

重 力 精 選

王 祖 訥 編



北京礦業學院

1 9 5 4

第一章 結 論

§ 1 重力精選法的研究對象

重力精選法是有用礦物的機械加工方法之一種，其目的與其他精選方法（例如浮選法，電磁選法等）一樣是把原礦分選成兩種或多種產品，供給用戶直接使用或作各種工業的原料，例如燃料，黑色及有色金屬冶金，化學工程，建築材料等工業。

重力精選法是利用原礦中各礦粒的重量不同，因而在物體的介質中作不同的運動這種現象來分選的，因此該法主要的分選根據是礦粒的體積（因而也是粒度）和比重，流體介質可以是水，溶液，空氣或是用水或空氣與固體微粒混合而成的懸液，所以按其所使用的介質種類說，重力精選法有濕法與乾法之分。

介質對礦粒運動的影響在重力精選過程中起着極重要的作用，因為靜止的或運動的介質對礦粒運動產生一定的條件，使其能夠按照比重和粒度彼此分開，所以有關介質對礦粒運動阻力的規律就是重力精選法的基本規律，由此看來『水力學與流體力學』這一門課程是重力精選法的基礎學科。

重力精選法從其分選器械和分選原理看可以分為六類方法，即：（1）分沉法（或稱分級），（2）重介法，（3）跳選法，（4）槽選法，（5）淘選法，及（6）風選法，前五種都是濕法洗選，只有最後一種是乾法，研究各類方法的工作原理，設備的構造、用途、操作、技術經濟指標，分選程序等等是本課的主要內容。

重力精選法在各種礦業中應用極為廣泛，在選煤工業中的應用尤其廣，成為主要的精選法，對於一些黑色金屬礦如鐵礦、錳礦，稀有金屬礦如鎢礦、錫礦，以及沖稜礦床的礦物等，重力精選法也是主要精選方法之一，應用重力精選法亦可處理某些非金屬礦如石棉，高嶺土等，即使用浮選法處理的有色金屬礦如銅、鉛、鋅等的過程中亦有應用某些重力精選法的。

§ 2 重力精選法的發展及其在國民經濟中的作用

遠在古代，人類已會利用河直至十九世紀中葉以後里廷格（RITTI，這種利用礦粒的重量不同來富集其中有用成份的方，斯托克（STOKES）則從另外的觀點現各種器械以代替人工選洗，其中有些器械的主要構學上研究物體的運動阻力，這對於重力精選機械中。

至於重力精選法的理論則是（ДОРОШЕНКО），窩義斯拉夫（ВО（NEWTON）已研究過物體在介質中的運動規律，十世紀初葉里查斯（RICHARDS）聞NGER）把這個規律應用於解釋某些重力精選的現象，斯托克（STOKES）則從另外的觀點研究介質對微粒運動的阻力，此後很多學者在流體力學上研究物體的運動阻力，這對於重力精選法的理論發展起了很大的作用與此同時多羅申科（ДОРОШЕНКО），窩義斯拉夫（ВОЙСЛАВ）曾研究煤及矽石在跳選中的運動現象，至二十世紀初葉里查斯（RICHARDS）開始研究所謂干擾下沉現象，1938年里亞森科（ЛЯЩЕНКО）教授對這個問題作了全面的研究，得卓越的結論，這樣就把重力精選法的理論推進了一大步。

直至十九世紀末與二十世紀初工業的浮選法出現以前，重力精選法是處理各種礦石的唯一方法，目前重力精選法仍然有其發展的前途，例如新型機械的構造方面，選洗系統的合理化，以及後理論上進一步探討精選過程的各種因素等等，都是這一門科學的工作方向。

重力精選法在我國的歷史自然也很長遠，例如用人工淘洗金砂的方法就是由來已久，至於應用機械大規模地處理礦砂者則是近百年的事，其中著名的如箇舊錫礦，是用淘選法處理錫砂，用機械來洗選煤炭也是隨着近代化採煤工業而出現的，總的來說舊中國的選礦事業是在帝國主義入侵之後才出現的，但是由於帝國主義的掠奪本質，對於殖民地的礦產資源僅取其富者採掘，選礦事業必然是非常落後；即使已有的選洗廠也是不能適合工業發展的長遠與全面要求，並且也不是從完全利用資源的觀點出發而建立的所以選洗系統也不合理，設備配合不當，礦物中有用成份隨廢石的損失很高。

解放後的新中國是要加速經濟建設過渡到社會主義社會，在過渡時期的總路線中規定要逐步實現國家的社會主義工業化；而在第一個五年計劃中將要大力發展黑色金屬冶金工業，有色金屬冶金業，機器製造工業，石油工業，煤炭工業，電力站以及國防工業，因此作為取得地下資源的採礦工業與其他製造工業之間的礦物機械加工工業——選礦工業，在過渡時期就有重大的任務，而盡量利用資源，使原礦中的有用成份損失減至最小限度就是選礦工作中主要的奮鬥目標，在我國經濟恢復時期，不少選煤和選礦廠已經得到重建，改建或擴建，並且其產量遠遠超過歷史的數字，今後將是要充份利用現有的選洗廠並適應採礦與冶煉工業的發展新建大量的以先進技術所裝備的選洗廠。

蘇聯的選礦科學發展極為迅速，在很多方面都有獨特的成就，目前有很多科學研究機構都設有選礦技術的研究部門，例如『有用礦物機械加工研究院』，『全蘇礦物原料研究院』，『蘇聯科學院技術科學研究所』，『全蘇煤礦科學研究院』等等，對於選洗機械的設計與製造，以及選洗系統的設計都有專門機構負責，在我國第一個五年計劃中蘇聯幫助我國改建及新建的大型聯合企業中就包括有各類的選洗廠，因此我們應該學習蘇聯已經加以綜合精煉的，並且在這個基礎上全面正確地飛躍發展了的先進選礦知識，結合我國的情況為社會主義工業化而服務。

