

中等专业学校试用教材

地图投影

黄国寿

测绘出版社

中華全國地圖出版總社

地圖投影

黃國璋

國書出版社

中等专业学校试用教材

地 图 投 影

黄 国 寿

测 绘 出 版 社

内 容 简 介

本书从地图投影的变形原理导出等角投影和等积投影的条件，按方位投影、圆柱投影、圆锥投影的分类，从投影条件推导出各种投影的公式，在此基础上阐述了伪圆柱投影、伪圆锥投影、伪方位投影和多圆锥投影的经纬线网图形特征，并推导了各种投影的公式。对于各种投影都说明了它们的变形分布和用途。常用的投影还有实际算例。

本书可供中等专业学校地图制图专业作为地图投影课程的教材，也可供地图制图技术人员参考。

中等专业学校试用教材

地 图 投 影

黄国寿

测 绘 出 版 社 出 版

北 京 光 华 胶 印 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本 850×1168 1/32·印张 8³/₄·字数 227 千字

1983 年 11 月第一版·1985 年 11 月第二次印刷

印数 3,501—6,200 册·定价 1.90 元

统一书号：15039·新 311

前 言

本书是为中等专业学校地图制图专业地图投影课程编写的教材。内容符合地质部*于1978年制订的该课程教学大纲的规定，并略有增加。

和1962年中国工业出版社出版的、本人编写的中等专业学校试用教材《地图投影》比较，增加了以偏导数表述的地图投影的基础公式、高斯-克吕格投影（包括计算公式、长度比公式和子午线收敛角公式的推导）、横圆柱投影、伪方位投影等章节，在圆锥投影的各节中推导了按变形分布的条件确定参数的公式，在多圆锥投影一章中介绍了正切差分纬线多圆锥投影。这一方面是由于教学计划中地图投影课程的学时增加，另一方面也由于学生实习应用了电子计算器，计算实习的效率显著提高，使本课程比以前有较多的时间，可以适当增加一些内容。

讲授本书主要内容（包括计算实习）估计需要90学时。地图投影的基础公式一章是为讲授高斯-克吕格投影作准备的，如果不推导高斯-克吕格投影的公式，也不必讲授基础公式。

本书承武汉测绘学院胡毓钜副教授、龚剑文讲师审阅，提出了宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免有错误或不妥之处，请使用本书的同志提出宝贵意见，以便今后改进。

黄国寿

1982年8月

* 现称“地质矿产部”。

目 录

绪论.....	(1)
§1 地图投影学研究对象.....	(1)
§2 地图投影的条件.....	(2)
§3 地图投影的基本方法.....	(4)
第一章 地球椭球的参数和基本公式.....	(6)
§4 地球的形状和大小.....	(6)
§5 大地坐标系.....	(8)
§6 纬线圈的半径和纬线弧长.....	(9)
§7 子午圈和卯酉圈的曲率半径.....	(12)
§8 经线弧长.....	(15)
§9 地球当作球体时的半径.....	(18)
第二章 地图投影的基本理论.....	(20)
§10 长度比.....	(20)
§11 变形椭圆.....	(21)
§12 方向和角度变形.....	(26)
§13 面积比.....	(29)
§14 地图投影的基础公式.....	(31)
§15 等角条件和等积条件.....	(38)
§16 地图投影的分类.....	(42)
§17 球面坐标系.....	(46)
第三章 透视投影和方位投影.....	(51)
§18 透视投影的一般公式.....	(51)
§19 正射透视投影.....	(54)
§20 球面透视投影.....	(59)
§21 球心透视投影 (日晷投影)	(61)

