



21 世纪师范院校计算机实用技术规划教材

# 几何画板 实用范例教程

陶维林 编著 潘懋德 审定



从书附的光盘中您不仅可以看到书中介绍的所有范例，而且在“作者课件”中还可以看到作者几年来制作的几乎所有的课件以及作者用“几何画板”教授的一堂课的录像



清华大学出版社

633  
1.1



## 内 容 简 介

“几何画板”是美国软件 The Geometer's Sketchpad 的汉化版,是一个很适合于中学数学教师、物理教师开展计算机辅助教学以及学生学习数学的工具软件平台。本书总结编者近几年来用“几何画板”开展计算机辅助数学教学的实践与经验,为满足同行开展计算机辅助数学教学的实验研究的需要而编写,最大特点是“实用”。全书共分为六章和三个附录,除介绍“几何画板”软件的基本特色、有关操作约定及如何进行“几何画板”的用户参数设置外,主要以范例的形式介绍如何用几何画板制作课件。读者只要认真学习每一个范例就能熟练地掌握“几何画板”。由本书所附的光盘中你可以看到编者几年来制作的几乎所有的课件、编者用“几何画板”辅助教学的几个课例、研究初等数学得到的一些有趣结果以及学生用几何画板进行“创新”得到的一些结果,还可以看到编者用“几何画板”进行教学的一堂课的录像。

本书适用对象是中学数学(物理)教师、大专院校数学系的学生以及中学生。可作为中学数学教师继续教育的教材以及大专院校数学系计算机辅助教学的教材,也可以作为中学生课外活动、研究性课程、选修课的教材。

几何画板软件共享版下载网站是: [www.nrcce.com](http://www.nrcce.com)。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13501256678 13801310933

### 图书在版编目(CIP)数据

几何画板实用范例教程/陶维林编著. —北京:清华大学出版社,2001(2007重印)

(21世纪师范院校计算机实用技术规划教材)

ISBN 978-7-302-16179-0

I. 几… II. 陶… III. 初等几何—计算机辅助教学—软件工具—中学—教材

IV. G633.633

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第148531号

责任印制:王秀菊

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦A座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

[c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

社总机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印装者:清华大学印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印张:15 字数:352千字

版 次:2001年4月第1版 印 次:2007年10月第8次印刷

印 数:25001~27000

定 价:32.50元

---

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:011632-02/G

## 序

“几何画板”是美国软件 The Geometer's Sketchpad 的汉化版,是一个很适用于几何教学和学习的工具软件平台,也可用于代数、立体几何、解析几何、物理等其他学科的教学或学习中。

这个软件在 Windows 3.x 或 Windows 95/98 等环境中都能顺利运行。画板提供一系列工具,包括移动、画点、画圆、画线和文字工具等等。用户可以利用这些工具按照尺规作图的法则,画出各种几何图形。

在“几何画板”上画出的图形与黑板或者草稿纸上的图形不同,是动态的并可保持设定的几何关系不变,为教师和学生提供了一个在动态中观察几何规律的图板。

利用这个工具,有些教学内容可以在教师的指导下让学生独立或者分组进行观察和分析,不必用“教师讲学生听”的传统教学方式进行。实现了既充分发挥教师的主导作用、又使学生成为学习的主体的效果,是一个让学生自主进行探索性学习的直观环境,能创造出一种新型的课堂教学模式。

“几何画板”用于立体几何教学也很好。学习立体几何必须培养“空间想象能力”,即要求学生看到三维立体的实物能绘出平面投影图、观看平面图就能准确地想象出立体的空间关系。这是学习立体几何必备的基础能力,对不少初学者是一个难关。由于用“几何画板”画出的图形中若干元素可以适当地移动,就可能帮助初学者较快地培养空间想象能力。

对于与几何关系有密切联系的其他学科的教学,“几何画板”也可以提供有益的辅助。例如对物理中的运动学、动力学、静电学、几何光学等内容,以及化学中分子结构等等内容的教学就很有帮助。

“几何画板”提供的动态几何环境,不仅能帮助学生直观地去理解教师指定的图形或问题,而且能为学生提供一个培养创造能力的实践园地。

经过几年的实践,我认为“几何画板”作为一个教学平台,在计算机辅助教学中有着广泛的应用前景。尤其在提供学生进行主动的、探索性学习时十分有用,只要教师或家长安排、引导得当,将为学生创建出培养创新思想的实践园地。

让数学、物理、化学等学科的教师掌握“几何画板”的使用方法,再借鉴别人用它进行辅助教学的课例,就能帮助他们提高计算机辅助教学的能力和水平。已经基本掌握计算机操作的教师,大约经过 20 学时的培训就能应用“几何画板”。如再通过教学实践的积累,将会对教师的教学水平提高有很大的帮助。