§ 3 礦物的一般特性

重力精選法如前所說是一種礦物的機械加工方法，因此在精選過程中只是利用礦物的某些物理性質，促使礦粒在介質中運動的力量，一方面是礦粒自身的重量，另一方面是介質對其運動的阻力，礦粒的體積與比重決定其重量，而礦粒的體積，形狀與運動速度則決定介質對其運動的阻力，表 1 所載是各種常見礦物的比重及其他特性，但必須指出表中所列者是純的礦物，在礦末中所見者大多是幾種礦物共生的，其中或是全部礦物都是有價值的或是只有其中之一二種是有價值的，所以原礦的比重是介質各純礦物比重之間。

如果原礦是由兩種純的礦物組成，並且原礦的比重已知則極易用代數的方法求得其中一種礦物的成份，設：

r_c ——原礦的比重；

r_1 ——第一種礦物的比重；

r_2 ——第二種礦物的比重。

則第一種礦物在原礦中所佔的重量百分比是：

$$\beta_1 = \frac{r_2 - r_c}{r_c - r_1} \times \frac{r_1}{r_c} \times 100 \dots\dots\dots (1)$$

確定礦物或原礦比重簡單的方法如下，取一玻璃容器先後在其空時及盛以清水後稱其重

量，然後把水傾出，使其乾燥，把一些礦物投入空器中稱其重量，然後再盛以清水至相同的刻度，經過搖蕩以除去附於礦物表面或在礦物裏的氣泡後，再稱其重量，如是就計得以下四個重量（克）：

F —— 容器重量；

W —— 充於容器內的水重量；

O —— 礦物重量；

T —— 容器，水及礦物的總重量。

因此礦物所佔的體積是：

$$V = W - [T - (O + F)] \dots\dots\dots(2)$$

所以礦物的比重是：

$$r = \frac{O}{W - [T - (O + F)]} = \frac{O}{F + W + O - T} \dots\dots\dots(3)$$

煤的比重變化最大，視其所含的揮發物，灰分及煤的本身構造而定，長焰煤含揮發份較多，其比重約為 1.3 無烟煤揮發份最少，比重可以較至 1.6 而雜於原煤中的矸石其比重大於 2。各種程度不同的夾矸煤其比重則介乎煤與矸石之間。

礦粒的重量尚取決於其體積，把原礦中正有礦粒的體積都測量出來是極困難的，假設礦粒是近乎球體，則重量是：

$$G = \frac{\pi d^3}{6} \times \gamma = \frac{\pi d^3}{6} \times \delta \cdot g \quad \text{達因，} \dots\dots\dots(4)$$

式中 d —— 球體直徑，

γ —— 比重，

δ —— 密度，

g —— 重力加速度。

但是準確地定出礦物的粒度也是困難的，通常用有兩種假設的方法來表示礦物的粒度，一種是以兩個相鄰的標準篩的平均篩孔來表示介乎兩者間之礦物的粒度，另一種是以當量直徑來表示礦物的粒度，即是先定出介於兩個相鄰標準篩的礦物的重量，然後除以該部份礦物的粒數和比重得出每礦粒的平均體積，再將此體積換算成同體積的球體，這個球體的直徑就稱為該部份礦物的當量直徑，以 d_e 表示之，設 V 為每粒的體積，則當量直徑為：

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} \dots\dots\dots(5)$$

這兩種表示礦物粒度的方法在實際中都有應用。

對於礦粒的形體，則更沒有準確的方法表示，只有視其近於那一種幾何形狀來大致分數，如扁形，長形，多角形，球形等。

§ 4 介質的一般特性

水與空氣的性質在很多方面是類同的而對於重力精選法，其最有關係的物理數值就是密度與粘度，因為兩者對促使礦粒運動的力量都有影響。

水的密度在 4°C 時是 1 克/公分³ 雖然水的密度隨溫度而變更，但是在選礦操作中這種變化極微，可以畧去不計，空氣的密度則隨壓力與溫度的變化很大，但在常溫常壓的狀況下其對於選礦操作的影響也是不大的，在標準壓力與 15°C 時，空氣的密度為 0.00123 克/公分³。

流體在流動時層與層之間發生一部份剪應力阻止質點相互滑動，這就是流體的粘滯性，從流體力學中知表示粘滯性有兩種方法，即絕對粘滯係數 μ 與動粘滯係數 ν ，前者的單位是達因一秒/公分²，通稱為（泊），後者則是絕對粘滯係數與密度的比例，單位是公分²/秒，通稱為（斯），由實驗知水在20°C時的絕對粘滯係數為 $\mu=0.01$ 泊；空氣在標準壓力與15°C時絕對粘滯係數為 $\mu=0.00018$ 泊，溫度對於水及空氣的粘滯係數均有影響，其間關係的經驗公式如下：

$$\mu(\text{水}) = \frac{0.017775}{1 + 0.0033t + 0.000244 t^2} \dots\dots\dots (6)$$

$$\mu(\text{空氣}) = 0.00017(1 + 0.0033t + 0.00007t^2) \dots\dots\dots (7)$$

式中之 t 均以攝氏溫度°C表之。

在重力精選法上用溶液作介質者大多是比重高的有機液體或是無機鹽的水溶液，其粘滯性遠比水為大，以水和礦物微粒混合成的懸液有進似液體的物理性，其粘滯性亦比水為大，粘滯性大則礦粒在其中的運動阻力也大，因此粘滯係數對於選礦操作有重大的意義。

