

北京大学附属小学创新教育丛书

李宁·著

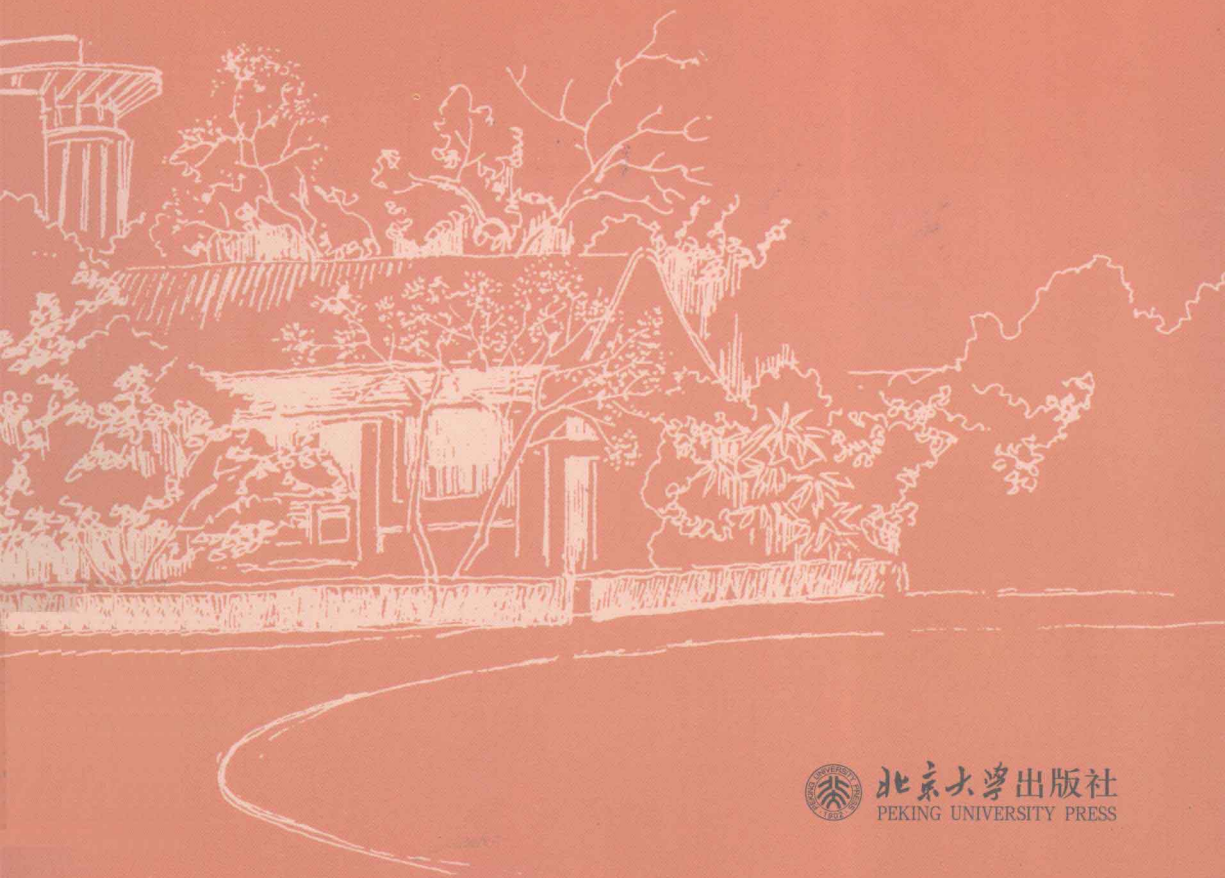
Pei Xuesheng

Yiqi

Zuo Yanjiu

# 陪学生一起做研究

小学数学综合实践活动探索



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

北京大学附属小学创新教育丛书

# 陪学生一起做研究

小学数学综合实践活动探索

Pei Xuesheng Yiqi Zuo Yanjiu

李宁·著



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目(CIP)数据

陪学生一起做研究：小学数学综合实践活动探索/李宁著. —北京：北京大学出版社，2012.6

(北京大学附属小学创新教育丛书)

