

一九七七年全国各省市高校招生

数理化试题汇编



肖山县文教局翻印

1977年全国各省市高校招生数学试题

目 录

北京.....	(1)	河南.....	(35)
天津.....	(2)	湖北.....	(38)
上海.....	(5)	湖南.....	(39)
河北.....	(8)	广东.....	(41)
山西.....	(10)	广西.....	(44)
内蒙.....	(12)	四川.....	(46)
黑龙江.....	(14)	贵州.....	(48)
吉林.....	(16)	云南.....	(50)
辽宁.....	(17)	西藏.....	(52)
山东.....	(20)	陕西.....	(53)
江苏.....	(23)	甘肃.....	(55)
安徽.....	(26)	青海.....	(57)
浙江.....	(29)	宁夏.....	(59)
江西.....	(30)	新疆.....	(62)
福建.....	(32)		
附：1977年全国各省市高校招生数学试题答案.....	(89)		

一九七七年全国高校招生物理试题

目 录

北京.....	(90)	河南.....	(133)
天津.....	(94)	湖北.....	(136)
上海.....	(97)	湖南.....	(139)
河北.....	(101)	广东.....	(142)
山西.....	(105)	广西.....	(144)
内蒙.....	(107)	四川.....	(146)
黑龙江.....	(109)	贵州.....	(148)
吉林.....	(112)	云南.....	(150)
辽宁.....	(115)	西藏.....	(151)
山东.....	(117)	陕西.....	(153)
江苏.....	(119)	甘肃.....	(155)
安徽.....	(121)	青海.....	(156)
浙江.....	(125)	宁夏.....	(159)
江西.....	(126)	新疆.....	(161)
福建.....	(129)		

一九七七年全国高校招生化学试题

目 录

北京.....	(163)	福建.....	(187)
天津.....	(165)	河南.....	(189)
上海.....	(167)	湖北.....	(191)
河北.....	(169)	湖南.....	(194)
山西.....	(171)	广东.....	(196)
内蒙.....	(172)	广西.....	(197)
黑龙江.....	(173)	四川.....	(199)
吉林.....	(175)	贵州.....	(200)
辽宁.....	(176)	云南.....	(201)
山东.....	(177)	陕西.....	(202)
江苏.....	(179)	甘肃.....	(203)
安徽.....	(180)	青海.....	(205)
浙江.....	(183)	宁夏.....	(206)
江西.....	(185)	新疆.....	(207)

1977年全国各省市 高校招生数学试题

北京市

- 一、(8分)解方程： $\sqrt{x-1} = 3-x$ ；
- 二、(8分)计算： $2^{-\frac{1}{2}} + \frac{2^0}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ ；
- 三、(8分)已知： $\lg 2 = 0.3010, \lg 3 = 0.4771$ ，求 $\lg \sqrt{45}$ ；
- 四、(8分)证明： $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha}$ ；
- 五、(8分)求过两直线 $x + y - 7 = 0$ 和 $3x - y - 1 = 0$ 的交点，并且过点 $(1, 1)$ 的直线的方程；
- 六、(8分)某工厂今年七月份产值为 100 万元，以后每月产值比上月增加 20%，问今年七月份到十月份的总产值是多少？
- 七、(13分)已知：二次函数 $y = x^2 - 6x + 5$ ，(1) 求出它的图象的顶点坐标和对称轴方程；(2) 画出它的图象；(3) 分别求出它的图象与 x 轴、 y 轴的交点坐标。
- 八、(12分)一只船以 20 浬/小时的速度向正东航行。起初，船在 A 处看见一灯塔 B 在船的北 45° 东（即北偏东 45° ）方向；1 小时后，船在 C 处看见这个灯塔在船的北 15°

东（即北偏东 15° ）方向。求这时船和灯塔的距离 CB 。

九、（12分）有一个圆内接三角形 ABC ， $\angle A$ 的平分线交 BC 于 D ，交外接圆于 E ，求证：

$$AD \cdot AE = AC \cdot AB。$$

十、（15分）当 m 取哪些值时，直线 $y = x + m$ 与椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 有一个交点？有两个交点？没有交点？当它们有一个交点时，画出它们的图形。