目前推广“几何画板”需要一批好的培训教材和应用范例。陶维林先生是南京师大附中的高级数学教师,几年来学习和应用“几何画板”进行辅助教学有较高的水平。他根据自己的经验写成的这本教材很适合当前的需要,可以用于培训班讲课,也可以用于自学,

是很有价值的。

本书通过实例帮助初学者掌握“几何画板”的基本功能,也通过教学的实际范例帮助读者明白如何利用“几何画板”实施辅助教学。书中的实例都有极高的实用价值,陶老师在书中对每一个实例给出了详细的制作步骤和使用的要点,并将相关的软件录制在光盘里与书本一并出版。这些丰富的“几何画板”实用课例,有的可以直接使用,有的则可以作为借鉴,帮助教师设计自己的课例。

希望本书对“几何画板”的推广起到应有的作用。

潘懋德

2000年11月21日

# 前 言

新大纲(全日制普通高级中学数学教学大纲,试验修订版,2000年2月第一版)指出“应根据教学的需要重视投影、录像、计算器、计算机和多媒体等现代教育技术手段的运用。现代技术的使用将会深刻地影响数学教学内容、方法和目标的改变。一切有条件和能够创造条件的学校,都应使计算机及其网络成为数学课堂教育的辅助工具。要在教学和考试中广泛使用计算器,要提倡教师自制教具,自己设计教学课件,努力提高教学质量和教学效益。”新大纲明确提出要求教师“自己设计教学课件”。

本书总结编者近几年来用计算机辅助数学教学的实践与经验,为满足同行开展计算机辅助数学教学的实验研究的需要而编写,其最大特点是“实用”。

全书共分为六章和三个附录。除第一章、第二章以及附录部分外,全书主要由72个“范例”组成。第一章是“用几何画板辅助中学数学教学”,可使读者从数学教学改革的角度对“几何画板”与中学数学教学的关系有一个初步的认识。这一章的主要内容有:简介“几何画板”,使读者对“几何画板”的各项功能有一个大概的了解;介绍编者用“几何画板”辅助教学的体会;阐述编者对计算机辅助教学的一些认识、观点,供读者参考。

第二章“进入几何画板”介绍“几何画板”软件本身的基本特色、有关操作约定及如何进行“几何画板”的用户参数设置;提醒读者如何在理解中更快地来学习它;另外还把主要菜单的功能列成“菜单功能列表”,便于学习与查询。为进入“几何画板”、学习具体范例制作做准备。

第三章“功能学习范例”,是本书的主要章节,共分成三个部分,由52个范例组成。第一部分是“基本功能学习范例”(范例1~27),通过这些范例的学习可以掌握“几何画板”的基本功能;第二部分是“课件制作学习范例”(范例28~34),介绍制作课件所需要的其他功能;第三部分是“高级应用学习范例”(范例35~52),这些范例的制作有一定的难度,供对“几何画板”有兴趣的老师学习与研究,提高制作技巧。对于初次接触“几何画板”的老师可以只学习第一部分与第二部分,这样也能基本满足课件制作的需要。这一章的目的是使读者在学习一个个范例的过程中学会使用“几何画板”,采用的是“问题教学法”。这些范例制作过程的总和几乎涵盖了“几何画板”的所有操作功能,甚至包括众多先期应用者的一部分制作技巧。读者只要认真学习每一个范例就能熟练地掌握“几何画板”。

本章每一个范例的文本部分由【学习目的】、【操作步骤】、【经验点拨】三个部分组成,在光盘上还有一个相应的依【操作步骤】同步制作出的“几何画板”文件。编者是一边制作,一边写作【操作步骤】的,在相应的“几何画板”文件中未做修饰,保留了作图的痕迹。读者可以按照【操作步骤】提供的步骤一步一步照着做,同时可以与范例文件进行比照(包括点、直线等对象的字母)。为方便阅读,【操作步骤】中还插入了大量的图片。【经验点拨】主要指出应该掌握哪些菜单功能,点明该范例制作过程中的关键之处,要注意的问题

等,同时也介绍与该范例相关而其他范例又不能覆盖的“几何画板”功能或者制作方法。读者不必要求一次弄清,其中一些比较复杂的、打“\*”号的可以暂时不看,待学完第一部分“基本功能学习范例”以后再学习。考虑到一些读者不必掌握“几何画板”的所有功能,各范例【操作步骤】之间基本上是独立的。每个范例都提供了较为详细的操作步骤,你可以直接学习你认为需要的某个范例。当然,这样做可能会缺乏系统性。

第四章“课堂教学范例”部分介绍编者用“几何画板”辅助中学数学教学的几个课例,提供给读者参考。读者在教授相应的内容时,如果认为编者的教学设计也适合你的教学实际,你可以参考这些课例上课。

第五章“初等数学研究范例”介绍编者用“几何画板”研究初等数学得到的一些新的有趣的结果。希望对读者有所启发,不当之处还望批评指正。

第六章“学生创作与发现”收集了近几年来编者所在学校(少数范例来自其他学校)学生在“几何画板”选修课、使用“几何画板”学习数学、帮助老师制作课件等活动中的创作、发现与论文。反映了学生用“几何画板”进行“创新”所得到的一些成果,供读者在进行类似的活动时参考。