§22 等角方位投影.....	(64)
§23 等积方位投影.....	(67)
§24 等距方位投影.....	(75)
第四章 圆柱投影	(77)
§25 圆柱投影的一般公式.....	(77)
§26 等角圆柱投影.....	(80)
§27 等积圆柱投影.....	(88)
§28 等距圆柱投影.....	(94)
§29 透视圆柱投影.....	(96)
§30 等角横圆柱投影.....	(100)
§31 高斯-克吕格投影	(102)
第五章 圆锥投影	(113)
§32 圆锥投影的一般公式.....	(113)
§33 等角圆锥投影.....	(115)
§34 等积圆锥投影.....	(129)
§35 等距圆锥投影.....	(136)
§36 圆锥投影参数的决定.....	(140)
第六章 伪圆柱投影	(145)
§37 伪圆柱投影的一般公式.....	(145)
§38 等积伪圆柱投影.....	(147)
§39 任意伪圆柱投影.....	(169)
第七章 伪圆锥投影和伪方位投影	(173)
§40 彭纳伪圆锥投影.....	(173)
§41 伪方位投影.....	(184)
第八章 多圆锥投影和其他投影	(192)
§42 普通多圆锥投影.....	(192)
§43 改良多圆锥投影.....	(195)
§44 广义多圆锥投影.....	(199)
§45 月球图的投影.....	(207)

第九章 投影的选择	(209)
§46 制图区域的形状、地理位置和面积大小对 投影选择的影响.....	(209)
§47 地图的任务和特点对地图投影的要求.....	(211)
§48 地图投影应用举例.....	(216)
附录	(221)
一、投影计算用表.....	(221)
二、数学公式.....	(268)
参考文献	(272)

绪 论

§ 1 地图投影学研究的对象

地球表面是一个不能展开的曲面，因此，要把地球表面表示在平面上，必须有一个科学的方法。我们是否可以避免这个问题呢？例如，把地球表面表示于球面上。但是一般地球仪的比例尺很小，一个直径 30 厘米的地球仪是地球的五千万分之一，表示的地球表面形势是极其概略的。至于制作更大的地球仪，例如 1:1 百万的地球仪，半径约有 6.4 米，对于实际应用仍无多大的意义。其次，地球仪或曲面的地面模型不容易制作，使用也不方便，量算作业困难。所以只有把地球表面表示在平面上，即画在纸上制成地图，才具有广泛应用的价值。

是否可以用简单的办法把地球表面表示于平面上呢？我们设想把地球表面用经线和纬线每隔经差 $30'$ 、纬差 $20'$ 划分成许多球面梯形，由于地球的半径很大，* 地表面的弯曲程度很小，在这样小的球面梯形内弯曲程度是十分微小的，因此可以把它当作平面，进行测量，制成地图（我们把这种地图称为平面图）。即使是很小的球面梯形，把它当作平面测绘地图，在理论上仍然包含变形，不过变形极小，比纸张的伸缩还小得多，可以忽略不计而已。

但是，一个省或一个国家如果就这样划分为小的球面梯形，分别测绘平面图，不可能拼接成为一幅完整的地图。在平面上拼接这些平面图时，如果沿纬线拼接，沿经线就出现裂隙，如果沿经线拼接，沿纬线就出现裂隙。所以这种办法不能用于测制完整的地图。

制作大区域的地图，必须用数学方法在平面（纸）上构成由

曲线或直线组成的制图网，有条件地把经纬线网表示在平面上。
例如按照某种方程式在平面上确定曲线族 $M_1, M_2, M_3 \dots$,

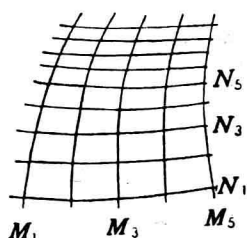


图 0-1

表示经度为 $L_1, L_2, L_3 \dots$ 的经线。同样地，按照另一方程式确定曲线族 $N_1, N_2, N_3 \dots$ ，表示纬度为 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 的纬线(图 0-1)。在平面上画出了经纬网图形，就不难按照地面上一切地物地貌与经纬线网的相对位置，把它们分别绘在纸上，这样才能成为连续的地图。

用数学方法把地球表面有条件地表示在平面上的这种方法称为地图投影。

地图投影学(简称地图投影)研究地图投影的理论，计算、构成制图网的方法，以及不同投影的转换。

§ 2 地图投影的条件

由于地球表面是一个不可展开的曲面，把地球表面的经纬线网表示在平面上必然包含变形，但是变形的大小和分布是可以由我们来安排的。我们可以使地图某一部分的变形为最小，而牺牲其他部分的精度；或者使整个区域内的变形保持在一定限度以内。我们还可以提出保持方向、距离和面积、形状准确等条件，使一种投影保持某一条件而忽略其他条件。

