



教育科学“十五”国家规划课题研究成果

高等学校经济管理学科数学基础系列教材

总主编 陈文灯 杜之韩

微积分

(上册)

王雪标 王拉娣 聂高辉

Calculus



高等教育出版社

教育科学“十五”国家规划课题研究成果
高等学校经济管理学科数学基础系列教材

总主编 陈文灯 杜之韩

微 积 分

(上 册)

王雪标 王拉娣 聂高辉

高等教育出版社

内容提要

本书是教育科学“十五”国家规划课题“21世纪中国高等学校经济管理类数学课程教学内容和课程体系的创新与实践”项目成果之一。

本书主要特色是结构清晰,概念准确,贴近考研,深入浅出,言简意赅,可读性强,便于学生自学,且能够启发和培养学生的自学能力。本书是《微积分》的上册,主要内容有:函数、极限与连续,一元函数的导数与微分,微分中值定理与导数的应用,不定积分,定积分。书中每章配有A, B两组习题和参考答案。

本书可作为高等学校经济管理类专业教材,也十分适合考研学生参考。

图书在版编目(CIP)数据

微积分. 上册/陈文灯, 杜之韩总主编. —北京:
高等教育出版社, 2006.7

ISBN 7-04-019377-9

I. 微... II. ①陈... ②杜... III. 微积分 -
高等学校 - 教材 IV. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 059575 号

策划编辑 马 丽 责任编辑 张耀明 封面设计 张中申 责任绘图 黄建英
版式设计 陆瑞红 责任校对 姜国萍 责任印刷 陈伟光

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	涿州市京南印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×960 1/16	版 次	2006年7月第1版
印 张	11.75	印 次	2006年7月第1次印刷
字 数	210 000	定 价	12.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 19377-00

高等学校经济管理学科数学基础系列教材

编 委 会

总 主 编

陈文灯	中央财经大学
杜之韩	西南财经大学

编 委 (按姓氏笔画排序)

王拉娣	山西财经大学
王雪标	东北财经大学
李博纳	对外经济贸易大学
赵新泉	中南财经政法大学
顾荣宝	南京财经大学
聂高辉	江西财经大学
梁治安	上海财经大学
黄惠青	中央财经大学

总 序

在社会科学中，数学的首要应用领域无疑是经济学。马克思认为，一门学科成熟与否的标志就是看其对数学的应用程度。经济学在上世纪飞速发展，其数学工具、模型的应用越来越广泛和深入，这是毋庸置疑的进步。随着中国加入 WTO，经济全球化进程加快和知识经济时代的到来，培养经济学、管理学与数学相结合的复合型人才成为一种大趋势。为了探索和建立我国高等学校经济管理类数学课程教学内容和课程体系，全国高等学校教学研究中心（以下简称“教研中心”）在承担全国教育科学“十五”国家规划课题——“21 世纪中国高等教育人才培养体系的创新与实践”研究工作的基础上，决定组织高等学校经济管理专业开展其子项目课题——“21 世纪中国高等学校经济管理类数学课程教学内容和课程体系的创新与实践”的研究与探索，以进一步推动和促进高等学校经济管理类数学课程建设。本课题的建设目标是：紧密配合教育部已经启动的“高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作”，在经济管理类数学课程教学内容、课程体系和教材建设已经取得的成果基础上，在建设经济管理类专业的校、省、国家三级精品课程的过程中，集中力量，深入探索，在现代教育技术平台上建成适应经济管理类专业创新人才培养需要的数学课程体系和立体化教材体系。本项目得到了高等教育出版社的大力支持与配合，即将推出一批适应经济管理类数学课程需要的立体化教材，并冠以“教育科学‘十五’国家规划课题研究成果”。

在项目的研究过程中，我们始终紧紧围绕着以上建设目标，从经济管理数学教学现状的调查研究与分析入手，不断拓宽专业视野，加强应用和实践的环节，力图在整个项目研究过程中，体现以下几点鲜明特色：

（1）树立科学的发展观，在继承的基础上不断超越

经济数学，即在经济中应用的数学，是经济学与数学相互交叉的一个跨学科领域。整体项目的研究工作以经管类数学基础课程如何适应现在及未来的经济学、管理学的发展为切入点，全面而深入地进行课程体系和教学内容探索与研究。即在消化与吸收多年来已有的成果基础上，努力实践，大胆创新，要