ISBN 978-7-301-20556-3

I. ①陪… II. ①李… III. ①小学数学课—课堂教学—教学研究  
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 076657 号

书 名：陪学生一起做研究：小学数学综合实践活动探索

著作责任者：李 宁 著

丛书主编：尹 超

策划编辑：邱 懿

责任编辑：傅 莉

标准书号：ISBN 978-7-301-20556-3/G · 3404

出版发行：北京大学出版社

地 址：北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址：<http://www.pup.cn>

电子信箱：[zyjy@pup.cn](mailto:zyjy@pup.cn)

电 话：邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62754934

出版部 62754962

印 刷 者：北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销 者：新华书店

730 毫米×980 毫米 16 开本 11.5 印张 170 千字

2012 年 6 月第 1 版 2012 年 6 月第 1 次印刷

定 价：25.00 元

---

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究

举报电话：(010)62752024 电子信箱：[fd@pup.pku.edu.cn](mailto:fd@pup.pku.edu.cn)

# 北京大学附属小学 创新教育丛书编委会

丛书主编：尹 超

丛书编委：潘东辉 孙江红 高 晨 闫来凤 张志宏

李 宁 李正辰 何立新 莫 晖 董茂静

王丽萍 白雪生 庄 严

## 丛书总序

成长是人生是一件美丽的事情。教育是促进人成长的事业,对孩子来说如此,对老师来说,亦复如此。

两年前,当我无意中与学校几位老师谈及出版教学研究专著的想法时,我并没有意识到,他们应承得是那样雀跃,而其后的写作过程,也竟是这样充满欢喜。在我看来,一位与学生朝夕相伴的老师,身上担负了太过繁重的教学任务,要独自写下皇皇二十余万字的研究性专著,这个过程几乎是苦不堪言的。然而,事实并非如此。他们还是如往常一样进行课堂教学、听课评教、教育孩子、心有所思、意有所动,这些文字也即是在这种细节的沉迷与思考中信笔写下的。尽管也曾挑灯夜战,但从他们带有温度的文字中,我分明感到了一种十年积攒、锱铢以成的快乐。我相信这是成长的力量,也是教育的召唤。

著名教育家麦金泰尔曾说:“教师是现代社会中的勇士。”这话是丝毫不错的。今天,我们的教育环境泥沙俱下,传统尊崇信念、遵守常识的时代已经一去不返了。教师时常感受到世俗社会的功利与无奈,因而如何在课堂上勇敢地抵制,并对孩子进行策略性地教导,这种使命已变得愈发艰难。事实上,教师的身份是一个困惑的存在。有些老师并不喜欢自己的工作。和有些职业相比,他们不仅待遇不佳,而且工作时间没有界限,沉重的课时和加班,各种非理性的制度要求,已让老师们疲惫不堪。面对此种情况,教师要坚持理想,坚守信念,就不仅需要经验与智识,更多的则是爱心和忠诚了。

摆在面前的这三部专著均出自三位平凡的老师之手。他们与北大附小相濡以沫,最长的已近三十年。数学教师李宁,血气方刚之年就来到附小,他为人诚恳谦和,对数学钻研缜密有致。在漫长的积累中,他带领孩子们一起思考数学,开辟了一条综合数学、综合成长、综合发展的新路。英语教师范冰,一个猛子扎进课堂,一潜就是17年。她勤奋聪慧,善学善悟。她所创造的一整套“小学英语学与玩”的理论与实践不仅是她个人教学风格的浓

缩,更是北大附小整体教育观和学生观的注解。信息技术教师何立新,质朴无华,纳言敏行,很早就是北京市信息技术学科的名师。多年来,他在信息技术教学中渗透创新思维培养,如今已形成一套独具特色的方法体系,经由他辅导的学生,参与国际国内各种小学生机器人大赛,摘金夺银者无数。