測量介質的粘滯係數可以使用各種型式的粘度計，直接測量的粘度計是利用浸於介質內標準的物體旋轉從其所需的力量直接讀出粘滯係數，較簡單的一種是利用介質流過一定規格的毛細管測定其所需的時間，與既知其粘滯係數的他種介質比較，簡接計得其粘滯係數。

表 1

礦 名 稱	化 學 成 份	晶 系	硬 度	比 重	形 狀 及 結 構
石 棉	$\text{Ca}(\text{Mg}, \text{Fe})_3(\text{SiO}_4)_2$	單斜	5—6	2.9—3.4	纖維狀
藍 銅 礦	$2\text{CuCO}_3 \cdot \text{Cu}(\text{OH})_2$	„	3.4—4	3.8	土狀結晶
金 鋼 石	C	等軸	10	3.5	渾圓狀結晶
鈉 長 石	$\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$	單斜	7	2.62—2.65	板狀結晶
鉛 礬	PbSO_4	斜方	3	6.12—6.39	粒狀結晶
磷 灰 石	$(\text{Cl} \cdot \text{F}) \text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3$	六方	5	3.17—3.23	結晶密實
砷 黃 鐵 礦	FeAsS	斜方	5.5—6	5.9—6.2	粒狀結晶
雌 黃	As_2S_3	單斜	1.5—2	3.4—3.6	結晶、易脆
重 晶 石	BaSO_4	斜方	3—3.5	4.3—4.6	板粒狀
綠 寶 石	$\text{Be}_3\text{Al}_2(\text{SiO}_5)_6$	六方	7.5—8	2.63—2.80	粒狀結晶
黑 雲 母	$(\text{H}, \text{K})_2(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{Al}_2(\text{SiO}_4)_3$	單斜	2—3	2.7—3.1	片狀節理
鋁 礬 土	$\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	„	2—3	2.25	土粒狀
斑 銅 礦	$\text{Cu}_2\text{S} \cdot \text{Cu}_2\text{SFeS}$	斜方	3.5	4.5—5.4	密實粒狀
硼 砂	$\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$	單斜	2—2.5	1.7	多孔性結晶
沿 錳 礦	$\text{Mn}, \text{Co}, \text{Cu}$ 氧化物混合	—	—	4.3—5	密實粒狀

（未完，接下頁）

礦物名稱	化 學 成 份	晶系	硬 度	比 重	形狀及結構
矽 鋅 礦	Zn_2SiO_4	六方	5.5	3.9—4.2	粒狀
碳酸鋇礦	$BaCO_3$	斜方	3—3.5	4.27—4.35	土粒狀
天 然 鉍	Bi	六方	2.5	9.8	柱粒狀
輝 鉍 礦	Bi_2S_3	斜方	2—2.5	6.4—6.5	粒狀
泡 鉍 礦	Bi_2O_3	”	2—2.5	4.36	土狀
錳 鐵 礦	$(FeMn)WO_4$	長軸	4.5—5	7.2—7.5	結晶、密實
赤 鐵 礦	Fe_2O_3	斜方	5.5—6.5	4.9—5.3	密實粒狀
水 鋅 礦	$ZnCO_3 \cdot 2Zn(OH)_2$	六方 斜方	2—2.5	3.58—3.8	粒狀
石 膏	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	單斜	1.5—2	2.31—2.33	密實纖維狀
石榴子石	$R_2R_3(SiO_4)_3$	等軸	6.5—7.5	3.5—4.3	粒狀結晶
白 雲 石	$CaMg(CO_3)_2$	六方 斜方	3.5—4	2.8—2.9	密作粒狀
石 墨	C	六方	1—2	2.1—2.2	”
天 然 金	Au (混有 Ag, Fe, Cu)	正方	2.5—3	15.6—19.3	樹枝狀結晶
鈦 鐵 礦	$FeTiO_3$	六方 斜方	5—6	4.5—6	板狀結晶
鉀 鹽 鎂 礬	$MgSO_4 \cdot KCl + 3H_2O$	單斜	2.5—3	2.05—2.2	密實粒狀
異 極 礦	$(ZnOH)_2SiO_2$	斜方	5	3.4—3.5	纖維狀結晶
碲 金 礦	$(Au, Ag)_2Te$	”	1.5—2	9.04	密實粒狀
方 解 石	$CaCO_3$	六方	3	2.7	土狀結晶
高 嶺 土	$H_4Al_2Si_2O_9$	”	2—2.5	2.6	土狀
石 鹽	$NaCl$	等軸	2.5	2.4—2.6	土狀結晶
石 英	SiO_2	六方	7	2.7	密實結晶
角 銀 礦	$AgCl$	等軸	1—1.5	5—5.5	粒狀結晶
辰 砂	HgS	六方	2—2.5	8—8.2	密實結晶
輝 砷 鈷 礦	$CoAsS$	等軸	5.5	6.0—6.3	密實粒狀
銅 藍	CuS	單斜	1.5—2	4.6—4.65	土粒狀
剛 石	Al_2O_3	六方	9	3.95—4.10	粒狀結晶
冰 晶 石	$3NaFAl_2F_6$	單斜	2.5—3	2.9—3	板狀
赤 銅 礦	Cu_2O	等軸	3.5—4	5.85—6.15	結晶
褐 鐵 礦	$Fe_3(OH)_6FeO_3 \cdot$	斜方	5—5.5	3.6—4	密實粒狀
菱 鎂 礦	$MgCO_3$	六方	3.5—4.5	3—3.1	腎狀結晶

