

江苏省成人中专招生考试复习提要

(一九八八年)

数 学

江苏省成人中等专业学校
招生考试复习提要编写组

目 录

代数与三角部分

复习要领.....	(1)
一、实数.....	(2)
二、代数式.....	(14)
三、方程.....	(34)
四、不等式.....	(57)
五、函数.....	(68)
六、指数与对数.....	(83)
七、三角函数和解三角形.....	(95)

平面几何部分

复习要领.....	(113)
一、直线、相交线、平行线.....	(116)
二、三角形.....	(133)
三、四边形.....	(158)
四、相似形.....	(181)
五、圆.....	(214)
六、面积和正多边形.....	(248)

附录一：复习小结

一、常用证题方法.....	(264)
二、辅助线的添引.....	(267)

附录二：自测试题四套（附答案）

代数与三角部分

复习要领

在复习代数与三角这部分内容时，为提高复习的效率，要注意以下几点：

(1) 要从总体上把握知识体系，从全局上把握知识各部分之间的联系，获得整体性认识，这是复习工作关键的一环。例如，代数学科所遵循的最基本的观点或原理就是交换律、结合律等一系列的运算定律，即数系的通性，也可以说是代数学科的基本结构。而代数的特点就在于脱离了具体的数字，在更一般的形式上来研究算术运算。它比算术研究的内容大大提高了一步，概括性更强，应用范围也更广泛。只有认识了这一点，在具体学习整式、分式、根式等运算时，目的才更明确。

(2) 要掌握初中代数的最重要的基础知识，如数的概念、式的概念、方程、函数、不等式等概念。弄清知识结构，来龙去脉。注意在更高的层次上来理解这些内容及其相互关系。例如代数式随着字母取值的不同，代数式的值将有所不同，因而代数式可以赋予函数意义，而求当函数的值等于零时的自变量的值，这就是解方程。

(3) 要注意掌握处理数学问题的一些重要的思想方法，诸如配方法、换元法、待定系数法等等。这对于提高自学的能力十分重要。在复习过程中要注意对思考过程的分

析。例如，在复习一元二次方程时，除了熟练地掌握用公式法解题外，要突出注意公式被发现的过程，即配方法的思想，也就是考虑如何将“二次”转化为“一次”的思想方法。

(4) 在解题时要注意养成勤于思考的习惯，重视基本技能的训练，要注意对具体问题的特点的观察，灵活地运用所学的知识。特别注重对解题过程的分析，对于错误的思路要从基础知识和基本技能两个方面追本穷源，寻找根源，不断探索总结解题规律，提高概括水平。

一、实数

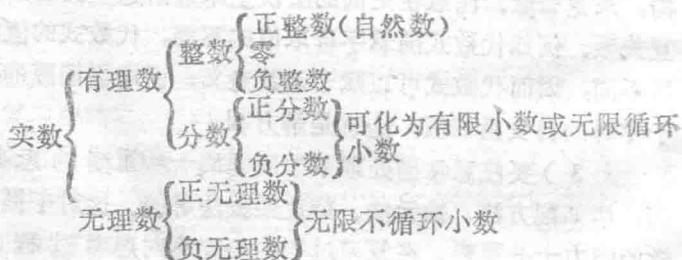
(一) 复习重点及方法提示

1. 复习的要求与重点

要求掌握数的概念的扩展，明确实数系统的分类、实数与数轴上的点的一一对应关系以及相反数、绝对值等重要概念；要求掌握有理数集、实数集内的一些运算性质和法则，并能准确、熟练地进行计算。复习的重点是实数的概念和运算。

2. 基础知识提要

(1) 实数的分类



(2) 自然数

表示物体个数的数如 1, 2, 3, ... 等叫做自然数。显然, 自然数的个数是无限的, 只有最小的数 1, 而没有最大的数。

(3) 整数

正整数、零和负整数统称整数。在整数集合里没有最小的数, 也没有最大的数。

(4) 有理数

整数、分数(包括有限小数、无限循环小数)统称有理数, 任何一个有理数总可以表示成 $\frac{p}{q}$ (p, q 为整数, $q \neq 0$ 且 p, q 互质的形式。)