为便于读者对“几何画板”某些功能直接查询或者进行专题学习,又以“几何画板”的功能为线索编制成“附录一 主要功能查询范例索引”。因为这些功能的运用往往散落在各个范例中。

为了推广“几何画板”,减少老师们的重复劳作,编者把几年来几乎所有的制作也收集在光盘的“作者课件”中供老师在辅助中学数学教学时选用或对“几何画板”有兴趣的老师研究。这部分范例没有提供制作过程,请读者谅解。

光盘中的“教学录像”是编者一堂课的教学录像(教学设计见第四章范例1),你可以看到用“几何画板”教学的实际情景,供读者参考。

书中还收录了东北育才学校、东北吉林吉化实验学校学生的论文以及老师的评语,收录了合肥教育学院数学系段敏老师的文章。在此表示谢意。

本书初稿完成以后,全国中小学计算机教育研究中心潘懋德教授仔细审阅了全书,提出了许多修改意见,并对文字进行了加工,在此表示衷心的感谢。

感谢全国中小学计算机教育研究中心对出版本书的大力支持。

由于时间仓促,水平有限,缺点错误在所难免,恳请读者不吝指正,以便再版时纠正。

联系 E-Mail: taobei@jlonline.com。

南京师范大学附属中学 陶维林

2000年10月

# 目 录

<b>第一章 用几何画板辅助中学数学教学</b> .....	1
1.1 打开几何世界之窗的现代工具 .....	1
1.2 辅助中学数学教学的好软件 .....	4
1.3 我用几何画板辅助中学数学教学 .....	7
1.4 关于计算机辅助中学数学教学的几点思考 .....	14
<b>第二章 进入几何画板</b> .....	19
2.1 “几何画板”窗口 .....	19
2.2 “几何画板”用户参数设置 .....	21
2.3 在理解中学习“几何画板” .....	22
2.4 菜单功能列表 .....	25
<b>第三章 功能学习范例</b> .....	30
<b>基本功能学习范例</b> .....	30
3.1 三角形三边上的高(范例 1) .....	30
3.2 三角形内切圆(范例 2) .....	33
3.3 对象的跟踪与“动画”按钮的产生(范例 3) .....	35
3.4 保留对象的轨迹(范例 4) .....	38
3.5 被动对象的动作控制(范例 5) .....	40
3.6 用快捷键作图(范例 6) .....	42
3.7 三角形三内角和等于 $180^\circ$ (范例 7) .....	45
3.8 相交弦定理(范例 8) .....	48
3.9 圆的斜二测水平放置(范例 9) .....	50
3.10 根据标记的角旋转(范例 10) .....	52
3.11 根据标记的度量值移动对象(范例 11) .....	55
3.12 根据标记的向量移动对象(范例 12) .....	58
3.13 系列按钮的产生与动作延时(范例 13) .....	61
3.14 画函数的图像(范例 14) .....	65
3.15 定义在某区间上的函数图像(范例 15) .....	71
3.16 图形与图像的结合(范例 16) .....	73
3.17 带参数的函数图像(范例 17) .....	75
3.18 函数图像的变换(范例 18) .....	76



3.19	根据椭圆的第一定义作椭圆(范例 19)	79
3.20	把度量值转换成线段(范例 20)	81
3.21	根据椭圆的标准方程作椭圆(范例 21)	83
3.22	根据双曲线的参数方程作双曲线(范例 22)	85
3.23	极坐标系中的曲线(范例 23)	87
3.24	多重运动(范例 24)	89
3.25	让几何体转起来(范例 25)	91
3.26	记录的产生与利用(范例 26)	94
3.27	记录中“循环”功能的利用(范例 27)	100
	课件制作学习范例	102
3.28	把一个课件制作成若干页(范例 28)	102
3.29	外部对象的插入(范例 29)	104
3.30	线段的闪烁等一组制作技巧(范例 30)	106
3.31	滚动的字幕(范例 31)	110
3.32	在“几何画板”中插入声音(范例 32)	112
3.33	在 PowerPoint 中用“几何画板”(范例 33)	114
3.34	学习他人范例提高制作技巧(范例 34)	117
	高级应用学习范例	123
3.35	正方体截面的三视图(范例 35)	123
3.36	转动几何体中虚线的制作(范例 36)	127
3.37	根据 Excel 表格数据作函数图像(范例 37)	129
3.38	位置移动形状不变的函数图像(范例 38)	133
3.39	参数为整数或分数的函数图像(范例 39)	134
3.40	分段函数的图像(范例 40)	137
3.41	数列的图像(范例 41)	139
3.42	数列的图像(范例 42)	140
3.43	旋转与移动合一(范例 43)	142
3.44	根据标记的线段比缩放(范例 44)	146
3.45	多步变换的定义与利用(范例 45)	149
3.46	在记录中使用记录(范例 46)	151
3.47	对象运动速度的函数控制(范例 47)	154
3.48	用代数方法找直线与圆锥曲线的交点(范例 48)	156
3.49	找直线与圆锥曲线交点的几何方法(范例 49)	157
3.50	椭圆的平行弦与定长弦(范例 50)	160
3.51	圆锥曲线成定角的切线(范例 51)	162
3.52	凸轮的旋转(范例 52)	164