(未完，接下頁)

礦物名稱	化學成份	晶系	硬度	比重	形狀及結構
磁鐵礦	Fe_3O_4	等軸	5.5—5.6	4.9—5.2	粒狀結晶
孔雀石	$\text{Cu}_2(\text{OH})_2\text{CO}_3$	單斜	3.5—4	3.9—4	放射腎狀
水錳礦	$\text{Mn}(\text{OH})_2\text{Mn}_2\text{O}_3$	斜方	4	3.7—4.7	粒狀結晶
白鐵礦	FeS_2	”	6—6.5	4.6—4.9	針狀結晶
輝銅礦	Cu_2S	”	2.5—3	5.5—5.8	密實針狀
天然銅	Cu	等軸	2.5—3	8.8—8.9	樹枝粒狀
土狀黑銅礦	Cu_2O	無定形	—	6	粒狀
輝華礦	Ni_3O_3	斜方	1—2	4—5	“
輝鉬礦	MoS_2	六方	1—1.5	4.7—4.8	片狀結晶
獨居石	$(\text{Ce} \cdot \text{La})\text{PO}_4$	單斜	5—5.5	4.9—5.3	粒狀結晶
白雲母	$(\text{H}, \text{K})\text{AlSi}_3\text{O}_{10}$	單斜	2—2.5	2.8—3	片狀
剛石粉	見“剛石”	”	—	—	—
輝鎳礦	NiS	斜方	3.5	5.3—5.65	放射狀
氧化鉍	Bi_2O_3	”	2—2.5	4.36	土狀
橄欖石	$(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{SiO}_4$	”	6.5—7	3.3—3.6	密實粒狀
錫石	SnO_2	正方	6—7	6.8—7.1	粒狀結晶
正長石	KAlSi_3O_8	單斜	6—6.5	2.5—2.6	塊狀
鈹鐵礦	$\text{Ir} + \text{Os}$ (混有 $\text{Rh}, \text{Pt}, \text{Ru}$ 等)	六方	6—7	19—21	板粒狀
鐵華	Fe_2O_3 或 $\text{Fe}(\text{OH})_3$	”	—	4	土狀
黃鐵礦	FeS_2	等軸	6—6.5	4.95—5.10	粒狀結晶
輝石	$\text{Ca}(\text{Mg} \cdot \text{Fe})(\text{SiO}_3)_2$	單斜	5—6	3.2—3.6	結晶
軟錳礦	MnO_2	斜方	1—2.5	4.7—4.8	針片狀
磁黃鐵礦	$\text{Fe}_{11}\text{S}_{12}$	六方	3.5—4.5	4.5—4.6	密實粒狀
天然白金	$\text{Pt}(\text{Fe})$	等軸	4—4.5	14—19	針粒狀
斜長石	$n\text{NaAlSi}_3\text{O}_8 + m\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$	三斜	5—7	2.6—2.7	塊狀結晶
淡紅銀礦	Ag_3AsS_3	六方	2—2.5	5.6—5.7	塊狀、易脆
硬錳礦	$\text{MnO}_2, \text{BaO}, \text{H}_2\text{O}$	”	5—6	4.5—5	腎塊狀
雄黃	As_2S_3	單斜	1.5—2	5.9—6.1	粒狀
普通角閃石	$(\text{Ca}, \text{Fe}, \text{Mg})(\text{SiO}_3)_2$	”	5—6	2.9—3.4	粒狀結晶
薔薇輝石	NnSiO_3	三斜	6—6.5	3.4—3.7	片狀

(未完，接下頁)

礦物名稱	化 學 成 份	晶系	硬 度	比 重	形狀及結構
暗 綠 石	$MnCO_3$	六方	4—5	3.5—4.5	粒狀結晶
紅 寶 石	見「剛石」	六方	—	—	—
金 紅 石	TiO_2	正方	6—6.5	4.1—4.2	結晶
藍 寶 石	見「剛石」	”	—	—	—
方 鉛 礦	PbS	等軸	2.5—	7.4—7.6	粒狀結晶
天 然 硫 磺		斜方	1.5—2.5	2—2.1	土狀結晶
輝 銀 礦	Ag_2S	等軸	2—2.5	7.4—7.8	板狀結晶
蛇 紋 石	$H_4Mg_2Si_2O_3$	”	3—4	2.5—2.6	密實片狀
菱 鐵 礦	$FeCO_3$	六方	3.5—4	3.8—3.9	塊狀結晶
菱 鋅 礦	$ZnCO_3$	”	5	4.3—4.5	多孔性塊狀
鋰 輝 石	$LiAl(SiO_3)_2$	單斜	6.5—7	3.1—3.2	片菱狀
鋇 錫 礦	$(Cu \cdot Sn \cdot Fe)S$	等軸	4	4.5	密實粒狀
輝 銻 礦	Sb_2S_3	斜方	2	4.5	粒粒狀
天 然 銻	$Sb(Ae \cdot Fe)$	六方 斜方	3 3.5	6.6—6.8	放射狀
滑 石	$H_2Mg_3(SiO_3)_4$	斜方	1—1.6	2.5—2.9	片狀
黑 銅 礦	見「土狀黑銅礦」	”	—	—	—
鋇 銅 礦	$Cu_3Sb_2 \cdot S_7$	等軸	3—4.5	4.5—5.1	粒狀結晶
榍 石	$CaSiTiO_5$	單斜	5—5.5	3.4—3.5	板塊狀
黃 晶	$Al_2Si_6O_{25}Fe_{10}$	斜方	8	3.4 3.6	粒狀結晶
透 閃 石	見「普通角閃石」	—	—	—	—
電 氣 石	$R_{12}P_2(OH)_2Si_4O_{19}$	六方	7—7.5	2.98—3.2	菱狀
煤	$C+O+N+H$	”	—	1.2—1.8	—
鋅鐵尖晶石	$(Zn, Mn)Fe_2O_4$	等軸	6—6.5	5—5.2	密實粒狀
螢 石	CaF_2	”	4	3—3.3	結晶
黃 銅 礦	$CuFeS_2$	正方	3.5—4.1	4.1—4.3	”
矽孔雀石	$CuSiO_3+2H_2O$	”	2—4	2—2.3	密實
鉻 鐵 礦	$FeCr_2O_4$	等軸	5.5	4.3—4.6	密實粒狀
白 鉛 礦	$PbCO_3$	斜方	3—3.5	6.5—6.6	片狀結晶
閃 鋅 礦	ZnS	等軸	3.5—4	3.9—4.2	粒狀結晶
紅 鋅 礦	ZnO	六方	4—4.5	5.4—5.7	密實粒狀