三位老师都是从实践一线中成长起来的,如今依然醉心于课堂。尽管他们气质秉性各不相同、教育教学风格各有差异,然受学生爱戴的程度、受家长欢迎的程度、受学校老师们尊敬的程度却是一样的。如果说学校为他们的成长提供了舞台,那么这个舞台,是用孩子们无数迷恋的眼光、惊喜的成长垒筑的。他们的生命在课堂,他们的满足也在课堂。与孩子们对他们的赞誉与奖赏相比,作为校长,我和学校所做的一切,着实微不足道。

都说教师要有爱心。但我认为,任何一种爱都是需要回流的。爱之回流让师爱稳定,爱之回流也让师爱绵长。在教育实践中,孩子们对老师爱的回流,便是教师专业发展最终的源泉与动力。孩子们对老师毫无保留的追随与喜爱,孩子们生命成长的朝气与光芒也是教师内心深处最珍藏的感受与情感。当然,这更加挑战了老师的智慧与付出。如果没有耐得住的坚持,没有忘我的追求与努力,这种来自于学生的爱是不可能回流的。真实的课堂远不如理想中的美丽。我们身边不乏不爱学习的学生,亦不乏视学习为煎熬、视学校为苦痛的学生。然当老师的爱心与智慧经由努力化作双方的成长时,这种教育过程,才是一种真正的美好。

今天,三部书历经两年努力终于付梓了。阅读全稿,如果说它们有什么特色,我想,最重要的,就是每一个发现、每一处论述都是从孩子喜爱的教育艺术出发,呈现了一种真实的教育情感与智慧,它来源于孩子、受益于孩子,又造福于孩子。这便是教育的迷人所在。尽管初次尝试,还有许多的不尽如人意,但我还是忍不住为他们的成长欢呼喝彩,为他们骄傲!

尹 超

2012年5月10日

## 序

很高兴在这里向大家推荐一本书,这本书写的是关于小学数学综合与实践领域的研究成果。李宁老师和北大附小数学团队通过多年的努力探索,结合多年实践的经验,摸索了一些有关小学数学综合与实践领域的研究经验,可以说是做了一件非常有创造性的工作,并取得了很好的研究成果。

当今的数学教育正处在变革的时期,数学教育的发展面临着一系列的挑战。社会的发展需要大批具有实践能力的人才,对人才的创新意识也有了更高的期望和要求。国际数学教育界,对培养学生数学应用能力的重视日益增强。数学教育较发达的美国、英国、法国、日本等国家均较早表现出对此的重视,我国也在逐步重视在这一领域的研究和尝试。如何在数学课堂教学中实现学生应用能力的培养,对于教师们来说是非常大的挑战。李宁老师和北大附小数学团队知难而进,在这方面进行了积极的探索,为我们在小学开展数学综合实践领域的研究做出了榜样,说明我们的小学老师具有很高的研究能力,能够在这领域的研究中有所创造。

我们可以看到在他们的探索过程中抓住了几个关键。李宁老师和北大附小数学团队发现了一批好问题,这是很难的。有好的问题是开展综合实践活动中的关键,好的问题要有价值,适合学生,学生喜欢,有学生创造的空间,作为数学综合实践还要与数学有联系。李宁和他的团队把这些好的问题开发成好的案例,为在小学开展综合实践活动带了个好头。李宁和他的同事在实施过程中,充分以学生为主体,关注学生在研究过程中的发展,敢于为学生的研究交流提供时间和空间,关注过程,注重学生在活动中的体验。在这个过程中不仅关注知识的掌握,更关注学生情感态度和价值观的发展,这些都是非常有意义的。更难能可贵的是,他们不满足于仅仅是实践的探索,在理论上也进行了积极思考,结合小学的实际,提出了一套切实可行的模式,把整个活动分为:选题和设计阶段,做题实施阶段,结题和交流阶段;条理清晰,操作性强。为了使其他老师便于学习,他们对每一个案例进