<b>第四章 课堂教学范例</b> .....	167
4.1 椭圆的参数方程(范例 1) .....	167
4.2 异面直线所成的角(范例 2) .....	170
4.3 点的轨迹的探求(范例 3) .....	173
4.4 函数图像的变换(范例 4) .....	178
4.5 椭圆的第二定义(范例 5) .....	183
4.6 指数函数及其图像(范例 6) .....	187
<b>第五章 初等数学研究范例</b> .....	191
5.1 圆锥曲线的有趣演变(范例 1) .....	191
5.2 椭圆的切线与辅助圆切线的关系(范例 2) .....	193
5.3 圆锥曲线间的轨迹相关性(范例 3) .....	195
5.4 有趣的滚动(范例 4) .....	198
5.5 用平面几何结论统一椭圆、双曲线的两个定义(范例 5) .....	202
5.6 一道高考压轴题的探究(范例 6) .....	204
5.7 对几道“数学问题”的研究(范例 7) .....	206
5.8 两条抛物线焦参数间的关系(范例 8) .....	210
<b>第六章 学生创作与发现</b> .....	213
6.1 有限的面积无限的周长——兼谈使用“几何画板”的一些体会(范例 1) .....	213
6.2 动滑轮(范例 2) .....	214
6.3 广义蝴蝶定理(范例 3) .....	215
6.4 任意等分线段的新方法(范例 4) .....	217
6.5 椭圆的准线(范例 5) .....	219
6.6 用“几何画板”做分子结构模型(范例 6) .....	220
<b>附录一 主要功能范例查询索引</b> .....	222
<b>附录二 “几何画板”软件随盘范例简介</b> .....	223
<b>附录三 光盘内容及使用说明</b> .....	227

# 第一章 用几何画板辅助中学数学教学

## 1.1 打开几何世界之窗的现代工具

我们现在的中学生仍在学习着 2300 多年以前欧几里德留给后人的古老几何。一向以抽象和推理严谨著称的几何不好学,困扰着一代又一代学生,因此,几何成了课程改革的热点。是淡化还是加强?在 21 世纪的数学教育中,几何的地位如何?始终存在不同的意见。

一般认为,欧氏几何是能对中学生进行思维训练的课程,至今还没有别的什么课程能取代它的地位。因此,拿着粉笔、直尺、圆规等传统教具的几何老师们应该时刻想着如何为学生“解困”。其实,细绳一端的粉笔缓缓移动留下了点的轨迹,一根拉链演示双曲线的形成,橡皮筋的拉伸、手工折纸等都是教师为学生排忧解难的一些做法。但是用圆规、直尺等传统教具毕竟具有一定的局限性,设想一下,你能在黑板上画出经过两点的所有圆吗?你能让三角形在黑板上任意变化并能看出重心、垂心、外心始终共线吗?等等等等,只要一涉及运动,这些传统教具都将黯然失色。但几何正是在运动中把握不变规律的学科。随着信息技术的到来,让我们用计算机去推开几何世界之窗吧!展现在你面前的“几何画板”——21 世纪的动态几何,是一块展现动态图形的黑板,它打破了传统尺规的教学方法,为几何学的教改及创新教学模式注入了无限的活力。

“几何画板”(The Geometer's Sketchpad)是美国 Key Curriculum Press 公司制作的优秀教育软件,它是全国中小学计算机教育研究中心在 CAI(Computer Assistant Instruction)中推广使用的软件之一,可用在平面几何、平面解析几何、射影几何等课程中,可以方便地开发出具有实用性的课件;它为师生提供一个观察、探索几何图形内在关系的环境;它以点、线、圆为基本元素(类似于圆规、直尺等教具),通过对这些元素的变换、构造、测算、计算、跟踪轨迹等,构造出千变万化的几何图形。

具体说来,“几何画板”提供了画点、画线、画圆的工具,如通过画线工具可画出线段、射线、直线,通过画圆工具可画出正圆;通过“作图”菜单提供的画平行线、垂线、以圆心和圆周上的点画圆等命令可准确作图。所有这些作图都能够体现数学概念表达的准确性,因而可以绘制所有尺规作图,演绎欧氏几何。

