工业与民用建筑荷载

西安公路学院

曹振熙 编著

陕西省基本建设优化研究会

工业与民用建筑荷载

西 安 公 路 学 院

曹 振 熙　　编 著

一九八八年六月

内 容 提 要

本书比较全面系统的论述工业与民用建筑荷载的确定与计算方法，同时对国内十多个省市“工业与民用荷载”调查研究情况作了介绍。

本书可作为高等院校土建类专业，教学补充教材，亦可供土建设计与工程技术人员参考。

读者意见与建议请寄西安市公路学院409号信箱，省基优会秘书处收。敬致谢意。

本书仅供内部交流使用

封面设计：曹普（化工部第六设计院）

工业与民用建筑荷载

西安公路学院 高级工程师 曹振熙 编著

陕西省基本建设优化研究会 技术图书编辑

西安公路学院印刷厂印刷

1988年5月第一版 1988年6月第一次印刷

开本：787×1092""1/16 工本费： 元

陕西省内部图书准印证：（陕出批）字第11091号

内部使用

前　言

工业与民用建筑结构荷载，不仅是建筑结构设计的主要计算参数，而且是房屋与构筑物设计的基本依据。由于房屋和构筑物所处自然环境的差异，使用情况与使用要求的不同，以及各部分构件在整个建筑物中所起的作用与所处地位的不同，作用于其上的荷载是多种多样的，有的是经常作用的，有的则是偶然作用的，有的可以控制，有的则难以控制，有的是固定的，有的则是变动的，有的可以直接测量或测定，有的则需要经过长期的观察研究，才能找出其变化规律性。研究这些各种不同性质荷载的形成与变异性，以及研究各种不同类型荷载确定方法，与计算方法，是工业与民用建筑结构荷载学(简称荷载学)的主要任务。

荷载学是工程结构中一门不可缺少的独立学科。随着结构设计与计算理论的不断发展与日臻完善，对荷载更普遍的调查与统计分析资料的积累，以及对工艺过程的特性和荷载物理性质的研究，使得我们有可能更深入、更正确的认识荷载的本质及其变化规律，有助于保证结构的可靠性.学可用性与合理性，并为降低建筑结构自重，节约基本建设投资创造有利条件。

正如许多学者、建筑技术工作者所指出的，目前建筑结构设计中，产生浪费的主要原因之一，就是对实际作用在建筑物的荷载缺乏研究。在设计中往往以臆断的方式来规定额外的附加荷载，使得所设计的结构物过分笨重，而引起建设资金无谓的耗费。例如，在设计某工厂多层钢筋混筋土结构厂房时，工艺人员规定了楼面荷载为2000公斤/平方米，但在分析了厂房的实际工作条件之后，该荷载可降低到500公斤/平方米，因而节省几百吨钢材。又如某厂对一些热工车间的使用情况，进行观测的结果说明，在这些车间内，屋面温度达150℃，有的甚至达到250℃，因而屋顶上没有积雪。在这种情况下使得我们有理由降低荷载值。有时亦可能由于对实际使用情况了解不够，所采用的荷载值偏低，这就使得所设计结构物不安全或影响使用。如某厂玻璃熔化车间，设计时采用的楼面荷载为800公斤/平方米，实际在熔炉检修时，附近堆积的耐火砖很高，一般可达到500～2000公斤/平方米，个别情况甚至可超过2000公斤/平方米，因而影响了使用。由此可见，对荷载的研究，是目前建筑设计中急待解决的重要课题之一。

设计房屋和结构物时，首先应判明它所承受并为其内力所平衡的各种荷载(力)的量值、位置和方向。当然这种判明是不能完全精确的，因为我们不可能预见到该结构物在其整个寿命中，所要承受的各种荷载，但是我们必须考虑到由于该结构物的用途，及其使用情况与所有可能发生的荷载。同时应注意查明标准荷载的实际量值，各种荷载效应组合的客观可能性，及其在结构物使用过程中可能产生的变化。应当指出，在大多数情况下，应尽可能采用概率论与数理统计学方法进行分析。众所周知，对于具有对称或接近对称统计分布曲线的荷载，反映其性质的最客观的指标是大量观测（实测）结果的平均值和离散程度。对于其它荷载，也应该采取具有某个完全固定概率(即对所有荷载都一样)的荷载值作为这种指标，根据该项指标，可以按照其出现的任何概率，亦即所要求的任何安全度来规定荷载的取值。