(未完，接下頁)

礦物名稱	化 學 成 份	晶系	硬 度	比 重	形狀及結構
鋯 英 石	$ZrSiO_4$	三斜	7.5	4.7	圓菱狀
鎢 酸 鈣 礦	$CaWO_4$	”	4.5—5	5.9—6.1	密實菱狀
尖 晶 石	$MgAl_2O_4$	等軸	8	3.5—4.5	結晶
斜 方 硫 砷 銅 礦	Cu_2AsS_4	斜方	3	4.4	粒狀結晶
綠 簾 石	$Ca_2(Al \cdot Fe)_2(AlOH)(SiO_4)_8$	單斜	6—7	3.2—3.5	針狀結晶

第二章 物體在介質中運動的各種現象

Ⅰ. 「自由下沉」的基本觀念

礦粒在均勻的介質中不受其他物體的影響而下沉的現象稱為「自由下沉」。因此自由下沉的條件應該是：個別的礦粒在無限制的空間裏，不受相隣礦粒的影響，而僅受礦粒本身的有效重量及某些介質的阻力的作用而下沉。這種理想的條件，在實際上是可能存在的。但在假如圍繞介質的容器遠遠大於礦粒的直徑，介質所含的礦粒相當稀少，則其下沉條件是近乎理想的自由下沉。事實上在選礦科學中所研究的自由下沉就是指後者的條件而言。研究物體的自由下沉現象就可以了解物體在介質中運動最基本的規律，就有可能突進一步探討選礦操作中較複雜的運動現象。

§5. 介質之慣性阻力與黏性阻力

物體在介質中作相對運動時一方面要克服介質的慣性，另一方面要克服介質的摩擦力。前者稱為慣性阻力，後者稱為黏性阻力。物體在任何運動情況下，這兩種阻力都是存在的，只是各自對物體運動的影響程度有所不同。因此物體運動的條件是極複雜的，至今尚未能對此作出完全的數學分析。在全面討論物體在介質運動的情況之先，必須分別研究每一種阻力的特性。

1. 慣性阻力，設圖 1 中之薄片 ab 固定不動，介質以速度 u 順薄片的垂直方向流動。又設介質分子之間以及分子與物體之間碰撞純屬彈性的，亦即沒有摩擦力。並且不考慮介質流動受薄片的阻擋而產生渦流。這樣在薄片之下部如 C 點，介質的流速等於零。所以薄片所受的壓力是介質作用於其整個面積上的動能。設介質的密度為 Δ ，薄片的面積為 F ，則其阻力為：

$$P_a = F \times \frac{u^2 \Delta}{2} \quad (8)$$

如果介質是靜止的，薄片以速度 u 運動則薄片亦感受如式 (8) 的阻力。這種阻力稱為慣性阻力。

由式 (8) 可知慣性阻力與物體面積，介質濃度及運動速度平方成正比。

如果薄片的正面與介質的流向成 φ 角，如圖 2，則被薄片排開的介質數量是與 $F \times \sin \varphi$ 成比例。因此作用於薄片上的動力，亦即慣性阻力是：

$$P'_a = F \times \sin \varphi \times \frac{\Delta u^2}{2} \quad (9)$$

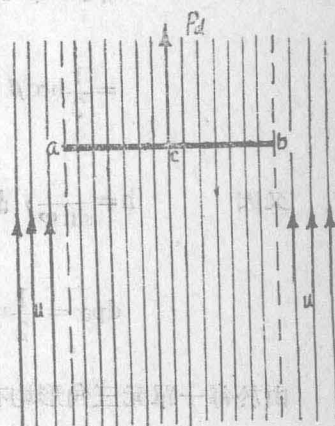


圖 1 一介質對薄片的運動壓力，薄片與流向垂直。

如果物體為圓錐形，錐的頂點正向液流，如圖3所示，則可取兩條相鄰的菱線圍成的三角形面積，如 a_1a_2o ，考慮其阻力。設該單元面積為 df ，圓錐角之半為 φ ，則按式(9)可得作用於 df 上的單元壓力為：

$$dp'_a = df \times \sin \varphi \times \frac{\triangle u^2}{2}.$$

設 h 為圓錐菱邊的長度， r 為其底的半徑，

則可以把 df 看成為一個三角形平面，故

$$df = \frac{1}{2} h \times a_1 a_2$$

$$= \frac{1}{2} h \times r \times d\beta,$$

式中 $d\beta$ 為 a_1o 及 a_2o 菱線在錐底上投影的圓心角。所以

$$dp'_a = \frac{1}{2} h \times r \times d\beta \times \sin \varphi \times \frac{\triangle u^2}{2}.$$