(5) 无理数

无限不循环小数叫做无理数。显然, 无理数不能用 $\frac{p}{q}$ (p, q 是整数, 且 $q \neq 0$) 的形式来表示。

(6) 实数

有理数、无理数统称实数。

< 1 > 数轴、相反数、绝对值

规定了方向、原点和长度单位的直线叫做数轴。

只有符号不同的两个数叫做互为相反数, 零的相反数是零。

一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 零的绝对值是零。即

$$|a| = \begin{cases} a(a \geq 0), \\ -a(a < 0). \end{cases}$$

$|a|$ 的几何意义是数轴上表示实数 a 的点到原点的距离。

〈2〉实数的性质

在实数集合里没有最小的数，也没有最大的数；实数与数轴上的点之间存在一一对应关系；任意两个实数可以比较大小；在实数集合里，加、减、乘、除(除数不为零)、乘方运算永远能施行，开方运算不能完全施行，即负数不能开偶次方。

〈3〉实数的运算

加、减、乘、除运算法则如下表：

运算	原数 法则	同 号		异 号	
		符 号	绝 对 值	符 号	绝 对 值
加 法		保持原号	相 加	同绝对值 较 大 者	大 减 小
减 法		按“减去一个数等于加上它的相反数”转化为加法			
乘 法		+	相 乘	-	相 乘
除 法		+	相 除	-	相 除

求 n 个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂。

开方是乘方的逆运算(见根式部分)。

〈4〉实数的运算定律

实数的运算满足交换律、结合律。

运算顺序是：如果没有括号，应首先进行乘方、开方，然后进行乘、除，最后进行加、减；如果有括号，先进行括号里的运算，适当注意利用运算定律。

(7) 近似数和有效数字

一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位。这时，从左边第一个不是零的数字起，到这一位数字止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字。近似数的截取方法一般用四舍五入法。

把一个数记成 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 为整数)，这种记数法称为科学记数法。

3. 复习指导

(1) 扩展数的概念是中学数学的重要内容之一。复习时应简要回顾从小学到初中阶段数的扩展过程。

自然数集 $\xrightarrow{\text{添上零}}$ 扩大自然数集 $\xrightarrow{\text{添上分数}}$ 非负有理数集
(算术数集) $\xrightarrow{\text{添上负数}}$ 有理数集 $\xrightarrow{\text{添上无理数}}$ 实数集。

值得注意的是，在数的概念的扩展过程中，数和形是相互作用的，要注意有理数与数轴上的点不是一一对应的，而实数与数轴上的点才有一一对应关系，在复习演算时可相互转化。

(2) 负数的概念引进以后，要特别注意用字母表示数的问题。数 a 可以表示正数、零或负数， $-a$ 表示 a 的相反数，这里符号“-”是转为相反数的符号， $-a$ 不一定是负数。

(3) 数的绝对值的概念是初中代数的一个重要概念。要结合用字母表示数、相反数等概念来理解绝对值的意义。

要了解任何一个实数的绝对值是非负数(见例3)。任何一个实数的平方也是非负数，进而，若干个非负数的和等于零，则这若干个数为零(见例8)。

(4) 关于有理数、实数的运算法则要注意运算结果的符

号和绝对值这两个方面，在计算过程中要根据题目的具体情况，恰当地应用运算定律和运算性质以简化计算。

(二) 典型例题分析

例1 把下列各数分别填在相应的括号内：

$6, -\frac{1}{2}, -37, 0, \sqrt{169}, 0.16, 0.\dot{1}2, \sqrt{2}-1$

$0.6636363\cdots, 0.1010010001\cdots, \pi, -\lg 2.$

整数集合{ ,};

分数集合{ ,};

正数集合{ ,};

负数集合{ ,};

有理数集合{ ,};

无理数集合{ ,};

解 整数集合{ $6, -37, \sqrt{169}$ (即13), $0, \cdots$ },

分数集合{ $-\frac{1}{2}, 0.16, 0.\dot{1}2, 0.6636363\cdots, \cdots$ }

正数集合{ $6, \sqrt{169}, 0.16, 0.\dot{1}2, \sqrt{2}-1, 0.6636363\cdots, 0.1010010001\cdots, \pi, \cdots$ }

负数集合{ $-\frac{1}{2}, -37, -\lg 2, \cdots$ };

有理数集合{ $6, -\frac{1}{2}, -37, 0, \sqrt{169}, 0.16, 0.\dot{1}2, 0.6636363, \cdots$ };

