

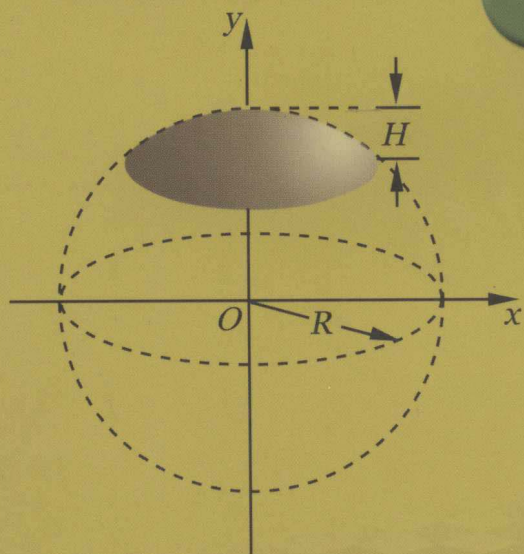


高等学校教材

高等数学自测试题练习册

GAODENGSHUXUEZICESHITILIANXICE

下



◎ 冯 春 主 编
◎ 邹兆南 主 审
◎ 谢和熙 副主编
◎ 梁德全



人民交通出版社

China Communications Press



清华大学出版社

高等数学自测试题练习册



主编：王 明
副主编：李 明
编 者：王 明
审 阅 者：王 明

清华大学出版社

面向 21 世纪交通版 高等学校教材

高等数学自测试题练习册

(下)

冯 春	主编
邹兆南	主审
谢和熙	副主编
梁德全	

人民交通出版社

内 容 提 要

本书是适应理工类《高等数学》课程建设的需要而编写的,与同济版《高等数学》(第四版、第五版)教材配套,其自测试题练习的内容包括第八章多元函数微分法及其应用;第九章重积分;第十章曲线积分与曲面积分;第十一章无穷级数;第十二章微分方程。全书分为两部分,第一部分为自测试题练习册内容,共计十五套自测试题,为广大读者提供练习与强化训练的素材;第二部分为自测试题练习的解答,为广大读者的练习提供一个可供参考的答案。通过本书十五套自测试题的练习,学生可理解、掌握理工类《高等数学》教学大纲所要求的重点、难点以及一些典型题型的解题方法与技巧。本书为在校大学生的期末总复习提供了一个全面的强化训练。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学自测试题练习册/冯春主编. —北京:人民交通出版社, 2004.7

ISBN 7-114-05130-1

I. 高... II. 冯... III. 高等数学-高等学校-习题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 058360 号

书 名: 高等数学自测试题练习册(下)

著 作 者: 冯春

责任编辑: 刘敏嘉

出版发行: 人民交通出版社

地 址: (100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街 3 号

网 址: <http://www.ccpress.com.cn>

销售电话: (010)85285656, 85285838, 85285995

总 经 销: 北京中交盛世书刊有限公司

经 销: 各地新华书店

印 刷: 三河市宝日文龙印务有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 8.25

字 数: 194 千

版 次: 2004 年 7 月第 1 版

印 次: 2004 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-114-05130-1

印 数: 0001-5100 册

全套定价: 15.00 元 (本册定价: 7.50 元)

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

编 委 会

主 编：冯 春

主 审：邹兆南

副主编：谢和熙 梁德全

参 编：	陈庆生	胡国全	王 斌	张伯春
	廖正琦	雷 鸣	杨永琴	董志清
	胡小虎	吴 云	方洪鹰	李莉英
	李 桥	程 攀		

前 言

《高等数学》的学习是一个充满探险与乐趣的过程,而模拟试题的练习正是这一过程的最后实现,本书针对同济版《高等数学》第四版、第五版(上)教材,根据教育部关于理工类《高等数学》教学基本要求,编者由多年的教学实践、总结提炼出十五套自测试题练习,并编写成册,首先在编者所在院校重庆交通学院 2003 级学生中广泛使用,收到良好效果,并得到兄弟院校师生们的支持,在此基础上,我们再次进行了仔细修改与认真审核,并于今年正式出版。希望该书能为广大读者起到抛砖引玉的作用。

由于我们水平有限,如有不妥之处,敬请广大读者指正!