参考题：

一、（1）求函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{\pi}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 的导数。

（2）求椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积。

二、（1）试用 $\epsilon - \delta$ 语言叙述“函数 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处连续”的定义。

（2）试证明：若 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处连续，且 $f(x_0) > 0$ ，则存在一个 x_0 的邻域 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ ，在这个邻域内，处处有 $f(x) > 0$ 。

天津市

一、（每小题6分，共30分）

1、在什么条件下， $\frac{y}{2x}$ （1）是正数；（2）是负数；（3）

等于零；(4)没有意义。

2、比较下列各组数中的大小，并说明理由：

(1) $\cos 31^\circ$ 和 $\cos 30^\circ$ ；

(2) $\log_2 1$ 和 $\log_2 \frac{1}{4}$ ；

3、求值：(1) $\operatorname{tg}\left(5\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ；

$$(-2)^0 \cdot (0.01)^{-\frac{1}{2}}$$

4、计算： $\lg 12.5 - \lg \frac{5}{8} + \lg \sin 30^\circ$ ；

5、解方程： $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = 1 - \frac{1}{x+2}$ ；

二、(每小题 8 分，共 24 分)

1、某厂准备在仓库的一侧建立一个矩形的储料场（如图 4），现有 50 米长的铁丝网，如果用它来围这个储料场，那末长和宽各是多少时，这个储料场的面积最大，并求出这个最大面积。



图 4

- 2、已知：如图 5，
 AB 、 DE 是 $\odot O$ 的
 直径， AC 是弦，
 $AC \parallel DE$ ，求证：
 $CE = BE$ 。

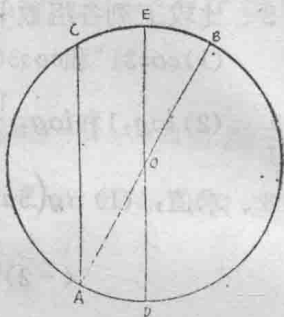


图 5

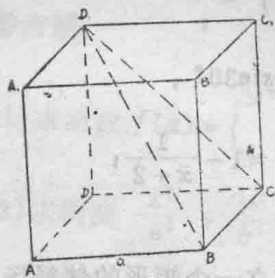


图 6

- 3、如图 6 所示棱长为 a
 的正方体：

- (1) 求 CD_1 和 AB 所成
 角的度数；
- (2) 求 $\angle B_1BD_1$ 的正
 弦值。

- 三、如果已知 $bx^2 - 4bx + 2(a+c) = 0$ (其中 $b \neq 0$) 有两个相等的实数根，求证： a 、 b 、 c 成等差数列。 (15分)

- 四、(1) 如图 7，为求河对岸
 某建筑物的高 AB ，在地
 面上引一条基线 $CD =$
 a ，测得 $\angle ACB = \alpha$ ，
 $\angle BCD = \beta$ ， $\angle BDC =$
 γ 。求 AB ；

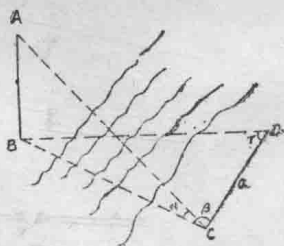


图 7

- (2) 如果 $\alpha = 30^\circ$ ， $\beta =$
 75° ， $\gamma = 45^\circ$ ， $a = 33$ 米，

求建筑物的高。(保留到个位) (16分)

- 五、(1)求直线 $3x - 2y + 1 = 0$ 和 $x + 3y + 4 = 0$ 的交点坐标;
(2)求通过上述交点,并同直线 $x + 3y + 4 = 0$ 垂直的直线 l 的方程。(15分)

附加题:

一、求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-2} - 2x}{x - \sin x}$ 的值。

二、计算: $\int_0^4 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}} dx$ 。

上 海 市

一、1、化简: $\left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2+2ab+b^2} \right) + \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} \right)$; (5分)

2、 $\frac{1}{2} \lg 25 + \lg 2 + \lg \sqrt{0.1} - \log_2 9 \times \log_3 2$; (6分)