编者曾在六十年代写了一本有关荷载论述的初稿，承蒙清华大学施士升教授审阅并提出

许多宝贵意见。至七十年代，根据多年工程实践与设计经验，对“荷载学”一书作了补充修改。原国家建委建筑科学研究院设计所荷载规范组顾子聪同志等审阅后认为该书比较全面，对于从事建筑设计实际工作的同志有参考价值，建议与有关出版单位联系印刷或内部出版交流。后来在西安公路学院工业与民用建筑教研室担任教学工作深感土建类大专学生，亦需要“荷载”一书作为教学参考资料，西安公路学院列入了专题研究计划，省基建优化研究会亦进行对“荷载”的调查研究。从一九八六年以来，先后调查了陕西、新疆、甘肃、青海、湖南、湖北、广东、江苏、辽宁、吉林、上海、北京、天津，等十多个省市自治区，三十多个建筑设计单位，其中包括煤矿、轻工、化工、冶金、水电、建材、机械、钢铁等专业设计院。根据调查情况，对原书作了大量修改与补充。该书基本上是利用业余时间编写的，时间仓促，加之本人水平有限，书中遗漏、缺点与错误在所难免。敬请读者批评指正。

曹振照

1988年4月20日于西安公奋斋

注◎见“建筑结构设计统一标准(GBl1 6 8—8 4)”有关论述.

目　录

第一章　简史与概况

解放后一九五四年九月，原建筑工程部在学习苏联有关荷载规范的基础上，结合国内对雪深与风压的研究资料，颁布了(规结—1—54)《荷载暂行规范》，包括基本规定，使用荷载，雪载、风载共四章。

一九五八年八月，原建工部颁布了(规结—1—58)《荷载暂行规范》该规范仍分四章，秒于一九五五年之后，国内已采用多系数极限状态设计法进行结构设计，该规范增加了超载系数，取值，对于荷载组合，标准均布荷载等增加内容，修改了雪深与风压分布图，在附录中增加材料及建筑构件重量表，使用比较方便。

一九六九年十一月，原建工部建筑科学研究院，会同国内十六个科研、设计单位，编写了一本《建筑结构设计荷载》，书中采用了当时对楼面荷载，吊车荷载、风、雪荷载的调研成果，全书分七章、与58规范相比，把荷载组合，恒载、吊车荷载另列为三章。附录中增加了楼面等效均布荷载的换算方法。该书作为规范的补充、使用了近三年。

一九七二年九月，原国家建委批发了《工业及民用建筑结构荷载规范》(征求意见稿)，该规范稿共分五章、增加了屋面积灰荷载，补充工业厂房楼面荷载与风载体型系数，修改了高耸构筑物风振系数与基本自振周期。

一九七四年十二月国家建委颁布：(TJ9—74)《工业与民用建筑结构荷载规范》，该规范在原58规范的基础上，作了较多修改，主要是统一了荷载取值标准，调整荷载组合方法，修改了多层楼面活载的折减系数与基本风压和雪压的取值，增加山区及沿海基本风压，由于当时结构设计采用单一安全系数法，在74规范中未列入荷载系数。

从一九八一年起，开始对74规范进行修订，一九八四年二月提出修订初稿，同年五月提出征求意见稿，一九八五年初提出送审稿，一九八五年底至一九八七年提出报批稿*。该稿按《建筑结构设计统一标准》(GBJ68—84)规定的原则，对74规范进行全面修订。该报批稿主要修订了下列内容：

1.引用了关于“作用”的概念，把“施加在结构上的各种力(集中力或分布力)，以及引起结构外加变形或约束变形的原因，总称为结构的作用。结构上的作用主要有直接作用与间接作用。直接作用就是一般工程设计中所习惯采用的术语—“荷载”，如恒载、活载、风载、雪载、吊车荷载、积灰荷载、该规范仅对荷载(直接作用)作出规定，因此仍称为“荷载规范”。至于引起结构变形的间接作用(如地震、沉降、焊接、温度、材料收缩与徐变等)，由各专业规范予以规定。

2.引用了荷载代表值、荷载标准值、荷载组合值，荷载准永久值、荷载计算值等术语，并给出荷载分项系数，准永久值系数，荷载组合值系数的取值。

3.对部分民用建筑楼面活荷载标准值作了调整，扩充了部分工业建筑楼面活载，增加

* 1985年底至1987年报批稿，在本书中称为1985年报批稿，规范名称由《工业与民用建筑结构荷载规范》(TJ9—74)修订本改为《建筑结构荷载规范》(GBJ9—87)。

