

中等专业学校教材

工程力学

下册

黄河水利学校主编

水利电力出版社

中等专业学校教材

工 程 力 学

下 册

黄河水利学校主编

水利电力出版社

内 容 提 要

本书为水利类中等专业学校通用教材。水利工程建筑、农田水利等专业适用。

全书共四篇，分上、下两册出版。上册包括绪论及前两篇。下册包括后两篇。第三篇为结构内力变形计算，包括结构的几何组成分析、静定结构内力分析、结构的位移计算、用力法解超静定结构、超静定拱、位移法、力矩分配法、影响线等。第四篇为结构计算专题，包括弹性地基梁、有限单元法、结构动力计算等。

每章均附有习题。

中等专业学校教材

工 程 力 学

下 册

黄河水利学校主编

*

水利电力出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 28³/₈印张 645,000字

1979年6月第一版 1979年6月北京第一次印刷

印数 00001—30180册 每册2.90元

书号 15143·3466

编写说明

本书为了照顾水利类几个专业的需要和地方的特点，适当地编入了某些专题和选学内容。建议教师在使用时，根据“少而精”的原则、专业的要求和学生的情况，可作进一步的压缩和取舍。

本书共四篇，分上、下两册出版。下册编写工作是采取分工执笔、集体讨论的方式进行的。这项工作得到黄河水利学校、长江水利水电学校、扬州水利学校、四川省水利学校、湖南省水利学校、安徽水利电力学校、吉林省水利电力学校的大力支持。参加下册编写工作的有李明（第三篇绪言、第十五、十六章）、刘恩济（第十七章）、黄善继（第十八章）、钱运学（第十九章）、林其樾（第二十章）、杨泽龙（第二十一章）、陈棣曾（第二十二章）、魏世臧（第二十三章）、贺良（第二十四章）、袁佩君（第二十五章）等同志。全书由贺良同志主编。

李明、郑鹏彪、陈家骥、袁佩君、陈松筠、孙五继等同志参加了书稿的校核工作。

本书由魏世臧同志负责审稿。

我们诚恳地希望广大师生及读者对本书缺点提出宝贵意见，以便今后改进。

编者

1979年2月

目 录

编写说明

主要字符表

第三篇 结构内力变形计算

绪言	1
第一节 结构计算简图的概念	2
第二节 结构的分类	3
第十五章 结构的几何组成分析	6
第一节 几何组成分析的目的和意义	6
第二节 几何组成的基本规律	7
第三节 几何组成分析的步骤与方法	15
习题	17
第十六章 静定结构内力分析	18
第一节 平面简单桁架的内力计算	18
第二节 多跨静定梁的内力计算	26
第三节 静定刚架的内力计算	29
第四节 三铰拱的内力计算	39
习题	49
第十七章 结构位移计算	52
第一节 研究结构位移的目的和任务	52
第二节 功和虚功原理	53
第三节 计算结构位移的一般公式	58
第四节 用积分法计算结构的位移	59
第五节 用图乘法计算结构的位移	68
第六节 温度变化产生的位移	74
第七节 支座沉陷产生的位移	76
第八节 弹性体系的互等定理	78
习题	79
第十八章 用力法解超静定结构	82
第一节 超静定结构的基本概念	82
第二节 力法的基本原理	87
第三节 力法的简化方法——对称性的利用	103
第四节 超静定结构位移的计算	108
第五节 温度变化、支座沉陷时超静定结构的计算	111
第六节 单跨超静定梁的计算成果介绍	116
习题	122

第十九章 超静定拱	126
第一节 工程中的拱结构	126
第二节 两铰拱的计算	128
第三节 用弹性中心法计算无铰拱	132
第四节 总和法	139
第五节 查表法	142
第六节 温度变化和混凝土收缩的影响	143
第七节 支座沉陷的影响	145
第八节 力法分析涵管	146
习题	149
第二十章 位移法	151
第一节 位移法的基本概念	151
第二节 位移法的基本结构和基本未知量	153
第三节 位移法的典型方程式	157
第四节 反力互等定理	159
第五节 结点无侧移刚架的计算	159
第六节 结点有侧移刚架的计算	166
第七节 混合法简介	169
习题	173
第二十一章 力矩分配法	175
第一节 力矩分配法的基本概念	175
第二节 力矩分配法的原理	175
第三节 用力矩分配法计算多跨连续梁和多结点无侧移刚架	182
第四节 结构对称性的利用	189
第五节 单跨多层刚架的计算——无剪力分配法	194
第六节 附加链杆法计算有结点移动的结构——位移法与力矩分配法的联合运用	198
习题	202
第二十二章 影响线	206
第一节 影响线的概念	206
第二节 简单梁的反力、内力影响线	207
第三节 荷载位置一定时利用影响线求内力	212
第四节 结构上活荷载的最不利位置	213
第五节 等代荷载的计算	221
第六节 简支梁的绝对最大弯矩	222
第七节 连续梁的影响线及包络图	226
习题	232
第四篇 结构计算专题	
第二十三章 弹性地基梁	234
第一节 弹性地基梁的特点	234
第二节 地基反力的几种假定	235

第三节	弹性地基梁计算问题的分类	238
第四节	基础梁的基本方程式	240
第五节	郭氏表格的使用	244
第六节	边荷载对基础梁的影响	256
习题		260
第二十四章	有限单元法	262
第一节	有限单元法的概念	262
第二节	单元柔度矩阵和单元刚度矩阵	267
第三节	柔度矩阵法——力法	270
第四节	刚度矩阵法——位移法	285
第五节	等效结点荷载	324
习题		328
第二十五章	结构动力计算	329
第一节	静力荷载与动力荷载	329
第二节	动力计算的基本理论	331
第三节	简单的动荷载计算	346
第四节	结构的振动	351
第五节	重复应力 持久极限	369
习题		372
附录Ⅳ	无铰拱的内力计算表	375
附录Ⅴ	弹性基础梁反力和内力计算系数表(郭氏表)	385
附录Ⅵ	弹性基础梁在边荷载作用下的反力和内力计算系数表	415
附录Ⅶ	矩阵代数基础	426

