中国金融学年会会刊

Vol.3 No.1
第3卷 第1期，2007

金融学季刊
Quarterly Journal of Finance

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

金融学季刊

Quarterly Journal of Finance

图书在版编目(CIP)数据

金融学季刊(第3卷·第1期)/徐信忠,刘力,朱武祥主编. —北京:北京大学出版社,2007.5

ISBN 978-7-301-12131-3

Ⅰ.金… Ⅱ.①徐…②刘…③朱… Ⅲ.金融学-丛刊 Ⅳ.F830-55

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第065977号

书　　名:**金融学季刊(第3卷·第1期)**

著作责任者:徐信忠　刘　力　朱武祥　主编

责 任 编 辑:张　燕　魏　聃

标 准 书 号:ISBN 978-7-301-12131-3/F·1611

出 版 发 行:北京大学出版社

地　　址:北京市海淀区成府路205号　100871

网　　址:http://www.pup.cn

电　　话:邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62752926
出版部 62754962

电 子 邮 箱:em@pup.pku.edu.cn

印 刷 者:**北京大学印刷厂**

经 销 者:新华书店

787毫米×1092毫米　16开本　8.25印张　153千字

2007年5月第1版　2007年5月第1次印刷

定　　价:30.00元

International Price: US $25.00

金融学季刊

2007 年 第 3 卷 第 1 期

目　　录

Quarterly Journal of Finance
Vol. 3, No. 1, 2007

CONTENTS

金融学季刊
2007 年 第 3 卷 第 1 期

Quarterly Journal of Finance
Vol. 3, No. 1, 2007

有限责任、单调性与最优财务合约

郭文新 曾 勇*

摘 要 本文在经典文献 Innes(1990)研究的基础上,应用委托–代理问题的一阶条件方法研究了努力不可观察时的融资问题,得到了最优财务合约,并拓展分析了投资者风险规避的情形。

关键词 资本结构,道德风险,一阶条件方法,有限责任,单调性

一、引 言

委托–代理关系常常被表示为有约束的最优化问题。约束有两组:激励兼容约束指代理人选择其效用最大化的行动,而参与约束指代理人自愿接受该合约。委托–代理问题的标准分析方法,称为一阶条件(first-order condition, FOC)方法,最初由 Mirrlees(1999)、Holmstrom(1979)、Grossman and Hart(1983)等人发展,后经 Rogerson(1985)严格证明,被广泛地应用于经济和管理问题的研究中。该方法的核心是,把代理人选择效用最大化行动的激励兼容约束(全局约束)用其一阶条件(局部约束)代替,即要求代理人选择的行动使得其预期效用值是一个驻点。Rogerson(1985)指出单调似然率性质(MLRP)和分布函数的凸性化条件(CDFC)是应用这一方法的充分必要条件,并给出了求解程序。MLRP 是指代理人的努力改变了产出实现的概率,类似于微观经济学中的生产函数,高的努力使得高产出实现的可能性更大。而 CDFC 是指产出的累积分布函数为代理人努力水平的凸函数,即技术呈现出随机的规模报酬递减。Rogerson(1985)的求解程序(RFOC)在代理理论的研究中得到了广泛地应用,Innes

* 郭文新,电子科技大学管理学院讲师;曾勇,电子科技大学管理学院教授。通讯作者及地址:郭文新,成都市建设北路二段四号电子科技大学管理学院,610054;电话:028-83200349;E-mail: guowx@ uestc. edu. cn。本文得到国家自然科学基金项目(编号:70540022)、教育部“新世纪优秀人才支持计划”项目(教技司[2005]2 号)、电子科技大学青年基金项目(编号:JX03142)的资助。作者感谢两位匿名审稿人中肯的意见与建议。

(1990)将这个方法用于公司财务问题的研究中。

Innes(1990)是一篇公司财务方面的经典文献,该文考察了当企业家与投资者都是风险中性时,在企业的期末利润可证实的情况下,投资者面对企业家努力不可观察时的最优合约设计问题。融资问题被描述为给定企业家的激励兼容约束和投资者的参与约束,最大化企业家的预期利润。如果合约必须满足有限责任和单调性假设,债务就是激励企业家的最优合约。有限责任很容易理解,而合约的单调性是指,投资者的回报不能随毛利润的增加而递减,如债权、股权和可转换证券等都是单调性的合约。Innes 的模型分为两个部分。第一部分将不同于债权的单调性证券与债权对比,应用了两种证券的单交叉性质和 MRLP 性质揭示了债权的激励效能。在企业家承担有限责任的假设下,债权给予投资者企业低利润状态下最高的支付。当企业处于高利润状态时,债权在所有的单调性证券中给予投资者的回报最小(只分享固定收入)。债权在企业高低利润状态下的这两个激励特性将会诱使企业家的最优努力。较早的研究 Jensen and Meckling(1976)指出,数额较小且确定地能全额归还的安全性债务(safe debt)可提供企业家一级最优[1](first-best)的激励,而 Innes 把对债务的激励效率的分析拓展到当债务存在着风险的情形,对于代理理论有重要的贡献。Innes(1990)模型的第二部分尝试用 RFOC 方法分析了同样的融资问题,但却没有得到债务合约。