單元壓力 dp'_a 可分解為垂直的 dp_a 與水平的 dp''_a ，前者為

$$dp_a = dp'_a \times \sin \varphi \times$$

$$= \frac{1}{2} h r d\beta \sin^2 \varphi \frac{\triangle u^2}{2}.$$

又因 $h = \frac{r}{\sin \varphi}$ ，故

$$dp_a = \frac{1}{2} r^2 \times d\beta \times \sin \varphi \times \frac{\triangle u^2}{2}.$$

由於每一單元三角形均有另一單元三角形與之對應，如圖中之 b_1b_2o 與 a_1a_2o 故

作用於該兩單元面積的力量的水平分力互相抵消。

因此所有錐面上各單元三角形所受的力量總和就是各單元壓力垂直分力的總和。故得

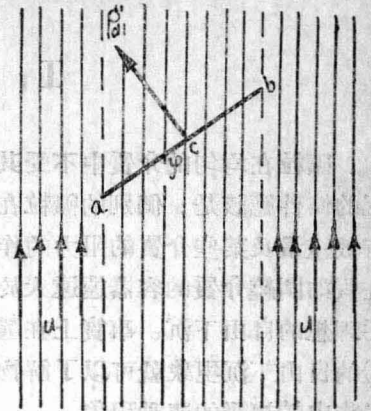


圖2 一介質對薄片的運動壓力，薄片與流向傾斜

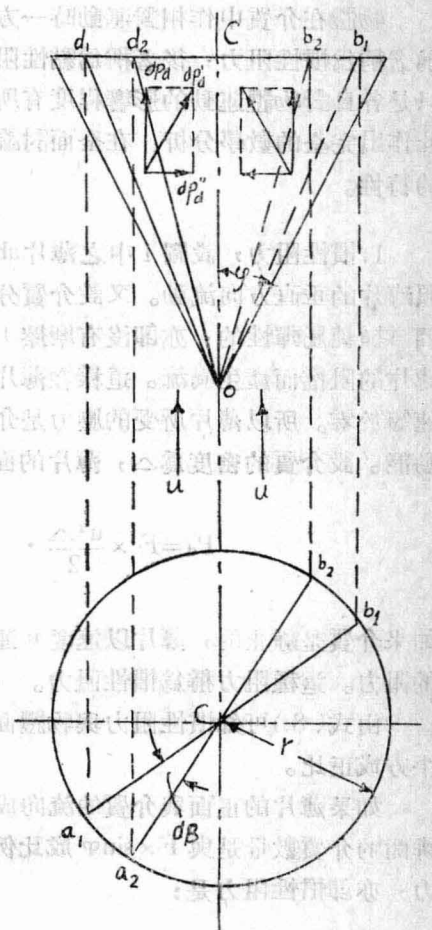


圖3 一介質對錐面的運動壓力

$$p_a = \int dp_a = \frac{1}{2} r^2 \sin \varphi \times \frac{\triangle u^2}{2} \int_0^{2\pi} d\beta = \pi r^2 \times \sin \varphi \times \frac{\triangle u^2}{2} \quad (10)$$

無數這樣的單元圓周帶所組成的，因此把式(11')在 $X=0$ 至 $\frac{\pi}{2}$ 的極限內積分則可得整個

球體所受的阻力：

$$\begin{aligned} p_d &= \int dp_d = -2\pi r^2 \frac{\Delta u^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x d(\cos x) \\ &= -2\pi r^2 \frac{\Delta u^2}{2} \left[\frac{\cos^3 x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ \therefore p_d &= \frac{2}{3} \times \pi r^2 \times \frac{\Delta u^2}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{\Delta u^2}{2} \quad (12) \end{aligned}$$

式(12)表示球體所受的阻力等於其圓面積所受者三分之二，

以上各式雖然沒有考慮流體的黏滯性及渦流，但可以得出如下的結論：物體在介質中運動所受的阻力與介質的動能 $\frac{\Delta u^2}{2}$ 成正比，其比例常數則視物體的形狀大小而定，這個觀念是牛頓首先想出的，後來經過里廷格及芬基(FINKE)的改正導演得出式(12)

2. 黏性阻力， 慣性阻力是從假設介質是理想流體的觀點出發的；亦即假設介質分子之間以及分子與物體之間沒有摩擦力存在。斯托克從另一個觀點出發，假設物體運動速度極慢，則可以忽略介質的慣性，而僅考慮介質分子之間的內在摩擦，並且還假設介質與物體之間沒有滑動；亦即假設鄰近物體表面有一層不作相對運動的，極薄的介質；這就是說不考慮介質與物體的摩擦力，這樣地導出有名的斯托克定律：

$$P_{st} = 6\pi \mu r v = 3\pi \mu d v \quad (\text{達因})。 \quad (13)$$

即球體在介質中運動的阻力與介質的黏度、物體的直徑（半徑）及其運動速度成正比。因為這種阻力僅考慮介質本身的黏滯性，所以稱為黏性阻力，這一定律是從高等數學分析而推導出來的，亦可用因次，分析來推演，但都需用較高深的理論知識，此處不作介紹。斯托克定律對於研究細礦粒的運動問題應用很廣，故應該知道其假設的根據。

慣性阻力與黏性阻力都僅僅考慮實際情況的某一方面。前者是與運動速度的平方成正比，亦即為動能的方式成正比；所以阻力隨速度的增加率很快。後者是與運動速度的一次方成正比，所以阻力與速度是直線地遞增的，實際上兩種阻力都同時存在，所以阻力與速度的關係是介乎上述兩種極端情形之間。除此之外，以上所考慮的物體都是球形而實際上各種礦粒都是不規則形狀的。所以運動阻力與理論的情況更有差別。但是我們可以先從簡單的理想情況着手探討，然後推斷複雜的實際情況。

