}$$

代入

$$\oint\limits_S \mathbf{E} \cdot d\sigma$$

中，亦可求得同样的結果。

由此可见，通过一封閉曲面的电通量只同其内部包含的电荷总值有关，与它們如何分布无关，而且也与外界的电荷无关。

上述奧-高定理是以积分形式表示的，通过矢量分析数学公式

$$\oint\limits_S \mathbf{E} \cdot d\sigma = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{E} d\tau,$$

可以得到

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{E} d\tau = 4\pi \iiint_V \rho d\tau.$$

由于上式对于任何积分限都成立，因此有

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \rho. \quad (1.11)$$

这就是奧-高定理的微分形式，在电荷連續情况，它与积分形式完全相当，它告訴我們任一点电場的散度等于該点电荷密度的 4π 倍。

由奧-高定理，得知靜电場是有源場^①，电荷即是它的源，每单

① 关于有源場的定义，參見附录A“矢量分析”。

位正電荷都發散出 4π 電通量, 而單位負電荷都聚斂入 4π 電通量。

在電荷分布很對稱的情況, 由庫倫定律可以事先肯定電場具有某些對稱性。這時, 利用奧-高定理可以很方便地確定電場, 關於這點, 在普通物理中已講了很多, 此處不多重複了, 下面只舉一個例子作為說明。

例 求一個均勻帶電球體內的電場。設 O 為球心, P 為內中任一點, 我們以 O 為心, 通過 P 作一球面(圖 1.2), 由庫倫定律及電荷分布對稱性的考慮可以得知球面上各點處的電場必與球面垂直, 而且數值相同, 于是

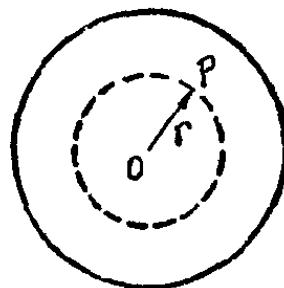


圖 1.2

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{E} \cdot d\sigma &= \oint E \cos \theta d\sigma = \oint E d\sigma = E \iint d\sigma = \\ &= 4\pi r^2 E. \end{aligned}$$

而

$$4\pi \iint \rho d\tau = 4\pi \frac{4\pi}{3} \rho r^3,$$

故

$$E = \frac{4\pi}{3} \rho r. \quad \forall \varepsilon = \infty.$$

上式表明, 當球的半徑足夠小時它所產生的電場即使在其內部也是很小的, 這一結果對以後考慮一些問題將有幫助。值得提醒的是, 用奧-高定理求解電場只有利用了對稱性才有可能得出結果。

從庫倫定律還可求出

$$\oint \mathbf{E} \cdot dl = 0, \quad (1.12)$$

其中積分線是任意的封閉曲線, 這告訴我們靜電場是非旋的^①。証

① 參見附錄A“矢量分析”。

明也很简单，对于只有一个点电荷的情况

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \oint \frac{q\mathbf{r}}{r^3} \cdot d\mathbf{l} = \oint \frac{qdr}{r^2} = 0,$$

因为这里 $d\mathbf{l}$ 即 $d\mathbf{r}$ ，而 $\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = r dr$ 。对于一组点电荷的情况，亦有

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \oint (\sum \mathbf{E}_i) \cdot d\mathbf{l} = \sum \oint \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = 0.$$

如果电荷是连续分布的，可以分成许多小体积元，这种每个小体积元相当于一个点电荷 $\rho d\tau$ ，因而亦得同样结果。

通过斯托克斯定理，即

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \iint \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\sigma,$$

从(1.12)式可得

$$\iint \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\sigma = 0.$$

由于上式对任意曲面都对，易证有

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0. \quad (1.13)$$

即电场 \mathbf{E} 的旋度处处为零。这就是 $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ 的微分表示式，在场强 \mathbf{E} 连续分布并可微的情况下，微分形式与积分形式完全相当。

根据(1.12)或(1.13)，可以引进电场的标量势 φ ：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= -\nabla \varphi, \\ \varphi &= - \int_{(x_0, y_0, z_0)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \varphi_0. \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

对于一个点电荷情况，根据库伦定律，并取无穷远处的 φ 为零，即得

$$\varphi = \frac{q}{r}, \quad (1.15)$$

由此并可推出分布在有限空间中的连续电荷的电势为

$$\varphi(x, y, z) = \iiint \frac{\rho(x', y', z') dr'}{r}, \quad (1.16)$$

⑨通常称为靜電勢。

3. 在本節中我們由庫倫定律得出電場是一個有源無旋場, 其旋度等於零, 散度等於 $4\pi\rho$ 。這些結果除了在特殊情況便於解決實際問題, 以及使我們對靜電場的性質有更深入的了解以外, 還有一個重要的意義, 那就是庫倫定律只適用於靜電情況, 在普遍情況下是不適用的, 因此, 我們必須分析出它的那些性質同後來普遍情況下的實驗相矛盾, 因而在普遍理論中必須拋棄或修改, 那些性質在普遍情況下仍是正確的, 可以保留。以後將看到(1.13)與普遍情況下的實驗結果矛盾, 因而必須修改, 而(1.11)却與以後的結果無任何矛盾, 可以推廣到普遍情況。

§ 1.2 安培-畢奧-薩瓦定律, 靜磁場的散度和旋度

1. 电荷的流动即形成电流。在普遍情况, 要描写电流的状态, 仅用总电流 I 是不够的, 必需要用电流密度 \mathbf{j} , 它是 x, y, z, t 的函数, 表示出导体内每一点每个时刻流动的情况。 \mathbf{j} 的方向表示該点該时刻电流流动的方向, 它的数值表示单位時間內通过单位横截面积的电荷。通过任意曲面的电流(由曲面的后方通向前方)等于

$$I = \iint_S \mathbf{j} \cdot d\sigma. \quad (2.1)$$

若某点处电荷密度为 ρ , 而且电荷以共同的速度 v 运动, 則該点的电流密度就等于

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}. \quad (2.2)$$

注意这个关系式并不普遍成立, 例如在导体内部, 可以发生 ρ 为零, 而 \mathbf{j} 不为零的情况。这是因为其中正负电荷速度不同, 不能以共同速度 v 表示。例如, 在金属导体中, 正电荷是不动的, 故虽然

$$\rho = \rho_+ + \rho_- = 0,$$

而