面对某一融资问题,我们事先并不知道什么样的资本结构是最优解,现实中的企业家和投资者可选择任意的融资工具来融合他们的利益冲突,而基础性的理论工作是从原始的假设和最优化问题出发,内在地(endogenously)推导出最优的资本结构。Innes(1990)前半部分的研究中,因债券满足单调性假设和有限责任假设,被取为融资工具的备选项,这是一种预先设定然后再证明其最优性的思路。而 RFOC 的思想方法则是给定原始假设和最优化问题,研究如何找到该问题的最优解,研究是否存在一种合约形式(或称机制)来融合合约双方的利益冲突。

Innes(1990)将 RFOC 方法应用于同样的问题却得到了一个"生死"(live-or-die)证券,即存在某一利润水平,当利润高于(低于)这个水平,企业家(投资者)获得全部利润。Innes 前后两部分的结论完全不同,我们自然要问,应用 RFOC 方法分析这个问题是否失效了?情况并非如此,在应用 RFOC 方法时,需保证两个选择变量(关于合约和努力水平)的必要条件同时成立,且需验证解出的合约是否能确保企业家的预期效用值是一个驻点。本文发现,在"生死"证券的利润分配下,关于努力水平的一阶条件并不满足,该合约无法实施投资者想

[1] 有关一级最优和二级最优(second-best)的讨论参见本文的注释[5]。

要而企业家也愿意提供的努力水平，这表明“生死”证券不是该融资问题的最优解。

RFOC 是逐点最优化（pointwise optimization）的分析方法，其经济含义是合约具有状态依赖性质，即针对每一利润水平给予投资一个回报。本文在求解过程中要求回报是单调的，从而成功地纳入了单调性假设，得到的解析解正好是债券。但关于该融资问题以及原始假设的描述都归功于 Innes 最初的工作。本文求解中所预示的债券的激励效果能够与 Innes 的第一部分相映照，而不是相反。Innes 在应用 RFOC 方法时并没有纳入单调性假设，“生死”证券是非单调的，投资者的收入在高利润状态下反而向下跳跃。

可能因为 Innes(1990) 后半部分的工作，经济学家认为无法应用 RFOC 方法得到融资问题的解析解。Dewatripont, Legros and Matthews(2003) 就称，RFOC 方法无法得到最优合约为债券和股权等标准的金融工具，而必须寻找别的证券设计方法来证明债券的最优性。据我们掌握的文献来看，经济学家更广泛地应用不完全合约的方法体系研究债券，例如企业利润半可证实（semi-verifiable）的状态审核模型（Townsend, 1979; Gale and Hellwig, 1985）、收入不可证实模型（Bolton and Scharfstein, 1990; Hart and Moore, 1998）、再谈判与事后保险模型（Hermalin and Katz, 1991; Matthews, 2001; Dewatripont, Legros and Matthews, 2003）等。这些模型都应用了间接机制设计（indirectly mechanism design）的方法，所得到债券是事后有效率的合约，而 RFOC 方法的成功应用则表明事前的直接机制得到的最优解也是债券。[2]

本文更进一步用 RFOC 方法拓展分析了当投资者为风险规避的情形，得到的最优合约也是债券，但难以拓展分析当企业家为风险规避，或者投资者和企业家均为风险规避的情形。[3] 这里有一个疑问，一般的文献均假设投资者为风险中性而企业家风险规避，主要依据是投资者能够将资产分散化从而规避风险，但企业家难以规避风险，为什么我们要考察投资者风险规避的情形？这个假设有什么经济含义？主要有两个原因：第一，存在着投资者无法分散风险的情形，如极为专业化的风险投资（venture capital）就很难通过分散投资而规避风

---

〔2〕　判断合约最优性的标准是指事前订立合约和事后执行合约都能达到帕雷托效率。完全合约一般假设影响合约关系的不确定事件事前可以描述，事后也可以证实，这样合约双方可以订立状态依赖性质的合约（称为直接机制设计），这种合约事前和事后都是帕雷托有效率的。但不完全合约放松了合约方对于不确定性事件的这种认识，在一些特定的情况下，合约方可以通过事后报告状态的博弈或其他机制设计方法（间接机制设计）来达到事后的效率。

〔3〕　本文没有得到企业家风险规避时最优合约是债券的结论。对企业家激励与风险分担的合约设计需考察双方存在再谈判可能性的情形，Dewatripont, Legros and Matthews(2003) 也指出不存在再谈判的分析框架下，如果企业家是风险规避的，则债务不是最优的合约，债务不能分担企业家承担的风险。见本文第三节的简要阐述。