停车库楼面活载取值。

4. 修改了吊车横向水平荷载的取值、并调整吊车竖向荷载的动力系数。

5. 对多层民用建筑楼面活载折减系数作了修改。

6. 增加高层建筑等在风载作用下的体型系数。

7. 全面修改了结构物的风振计算方法。

8. 修改了不上人屋面活荷载的取值。

9. 修订了全国各地基本雪压和基本风压取值。

10. 对大部分屋面的积雪分布系数考虑了均匀分布与不均匀分布的两种情况，增列了双坡屋面积雪不均匀分布情况的分布系数。

11. 按“建筑结构通用符号、计量单位和基本术语”的规定，修订了符号和计量单位。

第二章　概率论与数理统计学在荷载研究中的应用

第一节　概　述

从二十世纪初期以来，匈牙利、苏联、美国、英国、加拿大等国学者提出用概率论与数理统计学研究荷载。例如：

1911年匈牙利的卡钦奇(KAчинчи)提出用统计数学研究荷载及材料强度。

1928年～1935年间，苏联哈奇诺夫(H・A・хацилов)，斯特列律茨基(H・C・Стрелеикчй)发表了应用概率论和数理统计学研究结构安全度的论文。

1940～1950年间，英国的帕格斯利(Pugsley)和英国的弗劳任脱(A•M•Freudenthal)，把统计数学概念应用于安全度理论研究。

1947年苏联特列律茨基提出了将安全系数分项研究的方法，其中有些荷载系数的确定引用了数理统计学方法。同年尔然尼采(A・P・Pжаницын)提出了一次二阶矩理论的基本概念，提出计算结构失效概率P_f的方法。

1955年苏联颁布的建筑法规(CHиП)，首先应用了极限状态设计法和考虑荷载与抗力统计规律的半概率法安全度理论。

1964年美国混凝土学会(ACI)成立了结构安全度委员会，开展了系统研究结构安全度理论，其后美藉华人洪华生(A・H・S・Ang)任该委员主席期间，做了不少有关可靠度理论的研究工作，发展了以概率论为基础的设计法。

1969年美国柯涅尔(C・A・Cornell)，从实用的角度提出采用β(可靠指标)作为衡量结构安全性的统一数量指标，将β与失效概率P_f直接建立联系、发展了一次二阶矩的方法。

1971年加拿大的林德(N・C・Lind)把分项安全系数与可靠指标β联系起来，使β用于指导修订现行规范提供了可行的方法。

1971年由欧州混凝土委员会(CEB)倡议，成立结构安全度联合委员会(JCSS)编制“结构统一标准规范的国际体系”。对设计水准、极限状态，荷载组合等进行了专题研究。

1975年加拿大阿兰(D・E・Allen)用对数正态分布的平均值二阶矩方法推导了加拿大国家房屋规范所用的荷载系数。

1975年罗马尼亚的格赫凯尔(Dan Ghiocel)对风载、雪载、温度作用进行了研究。

1978年北欧五国(丹麦、芬兰、冰岛、挪威及瑞典)房屋建筑规程委员会(NKB)提出了“结构荷载与安全设计规程的建议。”。

近年来、日本亦组成几个专门委员会研究安全度理论，荷载和设计原则。

从以上简要介绍中可看出，对荷载的研究与应用概率论和数理统计学方法研究结构安全度和结构按极限状态设计方法是分不开的。结构安全度理论的进一步发展，亦促进了对工业与民用建筑荷载的研究。

我国在解放之后到五十年代期间，在学习苏联荷载规范，结构设计规范的同时，清华大

学，同济大学、大连工学院、中科院土建所，中建院、冶金部建研院等单位亦开展了对极限状态设计法的讨论和研究，同时运用数理统计学方法对风载、雪载、及荷载系数的取值做了不少调查研究工作，为编制新的荷载规范提供依据。

六十年代初期，中国土木工程学会开展了安全度问题以及对极限状态安全度表达式的讨论。根据讨论意见在“荷载暂行规范”(规结1—58)的基础上，编制了“工业与民用建筑荷载规范”(草案)之后又编制了“钢筋混凝土结构设计规范”(BJG21—66)。