随着经管学科的发展而不断与其融合,真正体现其应用性,这是项目研究工作的基石。

(2) 以项目研究为先导,为高校教学改革服务

随着我国高等教育的发展和高校教学改革的不断深入,特别是随着教育部“高等学校教学质量和教学改革工程”的启动和实施,建设一批具有示范性和适应性的经管数学精品课程教材已经成为一种迫切的要求,而这些工作需要通过深入的研究和探索作为支撑。2003年8月,在西安召开的高等学校非数学类专业数学课程教学基本要求研讨会上,经管项目小组成员集中讨论了在当前经管专业不断扩招的新形势下,应该如何制定与经管类专业数学教学相适应的基本要求。并对《经济管理类数学课程教学基本要求(初稿)》提出了很多具有建设性的意见和构想。目前修改稿在全国范围内征求意见。2003年12月,国内九所财经类院校(中央财经大学、上海财经大学、对外经济贸易大学、南京财经大学、东北财经大学、山西财经大学、中南财经政法大学、西南财经大学、江西财经大学)的专家学者齐聚北京,在深入分析现阶段我国对经济管理类人才需求,并在广泛征求一线教师的意见基础上,根据《经济管理类数学课程教学基本要求》修改稿着手编写一套具有先进性、适用性、示范性和系统性的精品教材,为各高校进行相关专业课程体系和教学内容的设计与改革提供参考。

(3) 注重学科的交叉融合,建设立体化资源体系

经管类数学基础课程应重视数学、计算机技术与经济管理学的交叉结合,充分利用各个学校经济学和管理学的资源优势,强调基本概念的阐述,简化理论推导,反映科学技术的发展水平,突出学生的个性发展。经管类数学基础课程教材及教学资源的建设在项目研究的基础上,不断研制和开发系列教材相关配套教学资源,即注重配套的教学参考书、学习指导书、电子教案、多媒体课件、网络课程等的研发,鼓励先进的教学方法和手段特别是信息技术的应用。

(4) 进行分类指导,建设交流共享平台

如今,知识结构完整、适应性强、动手能力强的经济管理复合型人才越来越受欢迎,同时,对经济管理人才需求的层次化和多样性也带来了高等院校经管专业定位的层次化和多样性,因此需要通过研究对各高校的经管专业进行分类指导。此外,还要为广大的教师搭建一个交流共享的平台,强调师资培训的重要性,将通过各种层面和形式的示范交流与师资培训,帮助广大一线教师提高教学水平,促进先进教学经验和优秀教学资源的交流与推广,帮助各高校加快课程体系和教学内容更新的步伐。

在新的世纪,经济管理类数学基础课程改革将不断培养出满足市场需求的

人才，寻找自身的新定位，项目研究也将在对国内外经济管理类专业数学教学内容和课程体系进行深入研究的基础上，吸取各项教改成果，从而快速有效地建立起一个高水平的学习环境，为建立具有中国特色的适应 21 世纪人才培养需要的经管数学教材和全面提高经管数学教学质量而不懈努力。

全国高等学校教学研究中心

2003 年 4 月

前 言

为了配合教育部高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作,全国高等学校教学研究中心于2003年8月通过招标的形式,确定和组织了中央财经大学、西南财经大学、上海财经大学、中南财经政法大学、对外经济贸易大学、东北财经大学、江西财经大学、山西财经大学、南京财经大学等九所高校的专家、教授组成课题组,开展了“21世纪中国高等学校经济管理类数学课程教学内容和课程体系的创新与实践”立项课题的研究。在共同分析和研究了国内外经济管理类数学教学与教材的特点及当前高校中数学教学的现状以及教材资源现状后,大家一致认为:编写一套既传承国内外教材的优良传统,又反映时代对数学教育的新要求,且有较强生命力的教材非常必要。新教材应该在充分发掘、归纳、提炼高等学校经济管理类数学课程教学经验、教材改革经验与教材编写经验的基础上做到有所创新;新教材应该做到基本概念、基本理论表述准确,内容叙述深入浅出,言简意赅,可读性强,便于学生自学,且能够启发和培养学生的自学能力。课题组为此成立了高等学校经济管理类数学基础系列教材编委会,负责拟定教材编写大纲并组织实施创新教材的编写、审稿和定稿工作。