险。第二，债券让企业家承担了更多的风险而投资者承担了较少的风险，因而风险规避的投资者较容易进入债务合约。在第三节我们研究了投资者风险规避时的最优合约，也简要讨论了双方风险规避情形的合约设计问题。

企业的期末利润可被第三方（如法院）所证实，意指合约双方能够理性地预见未来，这里的债务合约较多地对应于市场的短期借贷行为。结合 Innes (1990) 与本文的补充论证，可以为代理人行动不可观察时的短期融资问题提供较为完整的理论分析。

本文的其余部分内容安排是：第二部分我们给出了模型的基本框架；第三部分是本文的重点，我们首先检验了 Innes (1990) 的“生死”证券，接着我们在 RFOC 方法中引入单调性假设，从而证明最优的合约是债券；第四部分考察了投资者风险规避时的最优合约；第五部分结束全文。

二、模　型

某企业家（代理人）拥有一个投资项目，但没有足够的资金支持该项目而要向外融资 K。企业家是风险中性的，投资者既可以是风险中性的也可以是风险规避的。假设有多个投资者（委托人）可以向企业家提供投资，他们之间为获得投资机会而相互竞争。

项目期末的毛利润[4]是可以证实的（verifiable），且有 $n \geqslant 2$ 个可能的实现值 $0 = y_1 < y_2 < \cdots < y_N$。

企业家选择努力水平 $a \in A$ 经营该项目，其中 $A = [\underline{a}, \bar{a}]$。令 $g\langle y_i \mid a \rangle$ 为选择行动 a 时，利润 i 实现的概率，以下是对该概率函数的假设。

假设 1：对于每个 $i \in [1, \cdots, N]$ 和每个行动 $a \in A$，有 $g\langle y_i \mid a \rangle > 0$。

假设 2：对于每个 $i \in [1, \cdots, N]$ 和每个行动 $a \in A$，$g\langle y_i \mid a \rangle$ 关于 a 二阶连续可导。

定义利润 i 的分布函数为：

$$G\langle y_i \mid a \rangle = \sum_{j=1}^{i} g\langle y_j \mid a \rangle \tag{1}$$

以下的假设 3 和假设 4 是应用一阶条件方法（FOC）的充分必要条件。

假设 3：如果 $a'' \leqslant a'$ 意味着 $g\langle y_i \mid a' \rangle / g\langle y_i \mid a'' \rangle$ 关于 i 非递减，则称概率函数 $\{g\langle y_i \mid a \rangle\}_{i=1}^{N}$ 满足单调似然率性质（monotone likelihood ratio property,

[4] 大部分金融合约文献均采用了毛利润这一概念，指未扣除货币投资和人力资本投资的、可以为合约方期末分享的项目运行的货币结果。但是这一概念事实上应该是项目的期末市场价值，在此基础上，我们才能讨论有限责任约束对合约订立施加的实际影响。

MLRP)。

如果概率函数可导,则 MLRP 可表示为:对于每一努力水平 a,$g_a\langle y_i \mid a\rangle / g\langle y_i \mid a\rangle$ 关于 i 非递减(Milgrom, 1981)。MLRP 意味着增加努力会使得利润以一阶随机占优的方式增加,这个性质被称之为随机占优条件(stochastic dominance condition, SDC)。Whitt(1980)证明了这个性质。

定义:如果对于每个 $i \in [1,\cdots,N]$ 和 $a \in A$,分布函数的一阶导数 $G_a\langle y_i \mid a\rangle$ 非正,则称函数 $\{g\langle y_i \mid a\rangle\}_{i=1}^N$ 满足 SDC 性质。

引理 1(Whitt, 1980):MLRP 意味着 SDC 性质成立。

第二个重要的性质是假定概率函数满足分布函数的凸性化条件(convexity of the distribution function condition, CDFC)。

假设 4:对于每个 $i \in [1,\cdots,N]$ 和每个行动 $a \in A$,如果分布函数的二阶导数 $G_{aa}\langle y_i \mid a\rangle$ 非负,则函数 $\{g\langle y_i \mid a\rangle\}_{i=1}^N$ 满足 CDFC。

根据 MLRP,$G\langle y_i \mid a\rangle$ 关于 a 递减,即更高的努力使得利润小于或等于 y_i 的概率递减。CDFC 要求该函数以递减的速度递减,因而 CDFC 具有随机规模报酬递减的意义。

相对应的,根据 MRLP,上概率累积分布函数(upper cumulative probability function):

$$Q\langle y_i \mid a\rangle = 1 - G\langle y_i \mid a\rangle = \sum_{j\geqslant i}^{N} g\langle y_j \mid a\rangle \tag{2}$$