要求地图上以某一定点为中心，该点到其他任何点的方向和距离准确，这就是等距方位投影。这里保持方向准确，只限于从中心点出发的方向，一幅图只有一个中心点，保持一切方向都准确是不可能的。至于保持距离准确也只限于从中心点出发的距离。

要求地图上的面积保持准确。但是面积准确不等于形状准

确，在同一张地图上既要使各地区的面积准确，又要使形状不变，是不可能的。也就是说，形状和面积是不能两全的。要保持面积准确就必须牺牲形状；要顾全形状，面积就不能保持相等。保持面积准确的方法很多。假使地面上有一梯形，在地图上我们可以用正方形、长方形或平行四边形表示(图 0-2)。设正方形的边长为 a ，长方形的边长为 a' 和 b' ，为了保持面积相等，必须使

$$a^2 = a' \cdot b'$$

所以，我们只要使长方形的边长符合上述等式，就能保持面积相等。用平行四边形、梯形等表示时也只要使它们的边长符合相应的等式，就能达到保持面积相等的目的。实际上，还可以用曲线来代替上述各种四边形的各个边，同样能保持面积的准确。

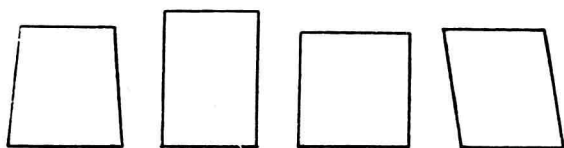


图 0-2

上面我们已经说过，把地球表面的经纬线网表示在平面上必然包含变形。严格地说，地面上任何一块有限的地区，投影后决不可能保持形状不变。在地图投影中，“保持形状”并不是指有限的区域，而是指极微小的区域，也就是小到数学上的微分程度。我们说保持形状，只是地球表面的形状和把它表示在平面上的相应形状的微分关系。如果扩大了，形状就可以相差很多，而且相差之大可以出乎意料之外。例如地面上的两个方格(图 0-3a)，在平面上我们用四边都是弧线围成的两个格子(图 0-3b)表示，或者用两个扇形格子(图 0-3c)表示。从整个图形看，它们的形状并不相似。但是，如果将方格无限地细分为无数的小方格，相应地将其他两个图形也划分为无数小格，当小格划分到极微

小时，则图 b 和 c 上的每一小格就和 方格 a 上的相应方格相似了。

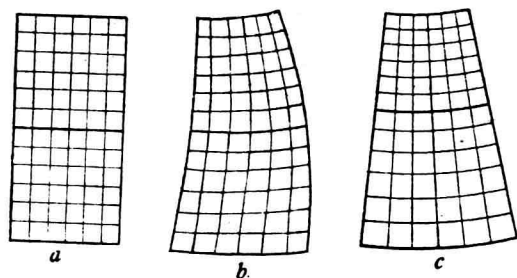


图 0-3

在“保持形状”的同时不能保持面积相等，图 0-3a 中有很多小方格，它们的面积是相等的，但在图 0-3c 中相应的小格大小不等，自上向下逐渐增大，所以不可能和图 0-3a 中的小方格保持面积相等。

在保持形状的投影中，地面任一点上两微分线段所构成的夹角，表示在平面上仍保持相等的角度，所以，这种投影称为正形投影或等角投影。

§ 3 地图投影的基本方法

地图投影的基本方法有几何透视法和数学分析法两类。如图 0-4，投影面（平面）垂直于地轴，视点 O 在地轴的延长线上， M 为地面上一点，作直线 OM 并延长交平面于 M' ， M' 即 M 点在平面上的投影。 OM 是从 O 点射向 M 点的光线，也可以说是视线， M' 是 M 点在平面上的透视投影，所以这一方法称为透视投影。这种投影的纬线投影后成为同心圆，经线投影后成为同心圆的直径，它们的图形可以用几何作图法构成。但是这种简单的