现在呈现在大家面前的这套高等学校经济管理类数学基础系列教材就是历经两年的“21世纪中国高等学校经济管理类数学课程教学内容和课程体系的创新与实践”立项课题研究工作的成果。本套教材有如下特点:

1. 教材由主、辅两部分组成。主教材由《微积分(上册)》、《微积分(下册)》、《线性代数》、《概率论与数理统计》4册组成。辅教材为上述4册的同步辅导书,是为学生释疑解惑并帮助其理解概念、理论,掌握题型解法和技巧的辅导教材。它们将在主教材出版后陆续出版,便于读者选用。

2. 教材内容在现行经济管理类数学教学基本要求的基础上略有拓宽和加深,以满足近年来高校中部分新增专业对数学基础的更高要求。此外,考虑到经济管理类专业数学教学的目标和特点,在保证数学的严谨性、逻辑性的前提下,教材删除了一些不必要的推理论证过程,突出了理论的应用,强化理论与实际的结合。

3. 将微积分、线性代数、概率论与数理统计三门课程的应用部分单独成章, 置于书末, 以方便教师根据不同专业的需要选用。

4. 教材编入了比较丰富的习题, 适当融入了一些研究生入学考试内容, 选用了近年全国研究生数学入学统一考试中的部分优秀试题, 为准备报考硕士研究生学生提供了基础支持。在主教材的同步辅导书中, 这方面的作用进一步的进行了强化。

现在面世的这本《微积分(上册)》由王雪标、王拉娣、聂高辉主编, 参加编写的还有杜式文、杨爱珍、殷承元、顾荣宝、苏燕玲、周若、潘权、刘振洁等。

本套高等学校经济管理学科数学基础系列教材在编写过程中得到了东北财经大学、中央财经大学、高等教育出版社等各方领导的大力支持, 高等教育出版社马丽编辑及其他工作人员在组稿过程中做了大量的工作, 编委会在此对他们表示由衷地感谢!

恳请使用本教材的师生多提宝贵意见, 以便我们再版时改进。

高等学校经济管理学科数学基础系列教材

编委会

2005. 11

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

目 录

第1章 函数、极限与连续	1
§ 1.1 函数的概念及基本特性	1
§ 1.2 复合函数与反函数	7
§ 1.3 初等函数	9
§ 1.4 简单的经济函数	14
§ 1.5 函数的极限	16
§ 1.6 无穷小量与无穷大量	21
§ 1.7 极限的性质与运算法则	23
§ 1.8 极限存在性准则与两个重要极限	26
§ 1.9 无穷小量的比较与等价代换	31
§ 1.10 函数的连续性	33
习题一	40
第2章 一元函数的导数与微分	45
§ 2.1 导数的概念	45
§ 2.2 导数的计算	53
§ 2.3 高阶导数	62
§ 2.4 微分	65
§ 2.5 导数在经济学中的应用	69
习题二	71
第3章 微分中值定理与导数的应用	76
§ 3.1 微分中值定理	76
§ 3.2 洛必达(L'Hospital)法则	82
§ 3.3 函数单调性的判别法	89
§ 3.4 函数的极值与最值	91

§ 3.5 曲线的凹凸性与拐点	96
§ 3.6 曲线的渐近线	99
§ 3.7 函数作图	100
习题三	103
第4章 不定积分	107
§ 4.1 原函数与不定积分的概念	107
§ 4.2 基本积分公式与不定积分性质	108
§ 4.3 换元积分法	111
§ 4.4 分部积分法	120
习题四	125
第5章 定积分	129
§ 5.1 定积分的概念	129
§ 5.2 定积分的性质	131
§ 5.3 微积分基本定理	134
§ 5.4 定积分的换元积分法与分部积分法	139
§ 5.5 定积分的应用	143
§ 5.6 反常积分	150
习题五	155
参考答案	162