“几何画板”提供的旋转、平移、缩放、反射等图形变换功能,可以按指定值、计算值或动态值对图形进行变换,进而可以研究某些非欧几何问题。

“度量”和“图表”菜单把你带入平面解析几何王国,在那里你能够在直角坐标系和极坐标系中测定图形的特征,包括测量线段长度、斜率,测量角的度数以及多边形、圆、弓形、扇形的面积,提供直线和圆的方程等功能,还能对测出的值进行运算(四则运算、幂函数、

三角函数等),因此,许多定量问题可在“几何画板”中进行研究。

在教学中,了解学生思路和对概念的掌握程度是相当重要的一个环节,利用“几何画板”的“记录”(即:记录绘图的步骤)功能是了解学生几何作图思路的重要工具,而且利用“记录”还可创造出新的绘图工具以扩充其功能。

什么功能令“几何画板”与众不同呢?一句话:拖动。随意拖动,已构建的几何关系仍保持有效,而几何图形变成动态的。它就是这样一个动态环境。

在简介了“几何画板”功能后,让我们看看“几何画板”对教学改革能注入哪些活力:

### 1 由静到动,揭示几何精髓

“几何画板”是探索几何学奥秘的强有力的工具。利用“几何画板”,你可以十分方便地作出各种神奇图形,诸如各种几何图形、勾股定理的动态演示、任意变化的三角形、立体透视图、动态正弦波、函数曲线、轨迹的动态描述等等。几何的精髓是什么?就是在不断变化的图形中,研究不变的几何规律。如三角形的位置、大小、方向、形状不论如何变化,它的三条中线、高线、内角平分线、边的垂直平分线总分别相交于一点,这四点即重心、垂心、内心、外心,也称为三角形的“奇特点”。再者平面几何中的许多“奇特线、奇特圆”等极易在“几何画板”中动态演示,并从中发现恒定不变的几何关系。而在传统几何教学中,使用尺规作图,在黑板上画出的永远是静止不变的图形,这容易掩盖极重要的几何规律。我们经常指着—个三角形就说任意三角形具有某种性质是不妥的,如三角形的高线就会因三角形的形状的不同而出现在三角形内部或外部等的不同位置,但在“几何画板”中—拖就明白了。动态图形对几何概念教学的贡献是非同寻常的,由一个静止图形到教学中引入“无数个”图形,计算机对几何教学注入了无限的活力,动态图形能创造出—种情景,由其归纳出事物的共性和本质特征。

### 2 提供操作环境去获得数学经验

学习数学的一个重要环节是了解数学背景、获得数学经验。怎样学习数学?数学经验是如何获得和发展的?学习数学的历程往往要重演整个人类数学的发展过程,我们的教师要设法让学生获得经验,这其中一定要有操作过程。再者学习数学重要的是关系的把握,而关系是在变化中把握的。但我们现在传统的教学就没有变化的过程,没有数学操作的过程。“几何画板”却恰恰提供了这样两个过程。它是可操作的,能在变化的过程中揭示恒定不变的规律。学生可以任意搬运图形、观察图形,作出猜测并验证,在观察、探索、发现的过程中增加对各种图形的感性认识,形成丰富的几何经验背景,显然这有助于学生的理解和证明,在操作过程中也能充分发挥学生的主动性、积极性和探索欲。

### 3 架设数形结合的桥梁

用代数的方法研究几何,必然要把数与形结合起来。在“几何画板”中画完图形后,立即可测算出数值,并能把图形变化过程中的数量关系的变化(哪怕是微小的变化)直观地显示出来,这在传统几何中根本就无法办到。数与形的结合,为解析几何的学习提供了极好的试验工具,“几何画板”是进行探索、验证的好帮手,是创设情景的极好工具。

#### 4 把数学实验引入了数学

学校有物理、化学、生物等实验是很正常的,却很少听说过有数学试验。有了“几何画板”,就可以为教师与学生提供演示和学生自己动手做几何等数学实验的可能性。几何定理都是推证出来的吗?中国科学技术大学常庚哲教授在《“三角形几何”的兴衰和可能的东山再起》一书中说:“在平面几何学中绝大多数的定理和命题恐怕就是数学家‘瞎鼓捣’而玩出来的,‘鼓捣’中的工具虽很多,但还有两种特殊的、有力的工具:圆规和直尺可采用。共点、共线、共圆这些现象,用这两种工具可以做得相当精确。‘鼓捣’数学,其实就是数学实验,数学实验是推动所有数学的一种方式,‘鼓捣’的方式……几何作图,就是视觉上的数学实验。在几何中视觉思维占主导地位,几何成了计算机证明和发现定理的策略的实验基地”。传统教学中学生一般是从教师那里被动地接受事实,而“几何画板”给学生提供了更多的动手机会,学生以研究者的身份学习几何,突出了学生的主体地位,使学生由“听数学”转为“做数学”,从被动地学习变为主动地发现探索式学习。据《几何画板论坛》中文章介绍,沈阳一位中学生竟由此“鼓捣”出“蝴蝶定理”的推广形式(参考第六章范例3)。