关于 a 非递减。根据 CDFC,函数 $Q\langle y_i \mid a\rangle$ 将以递减的速度递增,即 $Q_{aa}\langle y_i \mid a\rangle \leqslant 0$。Rogerson(1985)给出了满足 MRLP 和 CDFC 的一个例子:

$$G\langle y_i \mid a\rangle = \left(\frac{y_i}{y_N}\right)^{a-a} \tag{3}$$

假设项目结束时,合约双方对毛利润 y_i 进行分配,令 $s = (s_1, s_2, \cdots s_N)$ 表示这个合约,s_i 表示对于每一利润 y_i 由企业家给予投资者的支付。假设对于每一合约 s_i 和行动 $a \in A$,投资者和企业家的效用分别是 $V(s,a)$ 和 $U(y-s,a)$,两个函数二阶连续可导。投资者的预期效用为预期利润减去投资成本:

$$\mathrm{E}V(s,a) - (1+\rho)K = \sum_{i=1}^{N} V(s_i) g\langle y_i \mid a\rangle - (1+\rho)K \tag{4}$$

其中 K 表示投资者的投资支出,其平均的投资回报率为 ρ。而企业家的预期效用采用收入和努力成本可分离的形式:

$$\mathrm{E}U(y-s,a) = \sum_{i=1}^{N} U(y_i - s_i) g\langle y_i \mid a\rangle - c(a) \tag{5}$$

其中 $c(a)$ 表示企业家努力的成本函数,满足 $c_a(a) > 0$ 以及 $c_{aa}(a) > 0$ 的单增且凸的假设。

我们要对合约作一些必要的假设。首先根据公司法律制度,企业家承担有限责任,这意味着企业向投资者的支付不能超过企业挣得的全部利润。即对于所有的 $i \leqslant N$,

$$0 \leqslant s_i \leqslant y_i \tag{6}$$

第二个假设是投资者的利润关于 i 非递减,称为利润分配的单调性假设,由 Innes(1990)给出。即对于所有的 $i > 1$,

$$s_{i-1} \leqslant s_i \tag{7}$$

合约的单调性可以防止两种事后的道德风险。第一种道德风险是,企业家可能在利润实现之前先于投资者观察到真实的利润水平,而投资者只能在利润实现的时候观察到企业总的净现金流状况。如果合约非单调,企业家可以通过向外秘密借款而增加账户的盈余,从而获得剩余。例如,假设 $y_j < y_i$,但给予投资者的支付非单调,$s_j > s_i$。如果利润是 y_j,企业家可以向外秘密借款 $y_i - y_j$,从而假冒利润实现是 y_i,由此企业家获得的总剩余为 $(y_i - s_i) - (y_j - s_j) = (y_i - y_j) + (s_j - s_i)$,在顺利还款后仍能获得剩余 $(s_j - s_i)$。第二种情形对应于投资者掌控了企业的财务,如果给予企业家的支付非单调,也会出现类似投资者的事后道德风险。现实中的股权、债权以及可转换证券等都是单调性的合约。

三、合约双方风险中性的情况

企业家风险中性是 Innes(1990)的基础假设,在求解最优合约的过程中将不考虑风险分担的问题,而仅仅关注合约的激励特征。合约双方的预期效用将改写为:

$$EV(s,a) - (1+\rho)K = \sum_{i=1}^{N} s_i g\langle y_i \mid a\rangle - (1+\rho)K \tag{8}$$

$$EU(y-s,a) = \sum_{i=1}^{N} (y_i - s_i) g\langle y_i \mid a\rangle - c(a) \tag{9}$$

我们首先考察当企业家的行动可观察时的融资问题。如果企业家的行动可观察,合约可以直接建立在企业家行动的基础上,作为委托人的投资者可以指定企业家对企业最优的努力水平。企业的价值创造与谁投资企业、以何种形式分配企业利润没有关系。这正是经典 MM 定理成立的情形。企业总的预期价值为:

$$\sum_{i=1}^{N} y_i g\langle y_i \mid a\rangle - c(a) - (1+\rho)K \tag{10}$$

企业家的一级最优努力水平[5]由下式给出：

$$\sum_{i=1}^{N} y_i g_a \langle y_i \mid e \rangle = c_a(e) \tag{11}$$

（一）检验 Innes(1990)的"生死"证券

如果企业家的行动不可观察，则合约不能直接建立在企业家行动的基础上。但在一个事后利润可被合约双方以及第三方（如法院）所证实的模型中，双方可以建立状态依赖性质的合约，即对于每一个不同的利润 y_i，都有一个对投资者的支付 s_i。由于企业家面对多个相互竞争的投资者，企业家在签订合约时具有讨价还价能力，他将向投资者提供合约而最大化自己的利益。Innes(1990)的第二部分给出了如下式(12)的融资问题，即给定企业家的激励相容约束与有限责任约束，以及投资者的参与约束，企业家最大化自己的预期利润。[6] 在这部分分析中，Innes 并没有纳入单调性假设，他尝试应用 RFOC 方法得到了"生死"证券，从而导致了与其第一部分结论的不同。