七十年代初，出版了“建筑结构设计荷载”，之后修订颁发了“工业与民用建筑结构荷载规范”(JJ9—74)(试行)。该规范至今仍在使用。

1979年二月国家建委下达编制“建筑结构设计统一标准”(以下简称“统一标准”)的任务，在设计方面，决定采用近似概率法。在荷载方面，测试和统计分析了恒载(结构自重)，活载(办公楼、住宅、商店)、风载、雪载等，并研究了荷载组合。为修订荷载规范(GBJ9—87)提供了依据。

第二节 荷载的概率模型

荷载是建筑结构设计的依据，是最重要亦是最复杂的参数，其是随观测结果的不同而变化的变量，具有随机性，一般荷载都是随机变量，因此可运用概率理论研究荷载取值的统计规律性。

在用数理统计学研究荷载时，要建立用以概括这些随机现象的数学模型，即概率模型。通常有两种概率模型，即

1. 随机变量概率模型，用来描述与时间参数无关的永久荷载(如结构自重)。

2. 随机过程概率模型，用来描述与时间参数有关的可变荷载，如楼面活载、雪载、风载等。

由于“建筑结构设计统一标准”中采用概率理论为基础的极限状态设计法(即考虑基本变量概率分布类型的一次二阶矩结构可靠度分析方法)，各种基本变量都是按随机变量考虑的，因此，必须把荷载随机过程$Q(t)$转换为设计基准期最大荷载随机变量才便于进行分析运算。

在“统一标准”中，将几种常遇的荷载如楼面活载、雪载、风载等统一模型化为平稳二项随机过程$\{Q(t)、t\in[O、T]\}$。

平稳随机过程的特点是随机过程的统计特性(如概率分布、统计参数)不随时间的推移而变化的过程，即不随时间原点的选取而变化的过程，亦就是说平稳随机过程的分布函数与时间无关，在设计基准期$[O、T]$范围内均相同。

当平稳随机过程$\{Q(t)、t\in[O、T]\}$满足下列假定时，称为平稳二项随机过程。这些假定为：

(1)建筑结构的设计基准期T为50年。

(2)荷载一次持续施加于结构上的时段长度为τ，而在设计基准期T内可分为r个相等的时段、即 $r=\frac{T}{\tau}$，

(3)在每一时段上荷载出现的概率为P，不出现的概率为$q=1-p$。

(4)在每一时段上，当荷载出现时，其幅值是非负随机变量，且在不同时段上其概率分布函数$F_Q(x)$相同，这种概率分布称为任意时点荷载概率分布。

(5)不同时段上的幅值随机变量是相互独立的，且与在时段上荷载是否出现也相互独立。

以上假定，实际上是将荷载随机过程的样本函数模型化为等时段的矩形波函数，如图2—1所示。

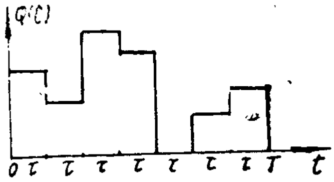

图2—1　荷载的样本函数示意图

“统一标准”中选用平稳二项随机过程作为可变荷载的概率模型。因此，对每一个可变荷载在设计基准期内，必须求得下列三个统计参数：

1．荷载出现一次的平均持续时间τ

$$\tau=\frac{T}{r} \tag{2—1}$$

式中　T—设计基准期

r—设计基准期内的总时段数

τ—荷载一次持续施加于结构上的时段长度，即平均持续时间。

2．任一时段上可变荷载出现的概率P。

3．任意时点随机变量的概率分布$F_Q(x)$。

统计参数τ和p可以通过调查测定或经验判断确定。

参数$F_Q(x)$，应根据实测数据，选择典型概率分布如正态分布，极值I型分布等进行优度拟合，并采用k—s检验或x^2检验，可信度取95%（即保证率95%）。

如前所述，在采用概率理论为基础的极限状态设计法时，基本变量均为随机变量，因此必须把荷载随机过程转变为随机变量加以调协。“统一标准”中是采用把荷载随机过程转换为设计基准期内最大值荷载随机变量(Q_T)的方法来处理的。即

$$Q_T=\max_{0\leq t\leq t} Q(t) \tag{2—2}$$

根据上列假定(3)、(4)、可求得任一时段上荷载的概率分布函数

$$\begin{aligned}F_{Q\tau}(x)&=P[Q(t)\leq x,\ t\in\tau]\\&=p\cdot p[Q(t)\neq 0\leq x,\ t\in\tau]+(1-p)p[Q(t)=0\leq x,\ t\in\tau]\\&=p\cdot F_Q(x)+(1-p)\cdot 1\\&=1-p[1-F_Q(x)]\qquad (x\geqslant 0)\end{aligned} \tag{2—3}$$