编 者

2004 年 8 月于重庆交通学院

目 录

第一篇 自测试题练习	1
练习一.....	3
练习二.....	8
练习三.....	13
练习四.....	18
练习五.....	24
练习六.....	29
练习七.....	33
练习八.....	37
练习九.....	41
练习十.....	45
练习十一.....	50
练习十二.....	54
练习十三.....	59
练习十四.....	63
练习十五.....	68
第二篇 自测试题练习解答	73
练习一解答.....	75
练习二解答.....	78
练习三解答.....	83
练习四解答.....	86
练习五解答.....	89
练习六解答.....	92
练习七解答.....	94
练习八解答.....	97
练习九解答.....	102
练习十解答.....	105
练习十一解答.....	108
练习十二解答.....	111
练习十三解答.....	114
练习十四解答.....	118
练习十五解答.....	120

第一篇

自测试题练习

练 习 一

一、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 曲面 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 - 3xyz = 0$ 在 $M(1,1,1)$ 处的切平面方程为_____。
2. 设函数 $f(x+y, \frac{y}{x}) = x^2 - y^2$ 则 $f(x, y) =$ _____。
3. 函数 $z = x^y$ 在点 $(e, 1)$ 处的全微分 $dz|_{(e,1)} =$ _____。
4. 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义的周期函数, 周期为 2, 且 $f(x) = \begin{cases} 2 & -1 < x \leq 0 \\ x^3 & 0 < x \leq 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的傅里叶展开式在 $x=1$ 处收敛于_____。
5. 微分方程 $y'' + 2y' + 5y = 0$ 的通解是_____。

二、单选题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处_____。
A 连续 可导(即偏导数存在,下同) B 不连续 不可导
C 连续 不可导 D 不连续 可导
2. 交换积分次序, 则 $\int_a^b dy \int_a^y f(x, y) dx =$ _____, $(a < b)$ 。
A $\int_a^b dx \int_x^b f(x, y) dy$ B $\int_a^b dx \int_b^x f(x, y) dy$
C $\int_a^b dx \int_a^x f(x, y) dy$ D $\int_a^b dx \int_x^a f(x, y) dy$
3. 点_____是函数 $z = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的极小值点。
A $(1,0)$ B $(1,2)$ C $(-3,0)$ D $(-3,2)$
4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n-1}}$ 的敛散性依次是_____。
A 收敛, 收敛 B 发散, 收敛
C 收敛, 发散 D 发散, 发散
5. 微分方程 $y'' - 5y' + 6y = xe^{2x}$ 的待定系数特解可设为 $y^* =$ _____。
A Axe^{2x} B $(Ax + B)e^{2x}$
C Ax^2e^{2x} D $(Ax^2 + Bx)e^{2x}$

三、(8 分)

设函数 $z = e^{xy} \cos(x + y)$, 求 $\left. \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(0, \pi)}, \left. \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{(0, \pi)}$ 。

四、(8 分)

设函数 $z = f(x + y, \frac{x}{y})$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 试求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

五、(8 分)

计算 $\iint_D \sin(x^2 + y^2) d\sigma$, 其中 $D: \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$ 。

六、(8 分)

计算 $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z) dv$, 其中 Ω 由 $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$ 与 $z = -1$ 围成。

七、(8 分)

求方程 $x^2 y dx = (1 - y^2 + x^2 - x^2 y^2) dy$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 1$ 的特解。

八、(10 分)

求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$ 的收敛区间(要讨论区间端点处的敛散性)及和函数。

九、(10 分)

计算: $\oiint_{\Sigma} xzdydz + x^2ydzdx + y^2zdx dy$, 其中 Σ 为 $z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 = 1, z = 0$ 所围成立体的整个表面外侧。