第1章

函数、极限与连续

函数的概念及基本特性

一、概念

1. 区间

在中学数学里，我们已经学过集合的概念及其基本运算，在这里要强调的是——一类特定的所有元素都是实数的集合，简称数集。

全体实数的集合记为 $\mathbf{R}$ ，全体自然数的集合记为 $\mathbf{N}$ ，此外，常用的实数集合还有区间，其定义如下：

定义 1.1 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，且 $a < b$ ，定义：

- (1) 闭区间 $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$ ；
- (2) 开区间 $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$ ；
- (3) 半开区间 $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$ ；
 $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$ ；
- (4) 无穷区间 $\mathbf{R} = (-\infty, +\infty)$ ，
 $(-\infty, b] = \{x \mid -\infty < x \leq b\}$ ，
 $(-\infty, b) = \{x \mid -\infty < x < b\}$ ，
 $[a, +\infty) = \{x \mid a \leq x < +\infty\}$ ，
 $(a, +\infty) = \{x \mid a < x < +\infty\}$ 。

通常，将闭区间、开区间、半开区间和无穷区间统称为区间，区间在数轴上的表示如图 1-1 所示：

在今后的讨论中，有时需要考虑由某点 x_0 附近的所有点构成的集合。为此，引入邻域的概念。

定义 1.2 设 δ 为某个正数，称开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 为点 x_0 的 δ 邻域， x_0

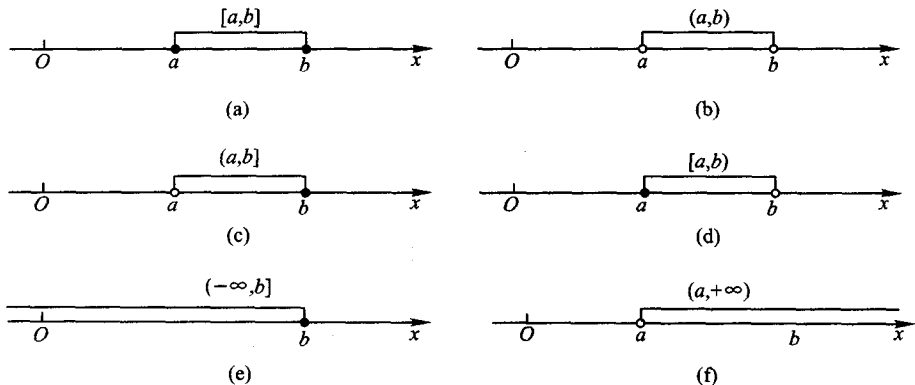


图 1-1

为该邻域的中心, δ 为该邻域的半径. 记作 $U(x_0, \delta)$.

点 x_0 的邻域去掉中心 x_0 后的集合

$$(x_0 - \delta, x_0 + \delta) \setminus \{x_0\},$$

称为点 x_0 的空心 δ 邻域 (或去心邻域), 称开区间 $(x_0 - \delta, x_0)$ 为点 x_0 的左邻域, $(x_0, x_0 + \delta)$ 为点 x_0 的右邻域.

点 x_0 的 δ 邻域 (如图 1-2(a) 所示), 又可表示为不等式

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta \text{ 或 } |x - x_0| < \delta;$$

点 x_0 的空心 δ 邻域 (如图 1-2(b) 所示), 可表示为不等式

$$0 < |x - x_0| < \delta.$$

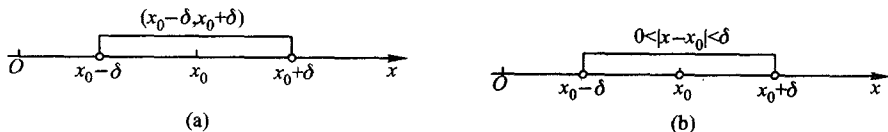


图 1-2

2. 函数概念及其表示法

在研究实际问题时, 所涉及的几个变量之间常会具有某种确定的关系, 下面的例子就属于这种情形.

例 1 图 1-3 是某地用温度自动记录仪记录的该地某天 24 小时气温变化曲线. 该曲线描述了当天气温 T 随时间 t 变化的情形. 对任何时刻 $t_0 \in [0, 24]$ 可按图 1-3 中所示的对应规则唯一确定 t_0 时刻的气温值 T_0 .