根据假定(1)，(2)，(5)可求得整个设计基准期[O、T]内、荷载最大值Q_T的概率分布函数：

$$
\begin{aligned}
F_{Q_T}(x) &= P[Q_T \leq x] \\
&= P[\max_{0\leq t\leq T} Q(t) \leq x] \\
&= p[Q(t)\leq x,\ t\in\tau_1]\cdot P[Q(t)\leq x,\ t\in\tau_2]\cdots P[Q(t)\leq x,\ t\in\tau_r] \\
&= \{1-p[1-F_Q(x)]\}\cdot\{1-P[1-F_Q(x)]\}\cdots \\
&= \{1-p[1-F_Q(x)]\}^r \qquad (x\geqslant 0) \qquad\qquad (2—4)
\end{aligned}
$$

式中： r—总时段数

$F_Q(x)$—任意时点随机变量概率分布。

p—可变荷载出现的概率。

对于楼面持久性活荷载，该荷载每一时段τ上必然出现，其概率p＝1，因此式(2—4)可简化为

$$
\begin{aligned}
F_{Q_T}(x) &= \{1-1\times[1-F_Q(x)]\}^r \\
&= [F_Q(x)]^r \qquad\qquad (2—5)
\end{aligned}
$$

若以m＝p·r代入上式，可得设计基准期内最大荷载概率分布的近似公式：

$$F_{Q_T}(x)\approx[F_Q(x)]^m \qquad\qquad (2—6)$$

式中 m—在设计基准期内荷载的平均出现次数。

在一般情况下，采用公式(2—6)，确定设计基准期最大荷载的概率分布函数，比公式(2—4)更为简便，因此，在一般情况下出现概率p<1的临时性楼面活荷载、风载、雪载等在分析结构可靠度时也可采用公式(2—6)，其结果是近似而偏安全的。

第三节 基本统计参数

在按数理统计学方法研究荷载时，应选择一条能代表其总体分布的合适的概率曲线，所选的概率分布曲线，必须能完整的描述随机变量的统计特征。但在具体应用时，往往要经过比较复杂的计算，费时费力，常常又无此必要。一般可按照实测荷载值的原始资料、计算出几个基本统计参数，这些参数能较简单的描述随机变量X的统计规律。现就常用的基本统计参数，如平均值，标准差、变异系数等分述如下：

1．平均值M(X)。

随机变量的平均值，是反映随机变量取值的平均水平的一个统计指标。

对于离散型随机变量X，其概率分布为：

$$P\{X=x_i\}=P_i=P_X(x_i) \qquad (i=1、2、3\cdots k) \qquad\qquad (2—7)$$

如果 $\sum\limits_{i=1}^{\infty}|x_i|p_i$收敛、则 $\sum\limits_{i}^{k}x_ip_i$称为离散型随机变量X的平均值，或称数学期望。以M(X)或μ_X表示，即：

$$M(X)=\sum_{i}^{k}x_iP_i \qquad\qquad (2—8)$$

式中： x_i—随机变量X的实测值。

P_i—概率。

M(X)—随机变量X的平均值，亦可用μ_x或μ表示。

对于连续型随机变量X，其概率密度(即密度函数)为f(x)。

若积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$ 绝对收敛，则 $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$称为连续型随机变量X的平均值，或称数学期望。以M(X)或μ_x表示，即：

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \qquad (2—9)$$

式中： f(x)—概率密度函数，简称概率密度，密度函数或密度。

x—为任一实数，

2．方差(D(X))与标准差(σ(X))。

随机变量的方差可反映随机变量与其平均值之间的偏差情况，其是用来描述随机变量取值离散程度的一种数量指标。

设X是一随机变量，若$M\{[X-M(X)]^2\}$存在，则称$M\{[X-M(X)]^2\}$为X的方差，以D或$\sigma^2(X)$表示，即：

$$D(X) = \sigma^2(X) = M\{[X-M(X)]^2\} \qquad (2—10)$$

上式取平方的目的，是要避免$[X-M(X)]$正负偏差相抵消，因为不论正偏差大或负偏差大，同样都认为分散程度大。

在实用上，一般随机变量是带有因次的，由于方差的因次是随机变量因次的平方，为了与随机变量的量纲统一起见，可把其开方，而得均方差即标准差，以σ(X)或σ表示：

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\sigma^2(X)} \qquad (2—11)$$