3、 $\sqrt{-1}$ 记作 i , 验算 i 是不是方程 $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = 0$ 的解; (3分)

4、求证: $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)} + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)} = \frac{2}{\cos 2\theta}$;

(6分)

二、在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 的平分线交 AB 于 D , 过 D 作 BC 的平

行线交 AC 于 E , 已知: $BC = a$ 、 $AC = b$, 求 DE 的长。

(8分)

三、已知 $\odot A$ 的直径为 $2\sqrt{3}$, $\odot B$ 的直径为 $4 - 2\sqrt{3}$, $\odot C$ 的直径为 2 , $\odot A$ 与 $\odot B$ 外切, $\odot A$ 又与 $\odot C$ 外切, $\angle A = 60^\circ$, 求(1) BC 的长; (2) $\angle C$ 的度数。(图 1) (10分)

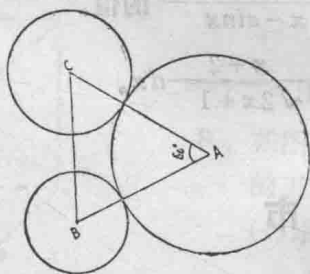


图 1

四、正六棱锥 $V-ABCDEF$ 的高为 2cm , 底面的边长为 2cm , 求: (1) 按 $1:1$ 画出它的二视图; (2) 求出它的侧面积, (3) 求出它的侧棱和底面的夹角。(图 2) (10分)

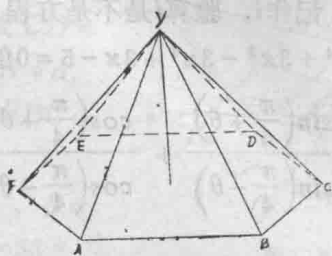


图 2

五、解不等式组：
$$\begin{cases} 16 - x^2 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 > 0 \end{cases}$$
 并在数轴上把它的解表示出来。

(12分)

六、已知两定点 $A(-4, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 、一动点 $P(x, y)$ 与两定点 A 、 B 的连线 PA 、 PB 的斜率的乘积为 $-\frac{1}{4}$ ，求 P 点的轨迹方程，并把它化成标准形式，指出这是什么曲线？

(12分)

七、等腰梯形的周长为60，底角为 60° ，问这个梯形的各边长为多少时，面积最大。

(14分)

八、当 k 为何值时，方程组：
$$\begin{cases} x - \sqrt{y-2} = 0 \\ kx - y - 2k - 10 = 0 \end{cases}$$
 的两组解

才相同，并求出这组解。(8分)

加试题：

一、如图3所示，半圆 O 的直径为2， A 为直径延长线上的一点，而且 $OA=2$ ， B 为半圆周上的任意一点，以 AB 为一边作等边三角形 ABC ，问 B 在什么位置时，四边形 $OACB$ 的面积为最大？并求出这面积的最大值。(14分)

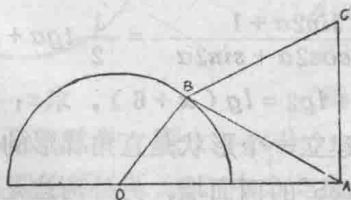


图 3

二、已知曲线 $y = x^2 - 2x + 3$ 与直线 $y = x + 3$ 相交于 $P(0, 3)$ 、 $Q(3, 6)$ 两点。

(1) 分别求出曲线在各交点的切线斜率；

(2) 求曲线与直线围成图形的面积。 (16分)

河北省

一、(24分, 每小题4分) 解答下列各题:

1. 叙述函数的定义;

2. 求函数 $y = 1 - \sqrt{\frac{1}{2-3x}}$ 的定义域;

3. 计算: $[1 - (0.5)^{-2}] + (-\frac{27}{8})^{\frac{1}{3}}$;

4. 计算: $\log_4 2$;

5. 分解因式: $x^2y - 2y^3$;

6. 计算: $\sin \frac{4\pi}{3} \cdot \cos \frac{25\pi}{6} \cdot \operatorname{tg}(-\frac{3\pi}{4})$ 。