$$\max_{s,a} \mathrm{E}U(y - s, a) \tag{12}$$

$$\text{s.t. } \mathrm{E}V(s,a) \geqslant (1+\rho)K \tag{12a}$$

$$a \in \underset{\hat{a} \geqslant \underline{a}}{\operatorname{argmax}} \mathrm{E}U(y - s, \hat{a}) \tag{12b}$$

$$0 \leqslant s_i \leqslant y_i \tag{12c}$$

约束条件(12a)代表投资者的收益要求约束，也称盈亏平衡条件(break-even condition)。约束条件(12b)表示企业家的激励相容(incentive compatibility)约束。约束条件(12c)表示企业家的有限责任约束。Rogerson 求解程序的关键点[7]在于，用如下的不等式约束(13)来代替全局约束(12b)，不等式的作用在于保证该约束的拉格朗日乘子非负。Innes(1990)也采用了这个求解程序。

---

〔5〕 一级最优问题是指决策集合仅仅受到技术和资源的限制，双方关于努力的信息是对称的，由此合约中可以指定企业家一级最优的努力水平。如下将考察的二级最优问题中，合约双方的信息是不对称的，只能依业绩设计奖惩措施来诱导企业家的努力。由于企业家只承担有限责任，从而限制了惩罚，将不能实施企业家一级最优的努力水平。

〔6〕 这个合约问题是代理人而不是委托人选择合约。相反，绝大多数的委托–代理模型都是委托人选择合约，而受到代理人应该得到一个事先确定的保留效用水平的约束。Innes(1990)对此的解释是，因为两种定约方式得到的解点都居于相同的效用可能边界上，这些解的数量特征是一样的。除了 Innes(1990)的这个解释外，其经济解释应该是，企业家拥有资产的所有权，而投资者之间相互竞争，因而企业家事前具有全部的讨价还价能力而可给予投资者一个要么接受要么走人(take-it-or-leave-it)的合约。但企业家事后却不一定具有资产的完全所有权，例如，在债务合约下，如果企业的利润较低，他可能失去对资产的支配权。

〔7〕 Rogerson(1985)称该方法为双重放松帕雷托最优化规划(doubly-relaxed Pareto-optimization program)。他一般化地给出了非对称信息激励问题的最优解条件，即当概率函数满足假设 3 和假设 4 时，就可用局部的不等式约束代替全局的激励相容约束。

$$dEU(y - s, a) / da \geqslant 0 \tag{13}$$

Rogerson 指出,在得到了最优解后,必须验证如下两个式子成立:

$$dEU(y - s, a) / da = 0 \tag{14}$$

$$d^2EU(y - s, a) / da^2 \leqslant 0 \tag{15}$$

这样才能确保一阶条件方法是可行的。如果条件(14)和(15)成立,这个解就是非对称信息下的帕累托最优解。但 Innes 所得到的解不能保证式(14)成立,因而不是帕累托最优解。

现在我们来考察 Innes 对于问题(12)给出的解。首先问题(12)的拉格朗日函数为:

$$L(s_i, a, \lambda, \mu, \theta, \eta) = EU(y - s, a) + \lambda\{EV(s, a) - (1 + \rho)K\} + \mu\{dEU(y - s, a) / da\} + \sum_{i=1}^{N} \theta s_i + \sum_{i=1}^{N} \eta(y_i - s_i) \tag{16}$$

这里 λ, μ, θ 和 η 分别代表约束(12a)至约束(12c)的拉格朗日乘子,一阶条件为:

$$g\langle y_i \mid a\rangle\left(\lambda - 1 - \mu\frac{g_a\langle y_i \mid a\rangle}{g\langle y_i \mid a\rangle}\right) + (\theta - \eta) = 0 \tag{17}$$

$$\frac{dEU(y - s, a)}{da} + \lambda\frac{dEV(s, a)}{da} + \mu\frac{d^2EU(y - s, a)}{da^2} = 0 \tag{18}$$

因为 θ 和 η 的非负性和互补松弛性,条件(17)得到如下结果[8]:

$$\phi(y_i, a) \equiv \lambda - 1 - \mu\frac{g_a\langle y_i \mid a\rangle}{g\langle y_i \mid a\rangle} > 0 \Rightarrow s(y_i) = y_i \tag{19a}$$

$$\phi(y_i, a) = 0 \Rightarrow s(y_i) \in [0, y_i] \tag{19b}$$

$$\phi(y_i, a) < 0 \Rightarrow s(y_i) = 0 \tag{19c}$$

$\mu \geqslant 0$,当 $\mu = 0$ 时,激励约束不起作用,Innes(1990)证明了此种情形对应于完全信息下的情形,即企业家将实施一级最优的努力水平。$\mu > 0$ 和 MLRP 性质意味着 $\phi(y_i, a)$ 关于利润 y_i 递减,由此 Innes 得到了如下的"生死"证券:

$$s(y_i, t) = \begin{cases} y_i & \forall i \leqslant t \\ 0 & \forall i > t \end{cases} \tag{20}$$