根据方差的定义，对于离散型随机变量X的方差可表示为：

$$D(X) = \sum_{i=1}^{\infty} [x_i - M(x)]^2 P_i \qquad (2—12)$$

式中 $P_i = P\{X = x_i\}$ $(i = 1、2、3\cdots\cdots)$

对于连续型随机变量X，其方差可表示为：

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 f(x)dx \qquad (2—13)$$

3．变异系数δ_x。

设X为随机变量，M(X)与D(X)存在，其比值称为变异系数，以δ_x表示，则

$$\delta_x = \frac{\sqrt{\sigma(X)}}{M(X)} = \frac{\sigma(X)}{M(X)} \qquad (2—14)$$

变异系数是一个无量纲的数字指标，亦用来描述随机变量X取值时的离散性。

一般当D(X)，σ(X)，δ_x之值愈小时，表示随机变量对平均值M(X)的偏离程度较小，

平均值比较稳定，且代表性强。反之，其值愈大，则表示随机变量对平均值的偏离程度较大，平均值稳定性较小。

应当指出，当随机变量的概率分布已知时、M(X)与D(X)都是常量，而不再是随机变量。

采用矩法估计时统计参数：

子样平均值 $M=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ （算术平均值） (2—8)。

子样标准差 $\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-M)^2}$ (2—11)。

子样变异系数 $\delta=\frac{\sigma}{M}$ (2—14)。

式中： x_i—实测值

n—数据的个数

第四节 常用的概率分布

在运用概率论与数理统计学方法研究荷载取值时，应使所选择的概率分布曲线，能最好的反映统计资料，在最大频数范围内，概率分布曲线不仅要准确地符合实验分布曲线，而且要能让它外推到荷载值所能发生的最小值范围。

所选择的概率分布曲线，要能确定统计参数：如平均值，标准差、变异系数等，同时概率分布曲线自变量(荷载)变化范围的界限应是$0\leq x<+\infty$，由于任何随机变量的概率都大于零，所以选择的概率分布曲线(概率分布)不能取负值。

根据不少学者的研究，认为永久荷载如结构自重等能精确地符合正态分布(曲线)，而可变荷载如楼面活载、风载、雪载的变异性，选用非对称的极值Ⅰ型分布更为合适、现分别阐述如下：

1．正态分布

正态分布又称为高斯(Gaussian)分布，是在实践中应用最广泛的一种分布曲线，该曲线是无限随机变量大数总和的极限分布曲线，可由中心极限定理或误差理论推导而得。

如果连续型随机变量X的概率密度函数为：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},\quad(-\infty<x<+\infty)$$

其中，μ及$\sigma>0$是常数，则称X是正态随机变量，或称X服从参数为μ、σ的正态分布或高斯分布。亦可写为：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \qquad (2—16)$$

正态分布函数(即概率积分曲线)为：

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}dt \qquad (2—17)$$

正态分布的统计参数：

(1)平均值M(X)，按平均值定义(见式2—9)为：

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} x\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}dx \qquad (2—18)$$

令 $t=\frac{x-\mu}{\sigma}$ ，$x=\sigma t+\mu$，$dx=\sigma dt$

代入(2—18)式，得：

$$M(X)=\int_{-\infty}^{\infty}(\sigma t+\mu)e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

$$=\frac{\mu}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{t^2}{2}}dt+\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}te^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

$$=\frac{\mu}{\sqrt{2\pi}}+\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\left[-e^{-\frac{t^2}{2}}\right]_{-\infty}^{\infty}=\mu \qquad (2—19)$$

(2)标准差σ(X)，按方差定义(见式2—13)为：

$$D(X)=\sigma^2(X)=\int_{-\infty}^{\infty}(x-M(X)^2f(x)dx$$

由(2—19)式，M(X)=μ，并把式(2—15)代入上式得：

$$D(X)=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}dx \qquad (2—20)$$

令 $t=\frac{x-\mu}{\sigma}$，$x=\sigma t+\mu$，$dx=\sigma dt$，代入上式得：

$$D(X)=\frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}t^2e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

$$=\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\left\{\left[-te^{-\frac{t^2}{2}}\right]_{-\infty}^{\infty}+\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right\}$$