例如,我们讲授圆幂定理时,可用“几何画板”作出如下图 1-1 所示的图形,当拖动点  $P$ (使  $P$  保持在圆内)时,细心的学生总能发现  $PA \times PB$  与  $PC \times PD$  的值总不变,这就是相交弦定理,若进一步把点  $P$  往外拖,见图 1-2,两积也不变,这不就是割线定理吗?当拖动点  $P$  时使一条弦变成一条切线,当然也应成立,见图 1-3,这正是切割线定理;当拖动点  $P$  使两条割线变成两条切线,见图 1-4,这正是切线长定理。从图中能够看出乘积的值都是圆心与点  $P$  的距离的平方与圆的半径(用  $r$  表示)的平方之差的绝对值。这样就把四个定理统一起来了(参考第三章范例 8)。

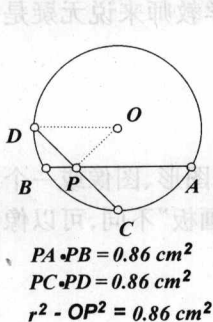


图 1-1

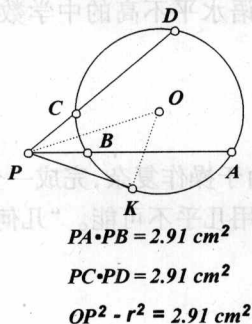


图 1-2

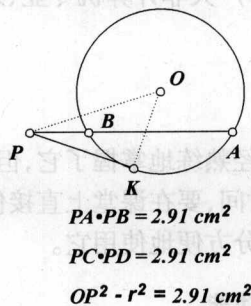


图 1-3

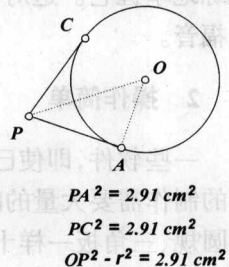


图 1-4

同样用“几何画板”去研究、交流、探讨三角函数  $y = A \sin(\omega x + \phi)$  的图像或圆锥曲线的统一定义或物理上简谐振动的形成等等也都具有非凡的表现。

#### 5 体现了数学教育建构观

“知识不是被动接受的,而是认知主体积极建构的”,这是建构主义理论的核心。虽然学生学习的数学知识都是前人已经建造好了的,但对来说,仍是全新的、未知的,需要

每个人再现类似的过程来形成。建构主义把“情景、协作、会话、意义建构”作为四大属性,而“几何画板”提供的实验环境,是符合建构主义理想的学习媒体。

“几何画板”能突出学生的主体地位。在学习的过程中,学生不仅仅是知识的容器,而且是一个探索者,这有助于能力的培养,完全符合现代教育思想,符合“素质教育”的要求。教师使用它可能探索出新的教学模式,也不是知识的灌输者,而成为实验情景的设计者、学习过程的组织者、指导者、参与者与评判者。“几何画板”也使 CAI 从演示与练习型向探索型的发展成为可能。

“几何画板”使教师利用 CAI 进行教学不再需要编程和制作软件,一切都只要借助观察和分析几何关系来表现,而这正是教师所擅长的,且开发应用课件十分容易,这一点在为中学数学教师继续教育培训中已得到充分验证。

## 1.2 辅助中学数学教学的好软件

要开展计算机辅助中学数学教学的实验研究,就必须有一系列好的应用软件。“几何画板”以学习容易、操作简单、交互性强、功能强大等优秀品质已经成为广大中学数学教师进行辅助教学实验研究的首选软件。

### 1 学习容易

“几何画板”是 Windows 下的全中文操作软件,一切操作都可利用鼠标通过菜单或者“快捷键”来实现。要掌握它的基本功能,只要认真阅读第三章“功能学习范例”,依照范例所提供的操作步骤一步一步照着做就可以了。如果能够经过三四天的培训,就可以比较熟练地掌握它。这对于广大非计算机专业、外语水平不高的中学数学教师来说无疑是一个福音。

### 2 操作简单

一些软件,即使已经熟练地掌握了它,但由于操作复杂,完成一个图形、图像或一个课件的制作需要大量的时间,要在课堂上直接使用几乎不可能。“几何画板”不同,可以像使用圆规、三角板一样十分方便地使用它。

### 3 独特的“记录”功能

“几何画板”可以根据需要把作图的过程自动记录下来,形成一个称为“记录”的文件。以后进行同样的操作,利用此文件,只要几秒钟就能完成。比如课前把画正方体的过程(时间不超过 5 分钟)记录下来,利用这个文件在课堂上再画一个正方体不会超过 5 秒钟。另外,用这一功能还可以把他人用“几何画板”制作课件的过程再现出来,以便向他人学习,用来进行课件制作方法的交流、研究。