[8] 函数 ϕ 中的拉格朗日乘子 λ 代表了货币投入的影子价格,μ 是指企业家的努力不可观察时其所获得的信息租金的影子价格,以似然率为权重进行调整,即投资者以极大似然法则试图从观察到的产出来推断在该分布下的一个努力参数,给予高的努力更高的奖赏。λ 和 μ 的大小反映了在订约阶段投资者和企业家讨价还价的相对强度,因而在 a 的取值范围内,ϕ 同时存在大于、等于和小于0的情形才有经济含义,否则似然率无法发挥激励效能。如果仅有 $\phi \geqslant 0$,意味着企业家具有过小的讨价还价能力,根据(19a)和(19b),企业家除了在最高利润点 y_N 获得不确定性的利润外,在别的利润区间所得为0。但企业家的努力是有上界的,而不能确定性地保证企业的利润一定是 y_N,企业家的成本函数单增且凸的假设排除了这个角点解。如果仅有 $\phi \leqslant 0$,根据(19b)和(19c),企业家施加一个微小的努力就可使得投资者的回报为0,这显然将破坏投资者的参与约束。

式(20)表示存在某一利润水平 y_t，当企业的利润低于该水平时，投资者获得全部利润而企业家的利润为 0；反之，如果企业的利润高于该水平时，企业家获得全部利润而投资者的利润为 0。

最优解 (s_i^*, a^*) 须保证式(17)和式(18)两组一阶条件同时成立。条件(17)与(18)是相互作用的，因为企业家选择更高的行动 a 将会使得更高的利润 y_i 出现，而针对每一个不同的 y_i 要确定一个最优的支付 s_i^*；反过来，分配规则 s_i^* 也应该诱导企业家最优的行动 a^*。本文发现，在"生死"证券的收益配置下，式(18)不一定成立。如果要使得式(18)成立，则根据 Rogerson(1985)的求解程序，需验证条件(14)和(15)也成立。Innes 并没有直接验证条件(14)和(15)，他直接假设条件(15)的不等式成立，其理由是，如果"生死"证券是问题(12)的内部解的话，即 $t \geqslant 0$，则该条件自然成立。并且他认为在"生死"证券的配置下，一定有投资者的预期边际毛利润 $\mathrm{d}EV(\cdot)/\mathrm{d}a > 0$。那么将存在某一组合适的正的 λ 和 μ，在使得条件(18)成立的同时也使得 $\mathrm{d}EU(\cdot)/\mathrm{d}a = 0$，即条件(14)成立，这意味着企业家选择最优的努力水平 a^* 最大化了自己的预期净利润。如果的确有 $\mathrm{d}EV(\cdot)/\mathrm{d}a > 0$，那么企业家提升努力水平也增加了投资者的边际利润，企业家自然希望自己的努力适可而止，因此 Innes 证明企业家最优的努力水平 a^* 小于一级最优努力水平。但在"生死"证券的配置下，投资者的预期边际毛利润 $\mathrm{d}EV(\cdot)/\mathrm{d}a$ 并不确定性地大于0。事实上，企业家可以更努力而使得 $\mathrm{d}EV(\cdot)/\mathrm{d}a < 0$，即企业家拼命工作而使得投资者一无所获。

为了看清楚这点，在"生死"证券式(20)的配置下，存在某个利润点 $t(1 < t < N)$，当 $i \leqslant t$ 时，投资者的利润为 y_i，而当 $i > t$ 时，投资者的利润为 0。我们令：

$$\delta_i = \begin{cases} y_i - y_{i-1} & \forall i > 1 \\ y_1 & i = 1 \end{cases} \tag{21}$$

因此投资者的预期利润可改写为式(22)：

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N} s_i g\langle y_i \mid a\rangle &= \delta_1\Big[\sum_{j=1}^{N} g\langle y_j \mid a\rangle\Big] + \delta_2\Big[\sum_{j=2}^{N} g\langle y_j \mid a\rangle\Big] + \cdots \\ &\quad + \delta_t\Big[\sum_{j=t}^{N} g\langle y_j \mid a\rangle\Big] - y_t\Big[\sum_{j=t+1}^{N} g\langle y_j \mid a\rangle\Big] \\ &= \delta_1\Big[\sum_{j=1}^{t} g\langle y_j \mid a\rangle\Big] + \delta_2\Big[\sum_{j=2}^{t} g\langle y_j \mid a\rangle\Big] + \cdots + \delta_t g\langle y_t \mid a\rangle \\ &= \delta_1 G\langle y_t \mid a\rangle + \delta_2[G\langle y_t \mid a\rangle - G\langle y_1 \mid a\rangle] + \cdots \\ &\quad + \delta_t[G\langle y_t \mid a\rangle - G\langle y_{t-1} \mid a\rangle] \end{aligned} \tag{22}$$