§5. 球體在介質中的下沉速度

物體在靜止的介質中下沉，促使其向下運動者是物體本身的重量 G ，與此相反，介質的浮力 G_f 及運動阻力 P 則抵抗物體下沉，因此實際促使物體下沉的力量，是這三者的代數和

。設其結果使物體以速度 V 運動，則其加速度為 $\frac{dv}{dt}$ 其動能為 $m \frac{dv}{dt}$ ，（ m 為物體的質量）

。物體的動能是由於以上三種力量的合力而來的，因此得到如下一般化的運動方程式：

$$m \frac{dv}{dt} = G - G' - P \quad (14)$$

如果物體的體積為 V ，密度為 δ ，則其質量為 $m = V\delta$ ，並設介質的密度為 $\triangle$ ，則式 (14) 可變為

$$V\delta \frac{dv}{dt} = V\delta g - V\triangle g - P,$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\delta - \triangle}{\delta} g - \frac{P}{V\delta} \quad (15)$$

式 (15) 實際上是物體運動的加速度公式。從該式中可知它是等於兩個加速度之差，其一是

$$g_0 = \frac{\delta - \triangle}{\delta} g,$$

這是僅取決於物體與介質的密度，而與物體的粒度與形狀無關；其二是

$$a = \frac{P}{V\delta},$$

則隨物體的運動速度而變更，並且與物體的粒度形狀也有關係。

當物體開始下沉時，其速度 $V=0$ ，故運動阻力（無論是屬於慣性阻力，或黏性阻力或甚至兩者兼有的阻力） $P=0$ ，所以此時物體下沉的加速度最大，並且等於：

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\delta - \triangle}{\delta} g = g_0. \quad (16)$$

因此 g_0 亦稱為物體下沉的初加速度。

初加速度只見諸物體下沉開始的一瞬間。自此以後物體的下沉速度 v 則從零起漸漸增加。運動阻力 p 因而亦漸漸增加。其結果是 a 值從零起漸漸接近於 g_0 而使 $\frac{dv}{dt}$ 漸漸減小。並

且到某一瞬間， a 值必然會等於 g_0 ，於是 $\frac{dv}{dt} = 0$ ；亦即物體自此以後不作加速下沉，而是以恒速下沉。此時的下沉速度必然是達到最大值：故稱為下沉末速或最大恒速 v_0 。物體達到末速時的運動方程是：

$$\frac{dv}{dt} = 0 = \frac{\delta - \triangle}{\delta} g - \frac{P}{V\delta} \quad (17)$$

從上述物體下沉最大恒速的來由可知 v_0 值是取決於運動阻力的形式與物體本身的粒度與形狀。如果物體運動僅受慣性阻力，並且物體是球形，則從式(12)得

$$P = P_d = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi d^3}{4} \cdot \frac{v_0^2 \Delta}{2}.$$

並且

$$V = \frac{\pi d^3}{6}.$$

代入式(17)得：

$$\frac{\delta - \Delta}{\delta} g - \frac{\frac{2}{3} \times \frac{\pi d^3}{4} \times \frac{v_0^2 \Delta}{2}}{\frac{\pi d^3}{6} \times \delta} = 0$$

$$\frac{\delta - \Delta}{\delta} g - \frac{v_0^2 \Delta}{2d\delta} = 0$$

移項，求得球體的末速 v_0 為：

$$v_0 = \sqrt{2g \left(\frac{\delta - \Delta}{\Delta} \right) d} = 44.29 \sqrt{d \left(\frac{\delta - \Delta}{\Delta} \right)} \text{ 公分/秒} \quad (18)$$

如以公厘作為 v_0 及 d 之單位則：

$$v_0 = 142 \sqrt{d \left(\frac{\delta - \Delta}{\Delta} \right)} \text{ 公厘/秒} \quad (18')$$

該式表示：物體下沉末速與其直徑有關。直徑相同而密度不同的兩個物體，密度大者其下沉末速大；直徑不同而密度相同的兩個物體，則直徑大者其下沉末速大，這個數學上的關係是由里丁格根據慣性阻力而導出來的，故亦稱里丁格定律，或稱排阻下沉律。

如果物體運動僅受黏性阻力，並且物體亦為球形，則從式(13)可知

$$P = P_{st} = 3\pi \mu d v_0.$$

代入式(17)得：

$$\frac{\delta - \Delta}{\delta} g - \frac{3\pi \mu d v_0}{\frac{\pi d^3}{6} \delta} = 0,$$

$$\frac{\delta - \Delta}{\delta} g - \frac{18\mu v_0}{d^2 \delta} = 0,$$

故

$$v_0 = \frac{g}{18} \left(\frac{\delta - \Delta}{\mu} \right) d^2 = 54.5 \left(\frac{\delta - \Delta}{\mu} \right) d^2 \text{ 公分/秒} \quad (19)$$

如以公厘作為 v_0 及 d 之單位則：

$$v_o = 5.45 \left(\frac{\delta - \triangle}{\mu} \right) d^2 \quad \text{公厘/秒} \quad (19')$$

該式表示：物體的下沉末速與其直徑平方及密度之差成正比，與介質的黏度成反比。這個數學上的關係是根據黏性阻力而導出來的，故稱為斯托克下沉律，或稱黏阻下沉律。

排阻律與黏阻律均說明：物體的直徑及密度越大則其下沉末速越大，如前所述慣性阻力與黏性阻力都是實際中的一方面，因此這兩個下沉定律也只能說明兩種極端的理想情況。但比較兩種阻力可以知道在那一種條件下某一個下沉定律接近於正確。