方法不能满足编制各种地图的需要，大部分地图投影都采用数学分析法，不能只用直观的几何概念来阐明它们的原理。

我们要把地球表面表示于平面上，也就是要确定地球表面上的点、线和平面上对应的点、线之间的关系。

地球表面上点的位置用地理坐标 (φ, λ) 确定，平面上点的位置用直角坐标 (x, y) 确定。

这种关系可以用函数来表达，即：

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(\varphi, \lambda) \\ y &= f_2(\varphi, \lambda) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

这种函数关系应保证地表面上任一点在平面上必有一完全确定的点，而且只有这唯一的点和它对应。当地表面上的点连续移动时，平面上的对应点也连续移动。这就是说， f_1 和 f_2 应是单值函数和连续函数。上述公式是地图投影最一般的通式，按照一定的条件用数学分析的方法导出投影函数的具体形式，就成为某种地图投影的计算公式。已知地面上点的地理坐标，可以利用公式计算出该点的平面直角坐标。其次，我们还可以导出上述函数的反函数

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= F_1(x, y) \\ \varphi &= F_2(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

用于已知某点的平面直角坐标计算该点的地理坐标。

如从 (3.1) 式中消去 φ ，则得经线投影的方程式

$$F_1(x, y, \lambda) = 0 \quad (3.3)$$

如从 (3.1) 式中消去 λ ，则得纬线投影的方程式

$$F_2(x, y, \varphi) = 0 \quad (3.4)$$

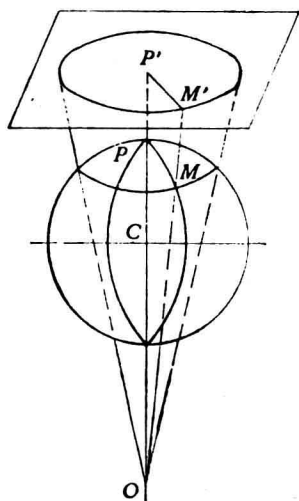


图 0-4

第一章 地球椭球的参数和基本公式

§ 4 地球的形状和大小

地球的自然表面是一个不规则的封闭曲面。陆地上有平原和山地等地形，高低起伏；海洋底部有陆棚、大陆坡和海沟、海岭、海盆等地形，深度相差很大，地球的形状是十分复杂的。

用水准测量的方法得到的地面上各点的高程，是参照大地水准面确定的。大地水准面是与平均海水面重合，并假设把它延伸到大陆下方包围整个地球的连续不断的封闭曲面。大地水准面处处和铅垂线正交。由于地球表面起伏不平 and 内部物质分布不均匀的影响，铅垂线方向就会产生微小的不规则的变化。因此处处与铅垂线方向正交的大地水准面也必然是一个略有起伏的不规则表面。它近似于两极略扁的旋转椭球，即由椭圆绕其一轴旋转而成的形体。因为大地水准面仍是一个不规则的曲面，在大地测量中用一个大小和形状最接近大地水准面的旋转椭球（地球椭球）作为基准面。



图 1-1

地球椭球的大小和形状决定于它的长半径（赤道半径） a 和短半径 b （极轴半径），称为地球椭球的元素或参数，其他常用

的参数有:

$$\text{扁率} \quad \alpha = -\frac{a-b}{a} \quad (4.1)$$

$$\text{第一偏心率} \quad e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (4.2)$$

$$\text{第二偏心率} \quad e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} \quad (4.3)$$

各参数之间的关系如下列各式:

$$e^2 = \frac{e'^2}{1 + e'^2} \quad (4.4)$$

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \quad (4.5)$$

$$e^2 \approx 2\alpha \quad (4.6)$$

地球椭球的参数是依据天文大地测量和重力测量资料推算得到的,近十多年来又利用卫星观测资料,提高了推算的精度,各国测量工作者,先后确定了许多数值不同的地球椭球参数,兹将主要的列表如下:

椭 球	年代	长轴 a (米)	短轴 b (米)	扁率 α
埃 弗 勒 斯	1830	6 377 276	6 356 075	1:300.8
白 塞 尔	1841	6 377 397	6 356 079	1:299.15
克 拉 克	1866	6 378 206	6 356 584	1:295.0
克 拉 克	1880	6 378 249	6 356 515	1:293.5
海 福 特	1909	6 378 388	6 356 912	1:297.0
克 拉 索 夫 斯 基	1940	6 378 245	6 356 863	1:298.3
国际大地测量协会推荐	1975	6 378 140		1:298.26
	1980	6 378 137 ± 2		1:298.257 ± 1

1935—1952年，我国测绘工作曾采用海福特椭球，从1953年起采用克拉索夫斯基椭球。

§ 5 大地坐标系

地球椭球和大地体的相关位置，按“椭球短轴和地轴互相平行”，“起始子午面和天文子午面互相平行”，“椭球面和大地水准面充分接近”等条件确定。定位后的地球椭球称为参考椭球。国家大地网中推算大地座标，通常选一个三角点作为原点，精确测定它的天文经纬度和到另一三角点的天文方位角。根据参考椭球定位的条件，求得原点的大地经纬度和到另一点的大地方位角。再以这些起算数据推算其他三角点、导线点的大地座标。

我国在50年代初建立的国家大地网，是以北京某点为原点的，所以在依据这一时期的大地网测制的地形图上都注明“1954年北京座标系”。随着大地测量工作的进展，椭球的参数和椭球的定位往往要根据更为丰富的测量资料加以更新，也就是建立新的大地座标系，使参考椭球和大地水准面最相适应。我国计划在近期建立独立的大地座标系。

如果采用不同的地球椭球参数，或者改变地球椭球定位，所求得的大地起算数据就有差异，由不同的大地起算数据推算而得的座标属于不同的大地座标系。重新选择原点位置也就是建立新的座标系。地面上同一点，在不同的大地座标系中，其大地座标有一定的差值。地形图大地座标系的改变必然要引起大地座标和平面座标的变化，从而使图廓位置和方里线位置发生变化。因此，一种大地座标系的地形图要转换为另一种大地座标系的地形图，必须改绘图廓和方里线。当然这还决定于差值的大小，如果图廓和方里线位置的变化按该地形图的比例尺化算为图上值小于0.1毫米，就没有改绘图廓和方里线的问题。

§ 6 纬线圈的半径和纬线弧长

确定地球椭球上点的位置采用地理坐标系，地理座标以地球椭球面上两组曲线的参数纬度和经度表示。一组是垂直地轴的许多平面和地球椭球面的交线，是大小不同的圆，称为纬线或平行圈，其中通过地球椭球中心的平面所决定的一个平行圈，它的半径即地球椭球的长轴，是最大的一个平行圈，称为赤道。自地球椭球面上一点 A ，作椭球面的垂线，即过 A 点的法线。法线和赤道面的交角，即 A 点的纬度，用希腊字母 φ 表示。另一组曲线是包含地轴的许多平面和地球椭球面的交线，是形状和大小相同的椭圆，称为子午线（子午圈）或经线（经线圈）。经度自通过英国格林威治天文台的子午圈起算，通过 A 点的子午圈面和通过格林威治天文台的子午圈面的二面角即 A 点的经度，用希腊字母 λ 表示。

图 1-2 中，椭圆表示通过 A 点的子午圈。椭圆的长轴即地球椭球的长轴 a ，椭圆的短轴即地球椭球的短轴 b 。今以长轴为 X 轴，以短轴为 Y 轴，此椭圆的方程式为：

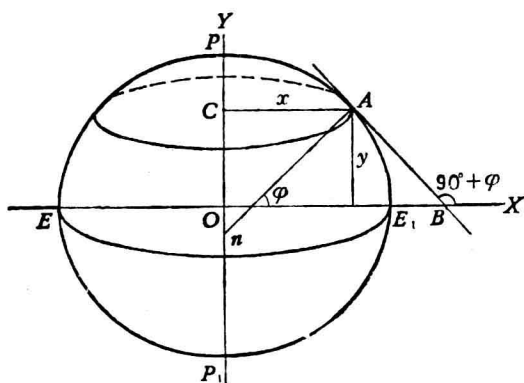


图 1-2