行了分析和解读,针对教师和学生在实施过程中可能存在的问题,进行了较为详尽的分析;并通过对问题和问题产生原因的分析,结合多年研究实践的经验,挖掘了一些较为切实可行的解决策略,这些都为这一领域的研究,提供了比较宝贵的资源。而这些资源的提供为小学数学综合与实践领域的研究开了个好头,希望小学老师都能参与到这一领域的研究中来。

李宁老师和北大附小的数学团队并不满足现有的成绩。希望通过进一步的思考,一方面完善现有的研究,另一方面把这些案例穿起来,系统化、校本化、课程化,形成小学校本课程,让综合实践在小学数学教育中扎根。我们祝贺他们的成就,也期望在不久的将来,看到他们更多地研究成果。

首都师范大学王尚志  
北京大学附属中学张思明

# 目 录

|                                     |       |
|-------------------------------------|-------|
| <b>第一章 从“传递数学知识”到“启迪数学智慧”</b> ..... | (1)   |
| 一、来自数学课堂的困惑 .....                   | (2)   |
| 二、是什么在阻碍孩子思考 .....                  | (6)   |
| 三、一个有意义的尝试——数学综合实践活动 .....          | (12)  |
| <b>第二章 数学综合实践活动的源起</b> .....        | (16)  |
| 一、综合实践活动——新的学习方式 .....              | (16)  |
| 二、数学综合实践活动探路者——数学建模的教学尝试 .....      | (30)  |
| 三、勇敢的探路者——小学数学综合实践活动的尝试 .....       | (34)  |
| <b>第三章 发现的意义——研究的问题从哪里来</b> .....   | (43)  |
| 一、学生的疑问 .....                       | (44)  |
| 二、教师的困惑 .....                       | (50)  |
| 三、发掘每一个课题 .....                     | (56)  |
| 四、“五环节”的开题操作流程 .....                | (69)  |
| <b>第四章 自己寻找出路——研究应该怎样做</b> .....    | (73)  |
| 一、师生遭遇的困境 .....                     | (74)  |
| 二、学生才是研究的主人 .....                   | (83)  |
| 三、实施的操作流程 .....                     | (92)  |
| <b>第五章 学习共同体——如何分享研究成果</b> .....    | (99)  |
| 一、数据分析的困扰 .....                     | (100) |
| 二、指导学生进行交流 .....                    | (113) |

|                        |       |
|------------------------|-------|
| 三、“六环节”的结题操作流程 .....   | (124) |
| 第六章 让研究的意味渗透数学课堂 ..... | (129) |
| 一、小学数学综合实践活动再思考 .....  | (129) |
| 二、阻碍研究渗透课堂的瓶颈 .....    | (131) |
| 三、探索问题解决的有效路径 .....    | (146) |
| 四、让研究性学习扎根数学课堂 .....   | (152) |
| 后记 .....               | (170) |

# 第一章 从“传递数学知识”到 “启迪数学智慧”

解放儿童的脑，让其自由思考；解放儿童的口，让其自由讲；解放儿童的手，让其自由做。

——叶圣陶

数学成绩优异、竞赛成绩突出的学生数学素养就一定高吗？

小学生到底需要哪些数学素养？

小学数学教师除了数学知识还应教会学生什么？

怎样做一名好的小学数学教师？

.....

作为在一线课堂教学从教二十多年的数学教师，这些问题不断困扰着我，在对这些问题的不断思考、探索与反思中，在教学生涯的不断延续中，在这条充满曲折和坎坷的研究道路上，我不断地成长着。

我们无法改变人生的起点，但通过学习可以改变人生的终点；我们无法改变人生的长度，但通过学习可以改变人生的宽度。1987年刚刚走上“三尺”讲台的我，一直追求通过数学知识的传递，完成对数学知识的传承，培养出一批批优秀的数学人才。我是这样想的也是这样做的。从1987—2000年13年的时间里，周而复始地做着同样的努力，从数学课堂到课外活动小组，只要是我能认识理解的都尽可能地一股脑传递给学生。我也为一批批学生不断在国际国内各级数学竞赛中获奖而感到自豪和骄傲。随着时间的不断延续，以及经验的不断积累，在“成就感”不断增强的同时，一种困惑也在不