十、(10 分)

已知曲线积分 $\int_L [e^x + \varphi(x)] y dx - \varphi(x) dy$ 与积分路径 L 无关, 其中 $\varphi(x)$ 可微, 且 $\varphi(0) = -\frac{1}{2}$ 。

(1) 求未知函数 $\varphi(x)$;

(2) 计算积分 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} [e^x + \varphi(x)] y dx - \varphi(x) dy$ 。

练 习 二

一、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 已知 $z = f[\sin(xy)]$, 其中 f 是任意可微函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____。

2. 二重积分 $I = \iint_D f(x, y) d\sigma$, 其中 D 是由曲线 $x^2 + (y-1)^2 = 1$, $y = x$ 及 $x = 0$ 所围成的平面区域, 则 I 在极坐标系下的二次积分 $I =$ _____。

3. 曲线积分 $I = \oint_C -y dx + x dy$, 其中 C 是平面曲线 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 取正向则 $I =$ _____。

4. 设幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 R , 则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{2n}$ 的收敛半径为 _____。

5. 设二阶线性齐次方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ 的通解为 $y = c_1 y_1 + c_2 y_2$, 其中 c_1, c_2 是两个任意常数, 则 $y_1 = y_1(x), y_2 = y_2(x)$ 是该微分方程的两个 _____。

二、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设 $f(x, y)$ 在点 (a, b) 处存在偏导数, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x, b) - f(a - \Delta x, b)}{\Delta x} =$ _____。

A 0

B $f_x(2a, b)$

C $f_x(a, b)$

D $2f_x(a, b)$

2. 交换二次积分 $I = \int_a^0 dy \int_y^0 f(x, y) dx$ (a 为常数, $a < 0$) 的次序后, $I =$ _____。

A $\int_y^0 dx \int_a^0 f(x, y) dy$

B $\int_a^0 dx \int_a^x f(x, y) dy$

C $\int_a^0 dx \int_x^0 f(x, y) dy$

D $\int_a^0 dx \int_0^x f(x, y) dy$

3. 三重积分 $I = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv$ 在柱坐标系 (r, θ, z) 下的体积元素 $dv =$ _____。

A $r dr d\theta dz$

B $dr d\theta dz$

C $\frac{1}{2}r^2drd\theta dz$

D $r\sin\theta drd\theta dz$

4. 设 $P(x, y), Q(x, y)$ 在平面区域 D 上有一阶连续偏导数, C 是 D 的正向边界曲线, 则 $\oint_C Pdx + Qdy = \iint_D u(x, y)d\sigma$, 其中 $u(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

A $\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y}$

B $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$

C $\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}$

D $\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x}$

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-1)^n}{3^n}$ 的收敛域是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

A $(-2, 4]$

B $[-2, 4)$

C $[-2, 4]$

D $(-2, 4)$

三、计算题(共 70 分)

1. 设 $u = xy^2z^3$, 其中 $z = z(x, y)$ 由方程 $x^2 + y^2 + z^2 - 3xyz = 0$ 确定, 求 $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{(1,1,1)}$ 。(8分)

2. 计算下列积分:

1) $I = \iint_D \cos(x^2 + y^2)d\sigma$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq \frac{\pi}{4}$ 。(8分)

2) $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dv$, 其中 Ω 是由 $x^2 + y^2 = 2z$ 与 $z = 2$ 所围成的立体区域。(8分)

3. 计算 $I = \int_c \frac{xy}{\sqrt{1+x^2}} ds$, 其中 C 是曲线 $y = \ln x$ 上 $(1,0)$ 和 $(e,1)$ 之间的弧段。(8分)

4. 计算 $I = \int_c xy^2 dy - x^2 y dx$, 其中 C 是从 $A(1,0)$ 沿 $x^2 + y^2 = 1 (y > 0)$ 到 $B(-1,0)$ 的上半圆弧段。(8分)