式(22)的第一个等式中 $y_t = \delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_t$，相应的项合并后得到第二个等

式，而最后一个等式来自分布函数(1)的定义。对上式关于行动a求导，我们得到了投资者的预期边际利润如下式所示：

$$\sum_{i=1}^{N} s_i g_a \langle y_i \mid a \rangle = \delta_1 G_a \langle y_t \mid a \rangle + \delta_2 [G_a \langle y_t \mid a \rangle - G_a \langle y_1 \mid a \rangle] + \cdots + \delta_t [G_a \langle y_t \mid a \rangle - G_a \langle y_{t-1} \mid a \rangle] \quad (23)$$

如果MLRP成立，则随机占优条件SDC成立，这意味着分布函数的一阶导数$G_a < 0$，这样式(23)并不确定性地大于0。与此相对照，如果合约是单调性的合约，例如债券，则投资者的预期边际利润确定性地大于0，见文后引理3。事实上，式(23)可以大于0也可以小于0，这取决于a的取值。这是因为在式(20)的利润配置下，根据MLRP，企业家的努力对投资者的预期利润有两种相反的效果。一方面投资者希望企业家实施一定的努力水平，这将使得利润达到y_t的概率增加；另一方面，投资者又不希望企业家更努力，因为更努力将使得企业更有可能实现超过y_t的利润，从而投资者的实际所得可能为0。

在“生死”证券下，要使得式(23)确定性地大于0，则需要使点y_t无限地接近利润区间的上限，如此以来，则企业家获得报酬的可能性微乎其微而失去努力的动力。现在我们假设双方达成了某个合约，存在着企业家通过努力可超过利润点y_t的可能性，这里，似乎可设计合约诱使企业家实施不大不小的努力，既可使得式(23)大于0，也可保证激励相容约束条件(14)成立。但是，这个合约将不是稳定(robust)机制，对于理性的企业家而言，“生死”证券将促其在订约后实施更高水平的努力，高水平努力将可能使得他完全地获得高额利润，如果不努力或者减少努力水平，那么他可能一分也得不到。合约机制的订立是一贝叶斯博弈，经济学家称不满足激励相容约束条件(14)的合约机制为不可实施的(Fudenberg and Tirole, 1991)，从而没有贝叶斯纳什均衡解，“生死”证券将不能实施投资者想要而企业家也愿意提供的最优努力水平。

非对称信息下的合约之所以存在激励问题，是因为代理人努力的成果为合约双方所共享，具有正的外部性，所以企业家不愿意实施一级最优的努力水平。因此激励问题的逻辑是：如果企业家不努力，那么将会给投资者带来损失，而企业家越努力，则投资者损失的可能性越小，即投资者的预期边际利润一定大于0。正是因为企业家的行动不可观察，存在着偷懒的道德风险，所以才应该给予他合适的激励，以诱使其最大的努力。例如，债券就能够给予企业家正确的激励，企业家越努力，债券就越安全，投资者乐于看到企业家辛勤工作。现在的问题是，投资者必须雇用看门人，以防止企业家偷偷加班而损害自己的利益，这与激励问题的逻辑是背道而驰的。

一个数字例子。假设利润分布函数(1)采用式(3)的形式，成本函数为

$c(a) = (a - \underline{a})^2/2$,努力下限为 $\underline{a} = 0.1$。式(22)括号中的每项可以写成,对于每个 $i < t$,有:

$$[G\langle y_t \mid a\rangle - G\langle y_i \mid a\rangle] = (y_t/y_N)^{a-\underline{a}} - (y_i/y_N)^{a-\underline{a}} \tag{24}$$

假设企业可能的毛利润实现值是[1,2,3,4,5]。"生死"证券为:如果利润实现是3及以下,投资者获得全部;如果利润实现是4及5,则企业家获得全部。这里我们没有取 $y_1 = 0$,这是因为对(24)式求导将会得到 $\ln y_1$,是没有意义的,但这丝毫不影响我们所要揭示的经济含义。完全信息下的一级最优努力水平由(5)式给出,$a^* = 1.186$。下面我们计算投资者的预期毛利润和预期边际毛利润,计算企业家的预期净利润(由(9)式给出)以及企业家的预期边际净利润(对(9)式求导得到),参见表1。注意,如果企业家的预期边际净利润等于0,即(14)式满足,则投资者实施了非对称信息下的最优努力水平。

表1 不同努力参数下投资者和企业家的预期利润

努力参数	投资者的预期毛利润	企业家的预期净利润	投资者的预期边际毛利润	企业家的预期边际净利润
0.450	1.214	0.669	0.300	1.565
0.650	1.250	0.944	0.061	1.190
0.716	1.250	1.019	0	1.070
1.186	1.179	1.329	−0.261	0.262
1.249	1.133	1.350	−0.302	0
1.350	1.101	1.341	−0.320	−0.160