断地增长：难道这就是数学教学的全部吗？学生在获取数学知识的同时，还能获取什么发展吗？

美国教育家杜威指出，教育活动要区分两种人：拥有许多知识的人，睿智的人。“拥有许多知识的人”仅仅是知识的容器，知识可能无助于生命个体经验的丰富、智慧的增长和生命质量的提升，反而可能阻碍生命通向和谐、本真与幸福的境界；而“睿智的人”则承认并接受知识，把知识视为生命抵达自由之境的基石，作为挖掘生命真谛的前提。

在当今的数学教学中，是不是也在不同程度上存在着这样的误区。新的课程标准将三维目标作为课堂教学的目标：知识与技能目标、过程与方法目标、情感态度与价值观目标，就是为了突破这种思维上的禁锢。但在实际的教学过程中，教师们往往更多地关注知识与技能以及过程与方法的目标，而情感态度与价值观的目标实现则更多地流于形式。这实际上就是更多地关注了“特定知识”的掌握，而忽略了学生智慧的启迪。当前，有很多的同行会认为这样说是不是过于绝对了，是不是抹杀了我们多年来的辛苦努力。教育不是万能的，不同的学科有着不同的特点和功能。例如语文课可以陶冶学生的情操，启迪学生的心灵；品德与社会课可以让学生明白更多做人的道理。而这些是否一定要求在数学课堂中完成，这是否过于苛求了？通过一段时间的探索，我们认为不是这样的。正是由于教育具有多元性，故同样要求在数学课堂教学中，当代数学教师要有意识地在传授知识、发展技能的同时，利用数学的知识，启迪学生的心灵，发展学生的智慧。

从2000年以后我开始尝试以课堂教学为基地，开始了一系列的研究和探索，试图摸索出一条适合学生全面发展的小学数学教学的道路。

## 一、来自数学课堂的困惑

在从教二十多年中，我经历了从讲授式学习、启发式学习、小组合作式学习、尝试式学习到探究式学习等不同教学方法的体验和推广。当然现在我们逐渐认识到，这些教学方法不是孤立和割裂的，恰当的使用都可以有效地推动教学活动的开展。

正当我们潜心钻研教材和教法时,忽然发现学生似乎离我们越来越远了。教学中出现了许多让从事小学数学教学的同行们费解的现象和困惑。

### (一) 学生真的变懒了吗

刚刚踏入小学数学课堂的学生,每一个都充满着学习的热情,面对学习中遇到的困难都充满着克服的勇气。但随着年龄的增长和知识的丰富,学生似乎变得越来越惧怕困难了,越来越不愿意进行思考了。经常遇到有些教师和家长抱怨自己的学生和孩子不愿意动脑,稍微遇到一点点困难就束手无策,只会求助他人。真的是我们的学生越学越懒了吗?

其实,每一个学生都有获取成功的需要。只是在我们的数学课堂教学中,相对单一的知识结论和知识获取的路径,在不断限制学生的思考,固化学生的思维。学生在不断的挫折和打击中,逐渐丧失了思考的勇气。另外,我们的数学课堂教学,在关注知识传递的同时,经常会忽略对研究路径和研究方法的挖掘。这些也都成为了限制学生研究思考的障碍。

#### 案例 1-1

##### 孩子们失去的究竟是什么?

在学习乘数是两位数的乘法运算时,教师呈现了这样的问题:

12 名工人,每人生产了 32 个玩具,一共生产了多少个玩具?

通过课堂观察我们看到学生出现了如下算法:

Handwritten student work showing three different methods to calculate  $32 \times 12$ :

- Method 1 (Standard multiplication):
 
$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 12 \\ \hline 64 \\ 320 \\ \hline 384 \end{array}$$
- Method 2 (Long addition):
 
$$\textcircled{1} \begin{array}{l} 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 \\ + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 \\ + 12 = 384 \end{array}$$
- Method 3 (Decomposition):
 
$$\begin{array}{l} \textcircled{2} 12 \times 2 = 24 \\ 32 \times 2 = 64 \\ 64 \times 6 = 384 \end{array}$$

第一种和第二种算法都得到了老师和同学们的赞许,而面对第三种算法,同学们发出了一片嘲笑之声,教师也频频摇头,用这种算法的同学备感惭愧和失落,他究竟失去了什么?