函数的严格数学定义如下:

定义 1.3 设 D 为一个非空数集, 如果按照某种对应规则 f , 对于任意一

个 $x \in D$, 都存在唯一的实数 y 与之对应, 则称对应规则 f 为定义在数集 D 上的一个函数. 其中 D 称为函数 f 的定义域, x 称为自变量, y 称为因变量.

定义域 D 通常记为 D_f , 当定义域为区间时, 则称为定义区间. 对于每个 $x \in D_f$, 由法则 f 所对应的实数称为 f 在点 x 处的函数值.

一般将函数记为

$$y = f(x), x \in D_f.$$

全体函数值所构成的集合, 称为函数的值域, 记为 Z 或 Z_f , 即

$$Z = Z_f = \{y \mid y = f(x), x \in D_f\}.$$

常用的函数表示法有三种: 图示法、表格法和公式法. 图示法能直观地表示函数的变化, 如例 1 中的温度函数一般只能用图示法表示. 表格法(如各种函数表、经济统计报表等)便于求一些函数值, 而公式法便于运算和分析, 故用得最多. 这三种函数表示法各有优缺点, 且互为补充, 因此常将它们结合起来使用.

3. 分段函数

在实际应用中经常遇到这样的函数: 在其定义域的各个不相交的子集(多为子区间)上, 函数分别用不同的解析表达式表示, 这类函数称为分段函数. 例如,

(1) 绝对值函数

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0; \end{cases}$$

(2) 符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0; \end{cases}$$

(3) 狄利克雷(Dirichlet)函数

$$y = \begin{cases} 1, & x \in \mathbf{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbf{Q}, x \in \mathbf{R}, \end{cases} \quad \text{其中 } \mathbf{Q} \text{ 为有理数集;}$$

(4) 取整函数

$$y = [x] = n, n \leq x < n+1, n=0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 显然有 $[x] \leq x < [x] + 1$.

例如 $[2.1] = 2$, $[-2.4] = -3$, $[-0.2] = -1$.

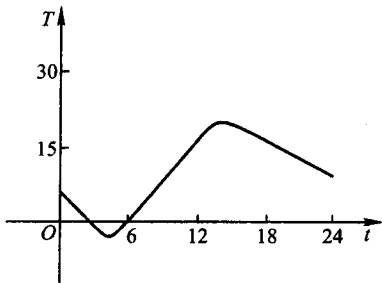


图 1-3

注意: 分段函数在其整个定义域上是一个函数, 而不是几个函数.

4. 函数定义域的求法

设 $y=f(x)$ 的定义域为 D_f , 按照函数的定义, D_f 中的点 x 应是使 $f(x)$ 有意义的实数集合. 而对于实际问题中的函数, 其定义域应结合问题的实际意义确定.

5. 函数的运算

设 $f(x)$, $x \in D_f$, $g(x)$, $x \in D_g$, 则

$$F(x) = f(x) \pm g(x), G(x) = f(x) \cdot g(x)$$

的定义域都为 $D_f \cap D_g$.

$$H(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ 的定义域为 } D_f \cap (D_g \setminus \{x \mid g(x) = 0\}).$$

这时 $F(x)$ 称为 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的代数和, $G(x)$ 称为 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的积, $H(x)$ 称为 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的商.

例2 求函数 $f(x) = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} : \lg(2-x)$ 的定义域.

解 因为 $4-x^2 \geq 0$ 的解集为 $|x| \leq 2$, 即 $x \in [-2, 2]$; $x-1 > 0$ 的解集为 $x > 1$, 即 $x \in (1, +\infty)$, 又 $2-x > 0$ 的解集为 $x < 2$, 即 $x \in (-\infty, 2)$, 所以, 函数 $f(x)$ 的定义域为

$$D = [-2, 2] \cap (1, +\infty) \cap (-\infty, 2) = (1, 2).$$

例3 求函数 $f(x) = \lg\left(1 - \frac{[x]}{x}\right) + \arcsin \frac{x-2}{4}$ 的定义域.