无理数集合{ $\sqrt{2}-1, 0.1010010001\cdots, \pi, -\lg 2, \cdots$ }

注意 开得尽的方根是有理数，开不尽的方根是无理数，但无理数不一定是开不尽的方根。如 $0.1010010001\cdots$,

π , $-\lg 2$ 等都是无理数, 无限循环小数, 如 $0.6636363\cdots$ 可以化成分数, 是有理数。

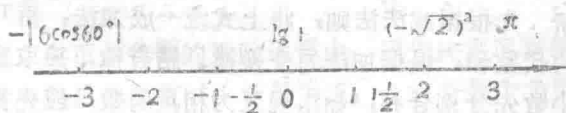
例 2 将下列各实数在数轴上表示出来。并用不等号“ $<$ ”将各数由小到大连接起来:

$$-\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, \pi, \lg 1, (-\sqrt{2})^2, -|6\cos 30^\circ|$$

解 $\because \lg 1 = 0, (-\sqrt{2})^2 = 2, -|6\cos 60^\circ| = -3$

$$\therefore -|6\cos 60^\circ| < -\frac{1}{2} < \lg 1 < 1\frac{1}{2} < (-\sqrt{2})^2 < \pi.$$

这些实数在数轴上表示如下:



注: 正数都大于零, 也大于一切负数; 负数都小于零, 也小于一切正数; 两个正数, 绝对值大的较大, 绝对值小的较小; 两个负数, 绝对值大的反而小, 绝对值小的反而大。如果把实数表示在数轴上, 那么数轴上右边一个点表示的数总比左边一个点表示的数大。

例 3 已知实数 a, b, c 在数轴上 (O 为数轴原点) 的对应点如下图:



试化简： $\sqrt{a^2} - |a+b| + |c-a| + |b+c|$ 。

分析 判定 a , $a+b$, $c-a$, $b+c$ 的正、负, 合理地去掉绝对值的符号是解决本题的关键。

解 从图上可知： a 是负数, $c-a$ 是正数, $a+b$ 与 $b+c$ 是负数

$$\text{故 } \sqrt{a^2} = |a| = -a, \quad |a+b| = -(a+b),$$

$$|c-a| = c-a, \quad |b+c| = -(b+c).$$

$$\text{从而原式} = -a + (a+b) + (c-a) - (b+c) = -a.$$

例 4 计算 $4.56 - (-3) - \left(-5\frac{1}{2}\right) + (-2) - \left(+5\frac{1}{4}\right) - (+4.56)$ 。

分析 先根据减法法则, 将上式统一成加法, 再写成省略加号的代数和, 根据加法的交换律、结合律, 采取整数、分数、小数先分别合并, 如出现互为相反的数, 应先把相反数合并消去, 使运算得以合理。

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= 4.56 + 3 + 5\frac{1}{2} - 2 - 5\frac{1}{4} - 4.56 \\ &= (4.56 - 4.56) + (3 - 2) + \left(5\frac{1}{2} - 5\frac{1}{4}\right) \\ &= 0 + 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

例 5 计算 $2.75 - \left[\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) + 4\frac{2}{3}\right]$ 。

分析 去括号应注意括号前面的符号对括号中每一个数的符号的影响, 一个算式中既有分数又有小数, 应考虑统一成分数或小数进行计算, 如果分数的分母之间有倍数关系, 可以先把这些分数合并, 运算就比较简便,

$$\text{解 原式} = 2\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) - \left(-\frac{3}{8}\right) - 4\frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{3}{8} - 4\frac{2}{3} \\
&= \left(2\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right) - \left(\frac{5}{6} + 4\frac{2}{3}\right) \\
&= 3\frac{5}{8} - 5\frac{1}{2} = -1\frac{7}{8}.
\end{aligned}$$

例 6 计算 $(-5) \div \left(-1\frac{2}{7}\right) \times 0.8 \times \left(-2\frac{1}{4}\right) + 7$.

解 原式 $= (-5) \div \left(-\frac{9}{7}\right) \times \frac{4}{5} \times \left(-\frac{9}{4}\right) + 7$

$$\begin{aligned}
&= (-5) \times \left(-\frac{7}{9}\right) \times \frac{4}{5} \times \left(-\frac{9}{4}\right) \times \frac{1}{7} \\
&= -\frac{5 \times 7 \times 4 \times 9 \times 1}{9 \times 5 \times 4 \times 7} = -1.
\end{aligned}$$

