

南京工程学院教案【教学单元首页】

第 3 次课

授课学时 2

教案完成时间: 06/8/1

章、节	第八章：静电场，8-6 静电场的环路定理 8-7 电势
主要内容	1. 静电场力所作的功: $W = q_0 \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$ 2. 静电场的环路定理: $q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ 3. 电势能与电势: $W_{AB} = q_0 \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -(E_{pB} - E_{pA})$ 、 $V_A = E_{pA} / q_0 = \int_{A\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l}$
目的与要求	1. 掌握环路定理 2. 掌握电势的定义与计算方法
重点与难点	一、重点: 1. 电势能 2. 电势 二、难点: 1. 电势的定义与计算
教学方法与手段	定理等内容以讲授与板书结合为主, 相关背景资料以及例题等内容以讲授与多媒体教学结合为主。

第3章. 电. 静电场. 电势能. 电势

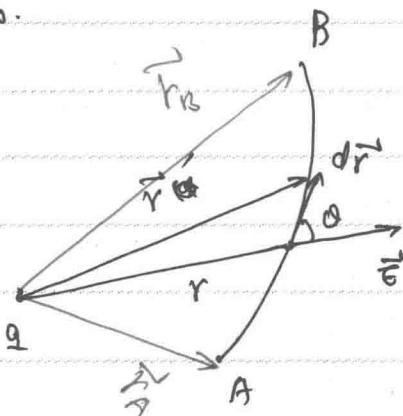
8-6 静电场的环路定理. 电势能.

- 静电场的环路定理

$$\therefore dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\therefore \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$$



$$\therefore dW = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \vec{e}_r \cdot d\vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} dr \quad dr = d\cos\theta$$

$$\therefore W = \int dW = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} \right)$$

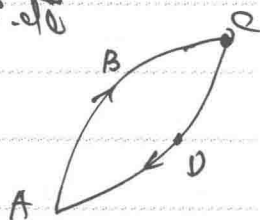
若 $r_A = r_B$. 则沿任意闭合回路. 电势差为零.

$$\oint dW = 0 \Rightarrow \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

即静电场的环路定理. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$
= 静电场为保守场.

$$\therefore W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r} = q_0 \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$= q_0 \int_{ABC} \vec{E} \cdot d\vec{r} + q_0 \int_{CDA} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



$$\therefore \int_{ABC} = - \int_{CDA} = \int_{ADC}$$

$$\therefore \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

试表明：静电场为保守场，即沿任意闭合路径的线积分为零。

证：沿任意闭合路径的线积分为零，即静电场为保守场。

证：沿任意闭合路径的线积分为零，即静电场为保守场。

三、电势能

$$\text{沿任意路径 } \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \text{势能}$$

↓

静电场为保守场，电势能

$$\text{静电场 } \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \text{电势能}$$

电势能沿任意路径的线积分为零，即电势能

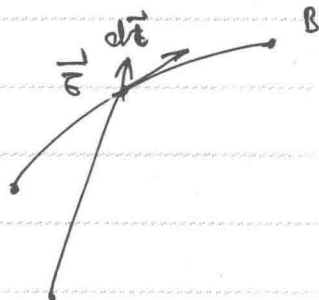
$$W_{AB} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \epsilon_{PA} - \epsilon_{PB} = -(\epsilon_{PB} - \epsilon_{PA}) = -\Delta\epsilon$$

① 电势能是一标量，单位为焦耳。

$$\epsilon_{PA} = q \int_{A_0}^A \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (\epsilon_{p0} = 0)$$

② 静电场中任意一点的电势能，等于将单位正电荷从该点移到无穷远处时静电力所做的功。

③ 电势



8-7 电势

一. 电势:

$$W_{AB} = q_0 \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -(\epsilon_{pB} - \epsilon_{pA})$$

$$\text{取 } V_A = \epsilon_{pA} / q_0$$

$$V_B = \epsilon_{pB} / q_0$$

∴ 对 V_A, V_B 为 A 和 B 点电势

$$\text{∴ } V_A = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V_B$$

$$\text{取 } V_B = 0 \quad (\epsilon_{pB} = 0) \quad B \rightarrow \infty$$

$$\text{∴ } V_A = \int_{A\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{\infty A} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

电场中某点电势 V_A 是指该点与无穷远处电势之差
 << 从 A 移到无穷远过程中, 静电力所做的功。

或: 电场中某点电势 V_A , 是指该点与无穷远处电势之差
 << 从该点移到无穷远处时, 静电力所做的功。

(电势差) 电势差是指 A 移到 B, 静电力所做的功
 为: W_{AB}

$$U_{AB} = V_A - V_B = - (V_B - V_A) = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

静电场的功:

$$W_{AB} = q \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = q U_{AB} = q(V_A - V_B) = -q(V_B - V_A)$$

$$\therefore W_{AB} = E_{pA} - E_{pB} = q(V_A - V_B) = -q(V_B - V_A)$$

$$= \Delta E = q U_{AB}$$

电势差:

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

二. 电荷量为 q 的电势:

$$\therefore E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\therefore V = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_\infty} \right) \right]$$

$$q > 0 \Rightarrow V > 0$$

$$q < 0 \Rightarrow V < 0$$

三. 电势叠加原理:

设有 n 个电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$

则 A 点的

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

$$V_A = \int_{A\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n \int_{A\infty} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n V_i$$

$$\therefore V_A = \sum V_i = \sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

$$\therefore V_A = \sum V_i = \sum \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i}$$

带电体电荷连续分布:

$$\therefore dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r}$$

$$\therefore V = \int dV$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

计算电势的两种方法:

①. 沿场

$$V_A = \int_{A_0} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V_B$$

选 V_0 为参考点电势

②. 点电荷

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

例 1. 电荷均匀分布在半径为 R 的圆环上, 计算环心处电势

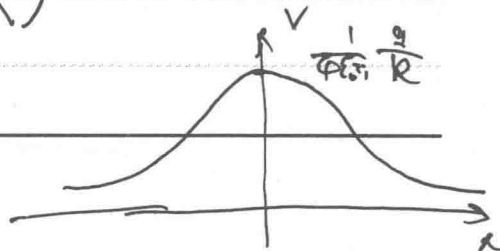
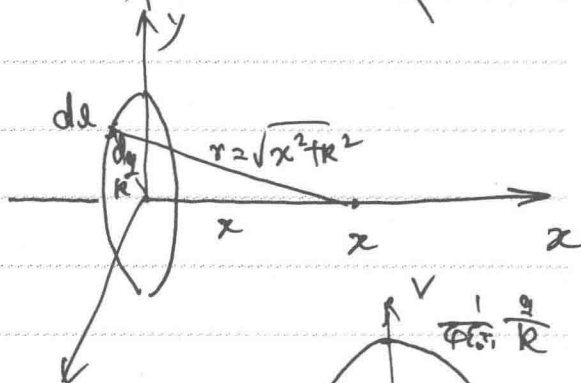
$$\text{解: } \therefore dq = \lambda dl$$

$$= \frac{q}{2\pi R} dl$$

$$\therefore V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi R} \int \frac{dl}{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi R} \frac{1}{r} \int dl =$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi R} \frac{2\pi R}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$



例1. 求均匀带电圆盘(面)在轴线上任一点的电势

解: $\because dq = \sigma \cdot 2\pi r dr$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{dq}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{\sigma \cdot 2\pi r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{x^2 + R^2} - x)$$

$\because R \ll x$

$$(\sqrt{x^2 + R^2})^{\frac{1}{2}} = x + \frac{R^2}{2x} + \dots$$

$$\therefore V \approx \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{R^2}{2x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma\pi R^2}{x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x} \leftarrow \text{点电荷}$$

例2. 求均匀带电球壳的电势

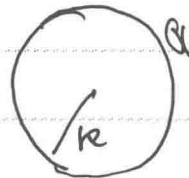
设球壳中, 带电量为 Q , R , 试求:

- (1) 球壳外任一点的电势;
- (2) 球壳内任一点的电势;
- (3) 球壳上任一点的电势;
- (4) 球壳内任一点的电势。

解: (1) A, B 为球壳外任一点

有 $r_A > R$

设 $r_A > r_B > R$



$$\therefore \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\begin{aligned} \therefore V_A - V_B &= \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \end{aligned}$$

(2) 球壳内任一点电势。

$$\therefore r < R \quad \vec{E} = 0$$

$$\therefore V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$



(3) 球壳外任一点电势。

$$r > R$$

球外任一点电势与点电荷电势相同。

$$V_A = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (r > R)$$

(4) 球壳电势。

球壳电势相等，与球壳上任一点电势相等。

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$\therefore V_{\text{球}} = V(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

例3. 求无限长带电直线的电势。

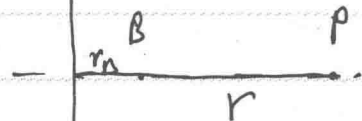
$$\therefore \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \vec{e}_r$$

$$V_p = \int_r^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_r^{r_B} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_r^{r_B} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r \Big|_r^{r_B}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} (\ln r_B - \ln r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_B}{r}$$



取 r_B 为参考点，取 $r_B = 1$ ，则电势为 $V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r}$

例4. 23, 25, 26.

南京工程学院教案【末页】

本 单 元 知 识 点 归 纳	1. 利用力学功的定义, 研究静电场力的做功: $W = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{r} = q_0 \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$ 2. 利用静电场力的做功的特点, 研究静电场的性质, 从而确定环路定理: $q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ 3. 根据静电场力的做功的特点, 得出静电场是保守力场的结论, 并定义电势能与电势: $W_{AB} = q_0 \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -(E_{pB} - E_{pA})$、$V_A = E_{pA} / q_0 = \int_{A\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l}$
思 考 题 或 作 业 题	1. 思考题: 8-19, 8-20, 8-21, 8-22 2. 习 题: 8-23, 8-25, 8-26
本 单 元 教 学 情 况 小 结	1. 对电势能和电势等物理概念的理解和应用对学生理解有些难, 结合重力、万有引力的特点以及引入重力势能、引力势能的过程, 可以较好的帮助学生理解电势能和电势的概念, 既形象有直观, 效果较好。 2. 充分利用 CAI 的优势, 将电势能以及电势的概念形象化, 直观化, 效果较好。
审 阅 意 见	审阅人:

注: 教案首页和末页中间为讲稿