从表1我们可以看到,当努力水平逐步增加时,投资者分配的预期毛利润先是增加后又下降,反映了其边际毛利润随努力的增加而依次取正值、0和负值的事实。边际毛利润为负值意味着高努力水平对投资者反而有害处。这样我们已经看到了 $\mathrm{d}EV(\cdot)\mathrm{d}a$ 并不确定性地大于0。当努力水平为1.249时,企业家的预期边际净利润为0,这点应该是企业家的最优努力水平。但是这个努力水平却大于完全信息下的一级最优努力水平1.186,而Innes的结论是努力水平应该小于完全信息的努力水平。如果大于完全信息的努力水平,则说明没有非对称信息下的激励问题,由此激励约束将不起作用,那么条件(18)自然就不成立,从而"生死"证券不可能是最优解。

(二)最优债券

自然要问,用什么样的方法可以得到该融资问题的最优解?我们还必须回到合约的单调性假设上来,将单调性假设引入问题(12),并验证所得到的解是最优解。

我们构造了如下式(25)的最优化问题。单调性假设要求对于所有的 $i > 1$,

都有 $s_i \geqslant s_{i-1}$。即不管努力水平如何,假定 s_{i-1}^* 是利润为 y_{i-1} 时的最优合约,那么当利润为 y_i 时,也要满足 $s_i \geqslant s_{i-1}^*$。由此,我们把有限责任约束改写为了约束(25c),该约束既包含了有限责任约束又包含了单调性约束。这是因为取边界点 $i=1$,则利润 $y_1=0$,故 $s_1^*=0$,因而约束(25c)即为 $0 \leqslant s_i \leqslant y_i$。

$$\max_{s_i,a} EU(y-s,a) \tag{25}$$

$$\text{s.t.}\quad EV(s,a) \geqslant (1+\rho)K \tag{25a}$$

$$dEU(y-s,a)/da \geqslant 0 \tag{25b}$$

$$s_{i-1}^* \leqslant s_i \leqslant y_i \quad \forall i>1 \tag{25c}$$

式(25a)至(25c)分别为投资者的参与约束、企业家的激励兼容约束、有限责任约束与单调性约束。

考虑如下的拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} L(s_i,a,\lambda,\mu,\tau,\eta) &= EU(y-s,a)+\lambda\{EV(s,a)-(1+\rho)K\} \\ &\quad +\mu\{dEU(y-s,a)/da\}+\sum_{i=2}^{N}\tau(s_i-s_{i-1}^*)+\sum_{i=1}^{N}\eta(y_i-s_i) \end{aligned} \tag{26}$$

λ, μ, τ 和 η 分别代表约束(25a)至约束(25c)的拉格朗日乘子,两个一阶条件分别为:

$$g\langle y_i \mid a\rangle\left(\lambda-1-\mu\frac{g_a\langle y_i \mid a\rangle}{g\langle y_i \mid a\rangle}\right)+(\tau-\eta)=0 \tag{27}$$

$$\frac{dEU(y-s,a)}{da}+\lambda\frac{dEV(s,a)}{da}+\mu\frac{d^2EU(y-s,a)}{da^2}=0 \tag{28}$$

因为 η 和 τ 的非负性以及互补松弛性,于是我们有:

$$\phi(y_i,a)\equiv\lambda-1-\mu\frac{g_a\langle y_i \mid a\rangle}{g\langle y_i \mid a\rangle}>0 \Rightarrow s(y_i)=y_i \quad \forall i<l \tag{29a}$$

$$\phi(y_i,a)=0 \Rightarrow s(y_i)\in[s_{i-1}^*,y_i] \tag{29b}$$

$$\phi(y_i,a)<0 \Rightarrow s(y_i)=s_{i-1}^* \quad \forall i>l \tag{29c}$$

$\mu>0$ 和 MLRP 性质意味着 $\phi(y_i,a)$ 关于利润 y_i 递减。将 y_i 以从小到大的顺序排列,$0=y_1<\cdots<y_N$,根据 MLRP,更高的努力将会导致更高的 y_i 实现。式(29a)表示当企业家实施低努力水平时,此时有 $g\langle y_i \mid a\rangle\phi(y_i,a)-\eta>0$,且较小的 y_i 将会出现,则有限责任约束起作用,因而投资者获得全部利润,不妨设这一利润区间为 $i<l$。

式(29b)表示当企业家再次增加努力水平时,将使得 $\phi(y_i,a)=0$,且有较大的 y_i 出现。而合约的取值区间由(25c)给出 $[s_{i-1}^*,y_i]$,令 $i=l$,则 $[s_{i-1}^*,y_i]=[s_{l-1}^*,y_l]=[y_{l-1},y_l]$,即合约 s_{l-1}^* 正好由(29a)给出 $s_{l-1}^*=y_{l-1}$。如果 y_i 更连续地变化,则区间 $[y_{l-1},y_l]$ 将会收敛到一点,令这点为 $s(y_i)=s_i^*=y_l$。