注意 在正、负数的乘除运算中，应先决定运算结果的符号，含有偶数个负数时，结果为正；含有奇数个负数时，结果为负。

例 7 计算

$$\begin{aligned}
&\left[-3 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} - 2^2 \times 0.125 - (-\pi)^0 + \sqrt{-\frac{27}{64}}\right] \\
&+ \left|2 \times \left(-1\frac{1}{4}\right)^2 - 3\frac{5}{8}\right|.
\end{aligned}$$

分析 此题是混合计算，要结合复习幂的运算法则、零指数幂、负整指数幂的规定等内容。

解 原式 $= \left[-3 \times \frac{4}{9} - 4 \times 0.125 - 1 + \left(-\frac{3}{4}\right)\right]$

$$\begin{aligned}
&+ \left|2 \times \frac{25}{16} - \frac{29}{8}\right| \\
&= \left(-\frac{4}{3} - \frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right) + \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) = -1$$

*例 8 已知 a, b 满足

$$\frac{(2a - b^{-1})^2 + |2 - a^2|}{a + \sqrt{2}} = 0,$$

求 $\frac{a-b}{a+b}$ 的值.

分析 根据题意必有 $2a - b^{-1} = 0$ 且 $2 - a^2 = 0$, 同时 $a + \sqrt{2} \neq 0$. 由这些条件确定 a, b 的值是解题的关键.

解 由题意可得
$$\begin{cases} 2a - \frac{1}{b} = 0, \\ 2 - a^2 = 0, \\ a + \sqrt{2} \neq 0, \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} a = \sqrt{2}, \\ b = \frac{\sqrt{2}}{4}. \end{cases}$$

$$\therefore \frac{a-b}{a+b} = \frac{\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{3}{5}.$$

(三) 思考练习题

1. 填空

(1) 实数包括_____数和_____数. 整数包括_____和_____. 分数包括_____和_____.

_____叫做无理数, 例如_____.

(2) 数轴是一条_____, _____和_____的_____.

(3) _____ 叫做互为相反的数。_____
_____ 的相反数是它本身。_____ 的倒数是它本身。
_____ 没有倒数。互为相反数的两数之和是_____
互为倒数的两数的积是_____. 互为相反数的两数的商是_____, 但_____ 除外。

(4) 一个正实数的绝对值是_____, 一个负实数的绝对值是_____, _____ 的绝对值是零。所以一个数的绝对值一定是_____。

(5) 绝对值等于 5 的数有_____. 绝对值小于 2 的整数是_____。

(6) 最小的正整数是_____. 最大的负整数是_____. 绝对值最小的数是_____。

(7) a 是实数, 那么 a^2 _____ 0, 而 $a^2 + 1$ _____ 0, 当 $a < 0$ 时, $|-a| =$ _____。

(8) 如果 $|a+4| + (b-2)^2 = 0$, 那么 $a =$ _____, 且 $b =$ _____。

(9) 如果 $|a| = |b|$, 那么 a 和 b 的关系是_____, 当 $a =$ _____ 时, 代数式 $\frac{1}{5} - 5(a-5)^2$ 的值最大, 最大值是_____。

(10) 实数和数轴上的点具有_____ 关系。

2. 判断下列结论是否正确, 并适当举例加以说明:

(1) 有理数总可以表示成分数 $\frac{p}{q}$ 的形式 (其中 p, q 互质且 $q \neq 0$);

(2) 无限小数都是无理数;

(3) 两个数的和一定比其中一个数大;

(4) 零除以任何数都得零;

(5) 任何实数的绝对值都是正数;

(6) 任何实数的平方都不是负数;

(7) 零是自然数, 是正数, 是整数;

(8) 若 $a > b$, 则 $|a| > |b|$.

3. 化简

(1) $|3.14 - \pi| + 3.14$;

(2) 当 $a < 0$ 时, $|-a^3|$;

* (3) $\left|1 - a + \frac{a}{4}\right|$;

* (4) 若 $x^2 - 3x + 2 < 0$ 时, $|x - 2| + |1 - x|$.

4. 计算

(1) $-1^{100} + (-2)^4 + (-1)^{171} - 3^2$;

(2) $\left(-3\frac{5}{37}\right) - \left\{\left[2\frac{1}{2} - \left(5.175 + 3\frac{5}{37}\right)\right] - 6.325\right\}$;

(3) $\left[6 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 5^2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)\right] + \frac{9}{\sqrt{3} - 1}$
 $+ |4\sqrt{3} - 8|$;

(4) $-\frac{1}{0.4^2} - \frac{1}{0.1^2}$;

(5) 若 $|2x - 3| = 1$, 求 x ;

(6) 已知 $2\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + 2\left(b + \frac{5}{2}\right)^2 = 0$, 求 $\frac{4}{a-b}$ 的值.