当然,我们有理由相信通过进一步的学习和练习,这个学生一定会对计算方法熟练地掌握,但是在他获取知识和方法的同时究竟失去了什么?不言而喻,他失去了解决问题的信心和勇气,当再面对新的问题时,他还会有勇气去尝试思考吗?我们那些原本充满求知欲望的孩子们,就是在这样一次次的挫折和打击中慢慢地“变懒了”。

## (二) “不教也会”和“教了也不会”

有过数学课堂教学经历的教师,都会有这样的感受:不论你教什么知识,班里总有些学生不教也明白,他们往往是课堂教学的主宰者,教师们经常处于既依赖他们的参与,又困惑于他们的先知的窘境之中。对于数学知识的学习,他们似乎没有太多的障碍,数学课堂只是他们展现自我的舞台。而对于其他学生来说,对比这几个“权威”的出色表现,只有自叹不如的份儿了。在不知不觉中,大多数学生成为了这些学生的依附者,逐渐丧失了自信和自我;甚至在面对问题时,也没有了分析和思考的勇气,成为了被动的接纳者,甚至怎样教也学不明白。

一部分学生“不教也会”,另一部分学生“教了也不会”,这是课堂教学中常见的现象。对于这两类学生,以及摇摆在二者之间的更大的群体,难道这真是课堂教学无法解决的难题吗?其实,作为教育者很清楚,这种现象是长期单纯知识传递过程的必然产物,对于这两类学生而言,他们都缺乏真正研究和思考的平台,逐步沦为了知识的容器,探究的欲望也随着知识的延续逐渐丧失殆尽。

### 案例 1-2

#### “韦恩图”背后的尴尬

在三年级数学教材中有“重叠问题”这样一个数学问题,教师创设了航模比赛报名这样一个教学情境,呈现了护卫舰和气垫船两组的报名情况,请学生重新设计报名表让大家看清楚,试图通过学生研究发现报名中的重叠现象。

很快在大多数学生还在观察思考时,几名“聪明学生”很快就完成了,并大声汇报到“用韦恩图就可以解决”。丰富的课外学习,使他们有了足够炫耀的资本。

面对突发的事件,教师只能呈现韦恩图的相关教学资料,让知道的学生进行介绍,并很快进入了利用数据进行计算的教学环节。面对这几个不教也会的学生,有的学生虽然听了别的学生的介绍,但是在后续的学习中似乎依然是一头雾水。

很显然,一些“不教也会”的学生剥夺了其他学生认识体验的权利,被剥夺权利的学生在学习过程中虽然知道了“韦恩图”,但是对“韦恩图”对于数量属性的归类却没有认识和体验,从而使这些学生即使学了重叠问题,但是似乎还是不太明白。这种现象在课堂教学中经常出现,不断地困扰着教学的实施。就在这“明白”与“不明白”之间,学生在学习过程中的差异就愈加显著了,会有越来越多的学生在学习中逐渐地丧失自我。

### (三) “数学好玩”吗

“数学好玩”是陈省身先生提出的。他用这样简洁的词语告诉孩子们,数学学习是充满乐趣的。在数学学习的过程中,应该享受研究和探索的过程,享受在探索数学奥秘过程中独特的内心体验。同时,作为数学教育的从业者,应该在数学教学的过程中,带给孩子们学习数学的快乐。

而现在的数学课堂教学真的让学生感受到数学好玩了吗?在很多学生眼里,数学总与“做不完的题”、“考不完的试”紧紧连在一起。小学生提前掌握了方程和方程组似乎就成为了解题的高手。高中的排列组合下放到小学,让学生在复合计数过程中一团雾水;小学生在学初中的知识;初中生在学高中的知识;而大学学生则在找寻失去的童年乐趣……哪里谈得上“好玩”呢?