解 $\left|\frac{x-2}{4}\right| \leq 1$ 的解集为 $[-2, 6]$.

又由 $1 - \frac{[x]}{x} > 0$ 可知, $x > 0$, 且不为整数. 所以, 该函数的定义域为

$$D = (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, 4) \cup (4, 5) \cup (5, 6).$$

二、函数的基本特性

1. 单调性

定义 1.4 设函数 $f(x)$ 在某区间 D 上有定义, 对于任意 $x_1, x_2 \in D$, 且 $x_1 < x_2$,

(1) 若 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上单调增加(或单调非降), 记作 $f \uparrow$. 若无等号则称严格单调增加, 记作 $f \uparrow$;

(2) 若 $f(x_1) \geq f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上单调减少(或单调非升), 记作 $f \downarrow$. 若无等号则称严格单调减少, 记作 $f \downarrow$.

这时也称区间 D 为 $f(x)$ 的单调区间, $f(x)$ 为区间 D 上的单调函数. 如图 1-4(a)与(b)所示的函数, 在所给区间 $[a, b]$ 上函数 $f(x)$ 分别称为严格单调

增加函数与严格单调减少函数.

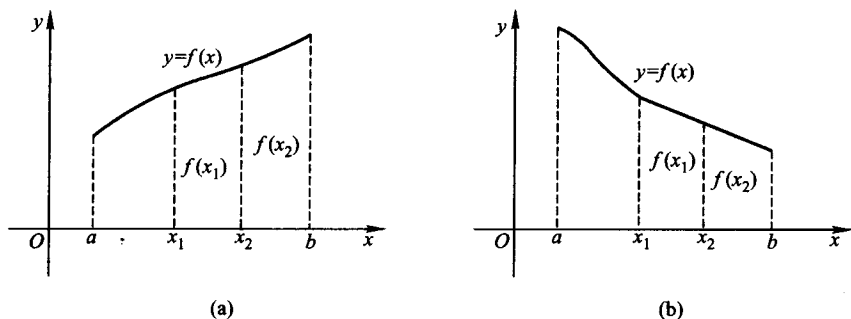


图 1-4

2. 有界性

定义 1.5 设函数 $f(x)$ 在集合 D 上有定义.

(1) 如果存在 $M > 0$, 使得对任意的 $x \in D$, 恒有 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上有界, 此时也称 $f(x)$ 为 D 上的有界函数; 否则称 $f(x)$ 在 D 上无界, 此时也称 $f(x)$ 为 D 上的无界函数;

(2) 如果存在 M , 使得对任意的 $x \in D$, 恒有 $f(x) \leq M$, 则称 $f(x)$ 在 D 上有上界;

(3) 如果存在 M , 使得对任意的 $x \in D$, 恒有 $f(x) \geq -M$, 则称 $f(x)$ 在 D 上有下界.

显然, 有界函数必有上界和下界, 反之, 既有上界又有下界的函数必有界.

有界函数的图形如图 1-5 所示, 由图可知, 曲线 $y=f(x)$ 的图形夹在两条直线 $y=M$ 和 $y=-M$ 之间.

例如, 函数 $y = \sin x$, 由于 $|\sin x| \leq 1$, 所以 $y = \sin x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的有界函数.

函数 $y = \frac{2x^2}{x^2+1}$, 由于 $\left| \frac{2x^2}{x^2+1} \right| \leq 2$, 所以函数 $y = \frac{2x^2}{x^2+1}$ 也是 $\mathbf{R}$ 上的有界函数.

3. 奇偶性

定义 1.6 设函数 $f(x)$ 在集合 D 上有定义, 如果 $\forall x \in D$, 恒有 $-x \in D$.

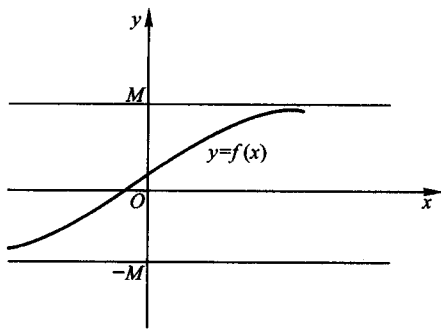


图 1-5