思考练习题答案

1. (1) 有理、无理、正整数、零、负整数、正分数、负分数.

无限不循环小数, $\sqrt{3}$, 3.4040040004.

(2) 规定了原点、正方向、长度单位，直线。

(3) 只有符号不同的两个数，零，+1和-1。零、零，1、-1，零。

(4) 本身，与它相反的正数。零，非负数。

(5) 5和-5，-1，0，1。

(6) 1，-1，0。

(7) ≥ 0 ， > 0 ， $-a$ 。

(8) -4，2，

(9) $a = b$ 或 $a = -b$ ，当 $a = 5$ 时， $\frac{1}{5}$ 。

(10) 一一对应。

2、(1) 正确。

(2) 不正确，无限循环小数是有理数，如 $0.\dot{2}$ ；无限不循环小数是无理数。

(3) 不正确，如 $(-2) + (-3) = -5$ ， $-2 > -5$
 $-3 > -5$ 。

(4) 不正确，零除以任何非零的数才得零。

(5) 不正确，零的绝对值是零。

(6) 正确。

(7) 不正确，不正确，正确。

(8) 不正确，例如 $-2 > -5$ ，但 $|-2| < |-5|$

3、(1) π ，(2) $-a^3$ 。

(3) $\left(1 - \frac{a}{2}\right)^2$

(4) 1。

4、(1) 5；(2) 9；(3) 4；

$$(4) -106\frac{1}{4};$$

$$(5) 1 \text{ 和 } 2$$

$$(6) 1.$$

二、代 数 式

(一) 复习重点及方法提示

1. 复习的要求与重点

要求掌握代数式的概念和分类，熟练掌握代数式的恒等变形，特别是多项式的因式分解；熟练掌握整式、分式的四则运算以及二次根式的化简与计算。复习的重点是多项式的因式分解以及代数式的四则运算。

2. 基础知识提要

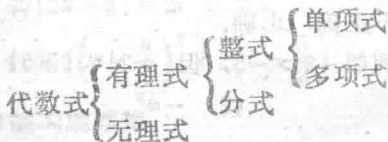
(1) 代数式

用代数运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数字或表示数的字母连接而成的式子叫做代数式。例如， r^2 ，

$a+b$ ， $-\frac{3}{5}x^2y$ ， $\frac{5}{x-3}$ ， $\sqrt[3]{ab}$ 等，单独一个字母或者一个数，

也是代数式，例如 2， $\frac{1}{3}$ ， x 等。

代数式的分类见下表：



用数值代替代数式中的字母，计算后所得的结果叫做代数式的值。

(2) 有理式

只含有加、减、乘、除、乘方运算的代数式叫做有理式。例如， $3a^2 + 2b^2$ ， $\frac{x^2}{x-y}$ 等。

(3) 整式

< 1 > 整式的分类

整式包括单项式和多项式。

①单项式：没有加减运算的整式，叫做单项式。例如 $-\frac{3}{4}y^2$ ， $\frac{3x^2y}{4}$ 等。单独一个字母或数字也是单项式。

在单项式里，数字因数叫做字母因数的系数。单项式中，所有字母的指数的和，叫做这个单项式的次数。例如 $-3x^2yz$ 的系数是 -3 ，它是四次单项式。

②多项式：几个单项式的代数和叫做多项式。例如 $2x^2 - 3x + 6$ 等。

在多项式里，每个单项式叫做多项式的项。其中次数最高的项的次数，叫做多项式的次数。例如多项式 $2x^2 - 3x + 6$ 是由三个单项式 $2x^2$ ， $-3x$ ， 6 的和构成。它是二次三项式。

< 2 > 同类项

多项式里的某些项，如果所含的字母相同，并且相同字母的指数也分别相同，那末这些项叫做同类项。例如 $4a^2b$ 和 $-2a^2b$ 是同类项。凡是常数项都是同类项。在一个多项式里，如果有同类项，可以合并。

< 3 > 多项式的排列

经过合并同类项以后，多项式的各项可以按照其中某一字母的幂的次数来排列，按一字母的指数从大到小（或者从小到大）的顺序来排列的多项式，叫做按照这个字母的降幂