二、证明: 从 $\odot O$ 外一点 P 向这圆所引的两条切线 PA 、 PB 所成的角 APB 被 PO 平分, (要求写已知, 求证、证明、并画图) (9分)

三、证明: $\frac{\sin 2\alpha + 1}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2}$ 。 (9分)

四、已知: $2 \lg x + \lg 2 = \lg(x+6)$, 求 x ; (10分)

五、某生产队要建立一个形状是直角梯形的苗圃。其两邻边借用夹角为 135° 的两面墙, 另外两边是总长为 30 米的篱笆, (如图 AD , DC 为墙) 问篱笆两边各多长时, 苗圃

的面积最大? 最大面积是多少? (图46) (10分)

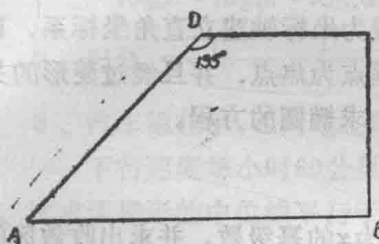


图 46

六、工人师傅要用铁皮做一个上大下小的正四棱台形容器，(上面开口)，使其容积为 208 立方分米，高为 4 分米，上口边长与下底面边长的比为 5:2，做这样的容器，需要多少平方米铁 (不计容器厚度和加工余量)

(10分)

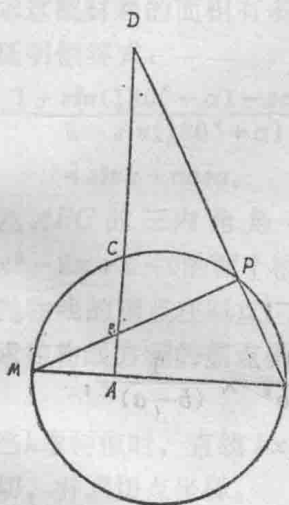


图 47

七、已知如图 MN 为圆的直径， P, C 为圆上两点，连 PM, PN ，过 C 作 MN 的垂线与 MN, MP 和 NP 的延长线依次相交于 A, B, D ，求证：

$$AC^2 = AB \cdot AD.$$

(图47) (14分)

八、(下列甲乙两题选做一题) (14分)

甲、已知椭圆的短轴长为 2，中心与抛物线 $y^2 = 4x$ 的顶点重合，椭圆的一个焦点恰是此抛物线的焦点。求

椭圆的方程及其长轴的长；

乙、已知菱形的一对内对角各为 60° ，边长为4。以菱形的对角线所在的直线为坐标轴建立直角坐标系，以菱形 60° 角的两个顶点为焦点，并且经过菱形的另外两个顶点作椭圆，求椭圆的方程。

参考题：

- 一、将函数 $f(x) = e^x$ 展开为 x 的幂级数，并求出收敛区间（ $e = 2.718\cdots$ 为自然对数的底），
- 二、利用定积分计算椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ （ $a > b > 0$ ）所围成的面积。

山西省

一、化简：（20分）

$$1、\frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}；$$

$$2、\frac{(a^2-b^2)^3}{a^3+b^3} \div \frac{(b+a)^2}{a^2-ab+b^2} \times \frac{1}{(b-a)^3}；$$

$$3、\frac{2\lg 6 - \lg 3}{1 + \frac{1}{2}\lg 0.36 + \frac{1}{3}\lg 8}；$$

$$4、\frac{x^4+x^2+1}{x^3-1} + \frac{x(x-2)-2(x-2)}{x^2-3x+2}。$$

二、作下列各题：（20分）

1、当 $c, b, c > 0$ 时, 求证:

$$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1; \quad (6 \text{分})$$

2、已知 $y = \lg \frac{1}{1 - \sqrt{1-x}}$, 求定义域。 (6分)

3、汽车往返甲、乙两地之间, 上行速度每小时30公里, 下行速度每小时60公里, 求往返平均速度。(8分)

三、试求证梯形的中位线平行于两底, 且等于两底和的一半。 (10分)