#### 4 动态的图形功能

“几何画板”，顾名思义是“画板”，提供了画点、线（线段、射线、直线）、画圆的工具，即提供了计算机上的尺规作图。因此能画任意一种欧几里德几何图形，而且注重数学表达的准确性。“几何画板”所作出的图形是动态的，可以在变动情况下保持设定的几何关系不变。某线段的中点在动态中永远是中点，平行的直线在动态中永远保持平行。这正是“几何画板”的精髓，给我们进行“数学实验”、发现新命题提供了很好的工具，例如，当任意改变圆内的相交弦  $AB$ 、 $CD$  的交点  $P$  的位置时，动态显示  $AP \times PB$ 、 $CP \times PD$  的数值总表达出相等关系，准确表达了相交弦定理；如果把点  $P$  拖到圆外，又可以表现割线定理。“几何画板”还能对动态的对象进行“跟踪”，并能显示该对象的“轨迹”，如点的轨迹、线的轨迹，形成曲线或包络，这为平面解析几何中的轨迹教学提供了极好的工具。利用这一功能，可以使学生预先猜测轨迹的形状、看到轨迹形成的过程。为学生观察现象、发现结论、探讨问题创设了较好的“情景”，为新的探索式教学模式提供了可能。

#### 5 丰富的图像功能

只要给出函数的表达式，“几何画板”能画出任何一个初等函数的图像，还可以给定区间的长度。如果需要进行动态控制，可以作出含若干个参数的函数图像，如函数  $y = ax^2$  的图像（如图 1-5）。当用鼠标拖动点  $A$  移动时， $a$  的值（等于点  $A$  的纵坐标）与抛物线的开口大小也随之变动。也可以作出一个形状不变、位置可以任意改变的函数图像以便进行图像变换的教学。利用与  $y = ax^2$  的图像形状相同的图像可以说明函数  $y = a(x - m)^2 + n$  的图像与  $y = ax^2$  图像的关系。还可以用“几何画板”作出由离散的点组成的函数图像，如图 1-6 就是数列  $\left\{ \frac{8n+1}{2n^2-1} \right\}$  的图像。“几何画板”支持在同一个坐标系中作出若干个

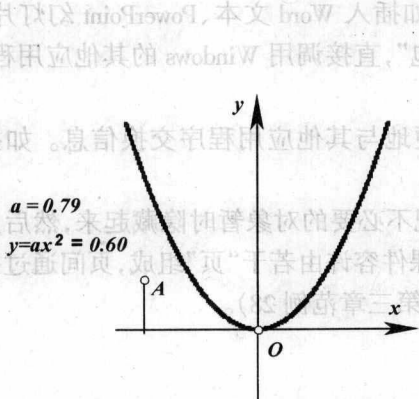


图 1-5

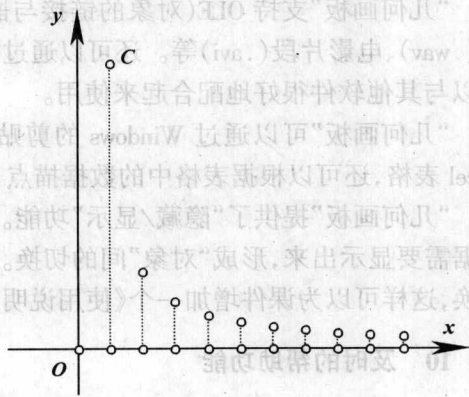


图 1-6

函数的图像，这样就可以进行比较，利用它们讨论方程、不等式解的情况，促进“数形结合”。如同时作出函数  $y = a^x$ 、 $y = \log_a x$ （其中  $a > 0$ ， $a \neq 1$ ）的图像来讨论方程  $a^x = \log_a x$  解的情况。“几何画板”支持多种坐标系的选择，不但可以作出直角坐标系下方程所表示的

曲线,也可以作出极坐标系下方程表示的曲线(如作出直角坐标系下的双曲线、极坐标系下的玫瑰线)。不仅能制作出由普通方程给出的曲线,也能作出由参数方程给出的曲线。

## 6 方便的计算功能

“几何画板”还提供了测量和计算功能,能够对所作出的对象进行度量。如度量长度、弧长、角度、面积等。还能够对度量出的值进行计算,包括四则运算、函数运算,并把结果动态地显示在屏幕上。当被测量的对象变动时,显示它们大小的这些数量也随之改变,可以动态地观察它们的变化。

## 7 简便的动画功能

“几何画板”可以针对几何教学的要求制作动画(Animation)和运动(Movement),可以表现几何体的运动。如把三棱柱的一个角“切割”下来,通过按钮控制它的分离与拼合。利用这一功能,可以让三维几何体转动起来,培养学生的空间想象能力。

## 8 有趣的变换功能

“几何画板”提供了平移、旋转、缩放、反射等图形变换功能,可以按指定的值或动态的值对图形进行这些变换,也可以使用由用户定义的向量、角度、距离、比值来控制这些变换。这样一来用“几何画板”就可以研究运动、变换等有些非欧几里德几何问题。