难道真的只有不断地提升数学教学的难度,不断地“揠苗助长”才是提升数学课堂教学的出路吗?这显然是错误的。学生在获取大量数学知识和技能的同时,又真正提升了哪些数学素养呢?

如何让数学课堂教学在传递知识技能的同时,发展学生数学素养,让数学真正的好玩起来,让学生真正地玩好数学,这是每一位数学教师值得好好思考的问题,也是摆在数学教师面前的一个极为重要的课题。

## 二、是什么在阻碍孩子思考

面对来自课堂教学的困惑,作为从事小学数学教学的教师,都不禁要问问自己:是什么在阻碍孩子们在逐渐放弃思考?放眼国内外的小学数学教学,中国的学生所学习的数学知识似乎足够多了,而且其中不乏大批的解题高手。而随着数学知识的不断丰富,解决数学难题能力的不断提高,学生解决实际问题的能力却在不断地下降,面对未知世界的问题往往束手无策。这些都值得每一位从事数学教育的人要很好地进行思考。

### (一) 数学知识的提升并不是数学素养的全部

数学课堂教学中教师教学的重点通常放在对教法的研究上,更多教师的关注点都在于事实本身和结论的获取上。而这些恰恰忽略了数学知识虽然是数学素养的重要组成部分之一,但并不是数学素养的全部;单纯的获取知识不仅无助于数学素养的提升,甚至有时候还适得其反,阻碍学生数学素养的发展。数学素养<sup>①</sup>是指人们通过数学教育以及自身的实践和认识活动,所获得的数学知识、数学技能、数学观念、数学思维能力、数学人文精神等方面的素养与修养。数学素养结构比较复杂,但数学知识、数学思维、数学能力、数学思想、数学方法等是其必不可少的要素。所以培育学生的数学素养,必须注意激发兴趣,训练思维,活用教材,引导反思。只有经过长期不懈的努力,才能逐步培育出学生的数学素养。

---

① 郑希美. 数学素养的构成与培育策略[J]. 淮阴师范学院教育科学论坛, 2010. 1—2.

**案例 1-3****“马虎”背后的困惑**

凡是教过小学中、高年级数学的教师都会遇到这样的问题,即使是到了六年级,学生在计算图形的周长和面积时,还是会出现混淆,在解决具体问题时胡乱选择单位。面对这样的错误,教师进行了学生访谈,发现除了个别犯错误的学生,大部分学生都清楚地知道周长和面积的概念,而对于面积和周长的计算公式更是脱口而出,学生往往是认为自己“太马虎”了。这个问题真的是由于“马虎”所造成的吗?为什么一届届的学生都在同一个问题上马虎,其背后真正的原因又是什么呢?

带着这样的问题我们进一步进行了学生调研。

在学生已经认识“物体表面或平面图形的大小就是面积”这一概念的基础上,我们为学生提供了尺子、绳子和足够多的三角形、长方形、正方形和圆形的学具,在没有任何提示的基础上请学生想办法测量下面长方形的面积:



对于学生的研究我们进行了观察,发现有 63% 的学生选择了尺子,有 27.2% 的学生在用尺子测量后计算了图形的面积,而其他学生则计算的是图形的周长;只有 11.1% 的学生利用平面图形的学具通过密铺计量图形的面积,而更多的学生对于这些学具毫无感觉,选择了弃之不用。

对于 27.2% 先知的学生,当教师问到为什么这样计算面积、你算得的是什么时,他们都无从回答。

面对这样的问题,教师们不禁要问自己:学生真的认识什么是面积吗?

其实,认真分析调研数据不难发现,学生虽然知道了“面积”概念,但是由于长期对“长度”(一维)的认识积累,很难实现从一维到二维认识上的飞跃,对于面积度量的本质:用面量面,还很难理解。学生在学习“面积”的概念时只是停留在知识概念的表面,即使是活动也只停留在摸一摸、看一看等