四、有一块形状为直角三角形的白铁皮, 其一直角边和斜边分别为6dm和10dm, 若从这一三角形剪一最大圆材料, 求这圆材料的面积有多大? (π 取3.14) (10分)

五、证明恒等式:

$$\frac{1 + \sin(180^\circ - \alpha) - \cos(180^\circ + \alpha) + \sin 2\alpha}{1 - \sin(180^\circ + \alpha) + \cos(\alpha - 360^\circ)} = \sin \alpha + \cos \alpha. \quad (10 \text{分})$$

六、 $\triangle ABC$ 的三内角是 α, β, γ , 而 $\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{tg} \beta$ 是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两个根, 求 γ 。(10分)

七、抛物线的顶点在原点, 对称轴为 y 轴, 过点(1, -4), 求抛物线方程的焦点坐标, 准线方程, 开口方向? (8分)

八、当 k 取何值时, 直线 $kx - y - 3 = 0$ 与圆 $2x^2 + 2y^2 = 9$ 相切, 并求切点坐标。(12分)

参考题:

一、已知 $f(x) = x \ln(2-x) + \sqrt{1+3x^2}$, 求 $f(1)$ 。

二、一水库的水闸为等腰梯形, 上底为8米, 下底为4米, 高为10米, 求当水面与上底相齐时, 水闸受的压力。(已

知水的比重为1吨重/米³)

内蒙古自治区

一、(30分)

1. 化简: $\sqrt{4-12a+9a^2}$;

2. 计算: $\frac{(-27)^3 \sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}}}{(-9)^0 \left(\frac{3}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}}$

3. 已知: $\lg 2 = 0.3010$, $f(x) = \log \sqrt{10} X$.

求 $f(5)$;

4. 求函数 $y = \frac{\sqrt{1-\frac{3}{2}x}}{\sqrt[3]{3x-1}}$ 的定义域;

5. 已知: $\cos \theta = 0.6$, ($270^\circ < \theta < 360^\circ$)

求: $\left(\sin \frac{\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2}\right)^2$ 的值

6. 把点 p 的极坐标 $\left(-4, -\frac{4\pi}{3}\right)$ 化成直角坐标,

二、(14分)

1. 已知: 梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 和 BD 相交于 E 点, 过 E 点作平行于底的直线, 交 AB 于 M 点, 交 CD 于 N 点, 求证: $ME = EN$.

2. 圆台上底直径为 12cm , 下底直径为 24cm , 高为 8cm , 求圆台的全面积, (π 取 3.14 , 精确到 0.1cm^2).

三、(12分) 红旗拖拉机厂今年元月份生产出一批甲、乙两种型号的拖拉机，其中生产乙型16台。从二月份起，甲型每月增产10台，而乙型按每月相同的增长率逐月递增，又知二月份甲、乙两型拖拉机产量之比是3:2，三月份甲、乙两型拖拉机产量之和是65台，求乙型拖拉机每月的增长率及甲型拖拉机元月份的产量。

四、(14分) 已知：直线 $3x + y = 5$ 及 $2x - 3y + 4 = 0$ 交于A点，求：

(1) 过A点且与y轴垂直的直线方程；

(2) 过A点且与直线 $2x + y + 1$ 垂直的直线方程；

(3) 过A点且与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切的直线方程。

五、(15分) 甲、乙两船，甲船在某岛B的正南方向A处， $AB = 10$ 哩，甲船自A处以4哩/小时向正北方向航行，同时，乙船以6哩/小时的速度自岛B出发，向岛的北 60° 西方向驶去，问几分钟后，两船相距最近？（精确到1分钟）

六、(15分) 已知：在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 是三内角A、B、C的对边， $\lg \sin A, \lg \sin B, \lg \sin C$ 成等差数列：

(1) 求证： $\frac{\sin^2 A}{\sin^2 B} = \frac{a}{c}$ ，

(2) 又若方程 $cx^2 + 2cx + a = 0$ 有相等二实根，求证：

$$\sin A = \sin B = \sin C,$$

参考题：

一、在 $\triangle ABC$ 中，求证： $\sin^2 A + \sin^2 B + \cos^2 C + 2\sin A \sin B \cos(A+B) = 1$ ，