物體運動時慣性阻力與黏性阻力同時存在。從兩者的比例可以看出何種阻力佔優勢。從式(12)及(13)

$$\frac{P_a}{P_{st}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{v^2 \triangle}{2}}{3\pi d \mu v} = \frac{1}{36} \frac{dv \triangle}{\mu}.$$

但從流體力學中知 $\frac{dv \triangle}{\mu}$ 為雷諾數 R ，是沒有物理單位的絕對數值，故

$$\frac{P_a}{P_{st}} = \frac{R}{36}. \quad (20)$$

因此球體在介質中運動假如其雷諾數 $R > 36$ ，則 $P_a > P_{st}$ ，亦即慣性阻力佔優勢，故物體的運動情況傾向於排阻下沉律；假如其雷諾數 $R < 36$ ，則 $P_a < P_{st}$ ，亦即黏性阻力佔優勢，故物體的運動情況傾向於黏阻下沉律。

必須指出， $R = 36$ 這個數值並不是應用那一個下沉律的分野，實際上從試驗得知，當 $R < 1$ 時，物體運動是極接近於黏阻下沉律，當 $R > 1000$ 時，則接近於排阻下沉律，因此有很廣的範圍兩個定律都不能適用。研究這一過渡範圍的運動規律的學者很多，都是用實驗方法去求得某些常數從而推出實驗公式。阿蘭 (ALLEN) 從實驗得出球體的阻力為：

$$P_A = \frac{10}{\sqrt{R}} \times \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{v^2 \triangle}{2} \quad (21)$$

式中 R 為雷諾數，因此

$$P_A = \frac{10}{\sqrt{\frac{dv \triangle}{\mu}}} \times \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{v^2 \triangle}{2}. \quad (21')$$

將 P_A 值代入式(17)可求得下沉末速如下：

$$\frac{\delta - \triangle}{\delta} g - \frac{\frac{10}{\sqrt{\frac{v_o d \triangle}{\mu}}} \times \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{v_o^2 \triangle}{2}}{\frac{\pi d^3}{6} \delta} = 0,$$

$$v_o = \sqrt[3]{\left(\frac{2g}{15}\right)^2 \cdot \left(\frac{\delta - \triangle}{\triangle}\right)^2 \cdot \frac{\triangle}{\mu} d}.$$

由於 $\frac{\mu}{\Delta} = \nu$ ，介質的動黏滯係數，故

$$v_o = \frac{25.8 d}{\sqrt[3]{\nu}} \sqrt{\left(\frac{\delta - \Delta}{\Delta}\right)^2} \text{ 公分/秒,} \quad (22)$$

該式的適用範圍以雷諾數表示之約為 $R = 2 \sim 300$ 。

總結以上所述各公式可知：假如密度相同的球體在同一種介質中下沉，則其下沉末速是球體直徑的函數。這樣各式可簡化為：

$$v_o = 44.29 \sqrt{\frac{\delta - \Delta}{\Delta}} \sqrt{d} = B_R \sqrt{d}, \quad (23)$$

$$v_o = \frac{25.8}{\sqrt[3]{\nu}} \sqrt{\left(\frac{\delta - \Delta}{\Delta}\right)^2} d = B_{Ad}, \quad (24)$$

$$v_o = 54.5 \left(\frac{\delta - \Delta}{\mu}\right) d^2 = B_{sd}^2 \quad (25)$$

式中 B_R ， B_A 及 B_{st} 均為常數。

各式中直徑 d 的指數是 $\frac{1}{2}$ ，1 及 2；各式的應用範圍以雷諾數表示之則是 >1000 ， $300-2$ 及 <1 。

S7. 不規則形狀物體的下沉速度

在選礦操作中所遇的礦粒都不是球形，所以 S6 所述各公式均不盡適用。礦粒的形狀與球形差別越大，則實際的下沉末速顯然與上述各式所計算的數值相差越遠。例如方形礦粒的下沉末速比較長形者更為接近上述理論的速度。

礦粒實際的下沉末速可以從簡單的試驗中求得。取一長度適當並且直徑相當大的垂直玻璃管，管內盛滿清水，將試驗的礦粒靜放入管內使其自由下沉。測量礦粒下沉的距離 S 及所需之時間 t ，則該礦粒的下沉速度為：

$$v_o = \frac{s}{t}.$$

用圖 5 的裝置可以測量礦粒的平均下沉速度。清水經水門 1 導入儀器內，經下沉管 2 至 3 處溢出，然後被收集於容器 4 內。水門 1 有刻度，可以調節入水量。藉秒錶及容器 4 可以算出單位時間內的入水量，因而可以算出上衝水在管 2 內的速度。試驗時先把入水量調節至最小然後把試料（粒度不同的礦物）放入小容

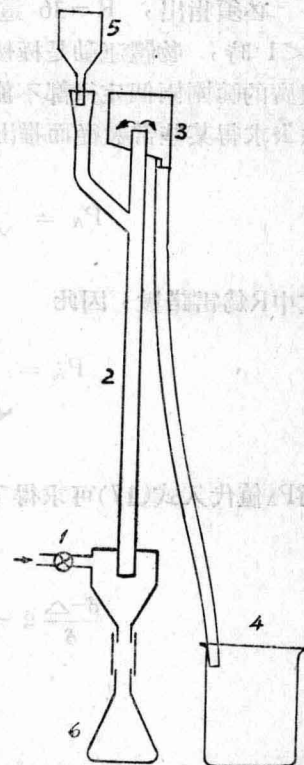


圖 5 一下沉速度分析儀