## 9 开放的其他功能

“几何画板”符合 Windows 应用程序的一致风格:可以为文字选择字体、字型、字号;可以为图形添加颜色;可以为图形、图像增加一段文字说明,而且“几何画板”支持对度量值文本的数学格式的简单排版。

“几何画板”支持 OLE(对象的链接与嵌入),如插入 Word 文本、PowerPoint 幻灯片、声音(.wav)、电影片段(.avi)等。还可以通过插入“包”,直接调用 Windows 的其他应用程序,可以与其他软件很好地配合起来使用。

“几何画板”可以通过 Windows 的剪贴板方便地与其他应用程序交换信息。如接受 Excel 表格,还可以根据表格中的数据描点、作图。

“几何画板”提供了“隐藏/显示”功能。能够把不必要的对象暂时隐藏起来,然后又可根据需要显示出来,形成“对象”间的切换。一个课件容许由若干“页”组成,页间通过按钮切换,这样可以为课件增加一个《使用说明》(参考第三章范例 28)。

## 10 及时的帮助功能

和其他 Windows 的应用程序一样,如果不清楚怎样做某件事,可以打开【帮助】菜单,得到及时的帮助。“几何画板”的工具箱中还有一个特殊的【对象信息】按钮,它能提供某对象的有关信息,比如某个点是自由的还是一条线段与一条直线的交点,某个按钮是由哪些按钮组成,每一个按钮能够完成什么的操作等等。



### 1.3 我用几何画板辅助中学数学教学

编者是从1997年开始用“几何画板”辅助数学教学的。这里谈谈“几何画板”给中学数学教学带来的一些主要变化。

#### 1 以往不容易讲清的概念,现在容易讲清楚

“几何画板”是一个教学工具,给数学教学提供了现代化的教学手段。以往不容易讲清的数学概念适当使用“几何画板”,可能容易使学生理解,从而提高了教学效果。

椭圆的离心角(图1-7中以 $OA$ 为终边的角)与旋转角(椭圆的半径与 $x$ 轴的正半轴所成的角)是学生容易混淆的两个概念,“几何画板”可以动态地显示出这两个角的关系。如图1-7,当缓慢拖动主动点 $A$ 绕着点 $O$ 转动时,左上角显示出这两个角(当堂“测算”的)的大小都在改变。可以十分清晰地看出:在第一象限时,离心角 $\theta > \angle XOM$ ;当 $A$ 拖动到 $y$ 轴的正向时, $\theta = \angle XOM = 90^\circ$ ;继续拖动, $\theta < \angle XOM$ ( $A$ 在第二象限);当 $A$ 在 $x$ 轴的负向时, $\theta = \angle XOM = 180^\circ$ 。不必继续,一个高二的学生自然知道: $\theta$ 与 $\angle XOM$ 有四次“相等”,其他都不等;可以用椭圆离心角的范围来表示椭圆弧。

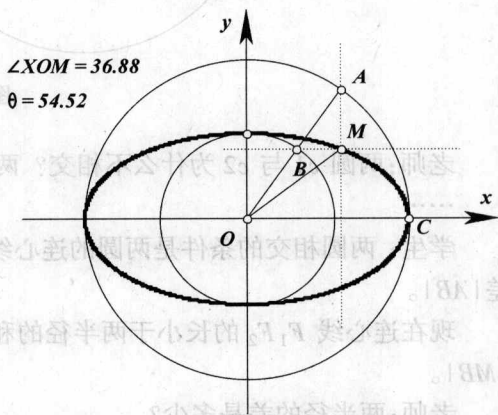


图 1-7

#### 2 用几何画板创设情景,帮助学生形成概念

我在教“双曲线的概念”一课时,当堂进行如下制作(参考图1-8):

- (1) 在平面上,作线段 $F_1F_2$ ,【度量】(【度量】是该软件中的“菜单项”,以下同)其长度。定义为 $2c$ 。
- (2) 在同一平面上作一条直线 $l$ ,在上取两点 $A$ 、 $M$ 。
- (3) 作出线段 $AM$ ,【度量】其长度,定义为 $r_1$ 。
- (4) 以线段 $AM$ 为半径,以点 $F_1$ 为圆心,作出圆 $c_1$ 。
- (5) 在直线 $l$ 上再取一点 $B$ ,使其在 $M$ 的右侧,且使 $AB > F_1F_2$ 。
- (6) 作出线段 $BM$ ,【度量】其长度,定义为 $r_2$ ;作出线段 $AB$ ,【度量】其长度,定义为 $2a$ 。
- (7) 以线段 $BM$ 为半径, $F_2$ 为圆心,作出圆 $c_2$ 。
- (8)  $c_1$ 与 $c_2$ 交于 $P$ 、 $P'$ ;作出线段 $PF_1$ 、 $PF_2$ (提示: $|PF_1| = |AM|$ , $|PF_2| = |BM|$ ),并选择【跟踪】点 $P$ 、 $P'$ 。