第三篇 结构内力变形计算

绪 言

在本书的第一、二篇中，我们讨论了静力学的基本规律及各种构件强度、刚度和稳定性的计算方法。但是，在工程实际中，大多数建筑物都是由许多构件按一定方式连接而成的结构。例如：支承渡槽槽身的排架是由立柱和横梁组成的刚架结构，如图Ⅲ-1(a)所示；支撑弧形闸门面板的腿架是由弦杆和腹杆组成的桁架结构，如图Ⅲ-1(b)所示；房屋建筑中的楼盖是由板、次梁和主梁组成的肋形结构，如图Ⅲ-1(c)所示等。这些结构在荷载或其他外界因素（温度变化、支座沉陷等）影响下，将产生内力和变形。由于结构的组成方式和连接方法不同，则内力和变形也就不同。因此，我们在掌握构件的计算理论和方法的基础上，还需要对整体结构进行受力分析。对结构进行受力分析的目的，在于选择结构方

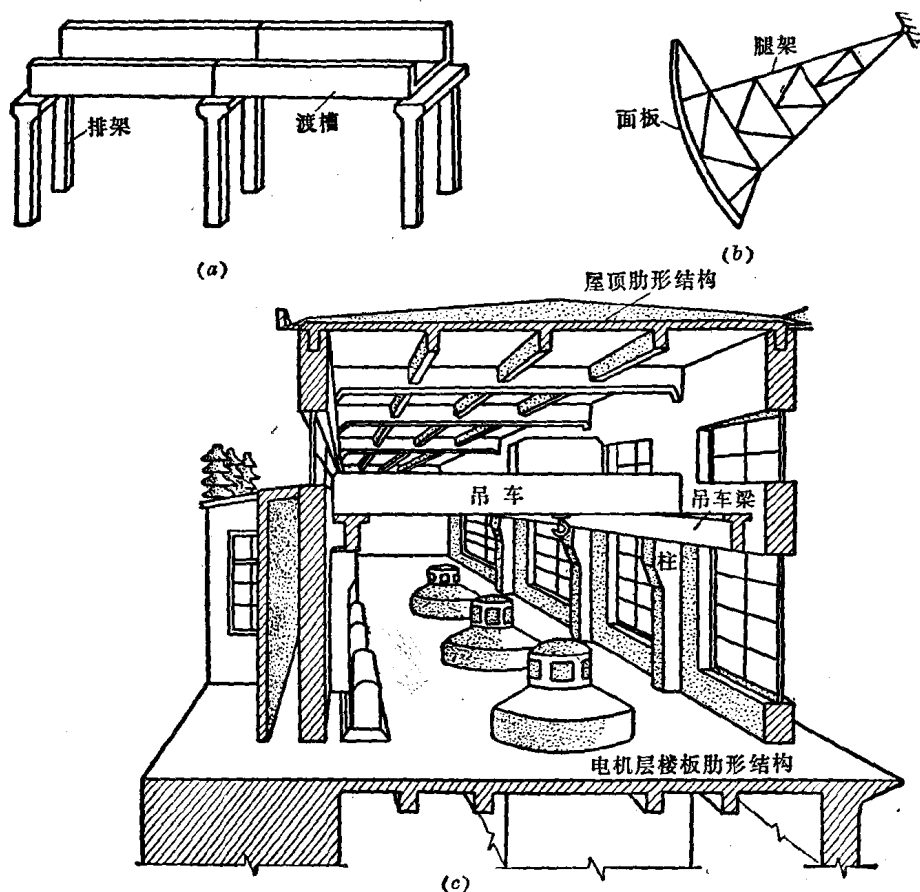


图 Ⅲ-1

案，计算结构的内力和变形，保证结构既满足强度、刚度和稳定性等方面的设计要求，又符合安全经济的建筑原则。本篇主要任务如下：

- (1) 对实际结构进行力学计算所必需的简化工作，即结构计算简图的选择；
- (2) 研究结构的组成规律及其力学性能；
- (3) 解决结构的反力、内力和变形的计算方法，以及各种计算方法的适用范围。

通过结构的内力计算，将使我们明确地掌握结构中各种内力（弯矩、剪力和轴力）的数值及其分布规律，作为选择材料、确定截面形状和尺寸等的依据。

由于结构的类型不同，内力和变形的计算方法也不同。本篇主要研究杆系结构的静力计算问题，包括水工建筑、农田水利等专业都要学习的基础理论和基本内容。我们先讨论常见的静定结构（如平面桁架、多跨静定梁、刚架、三铰拱）的内力和位移的计算问题；然后着重讨论计算超静定结构的内力、变形的计算方法——力法和位移法，对广泛应用的力矩分配法也将予以介绍。

第一节 结构计算简图的概念

一个实际结构是很复杂的，要想根据目前的科学水平绝对精确、完全严格地进行分析，几乎是不可能的。即使可能，也会变得非常繁冗，从工程观点看来是不必要的。因此，在对实际结构进行力学计算之前，必须将实际结构加以简化，略去不重要的因素，反映结构的基本特点，用一个理想化的图形代替实际结构，这种图形就叫做结构计算简图。

结构计算简图的概念，通过实例才容易理解，如图Ⅲ-2(a)、(b)所示水闸的纵、横断面图。其启闭台由四个横向刚架与闸墩整体浇筑，并以三跨纵梁连接起来。要求确定它

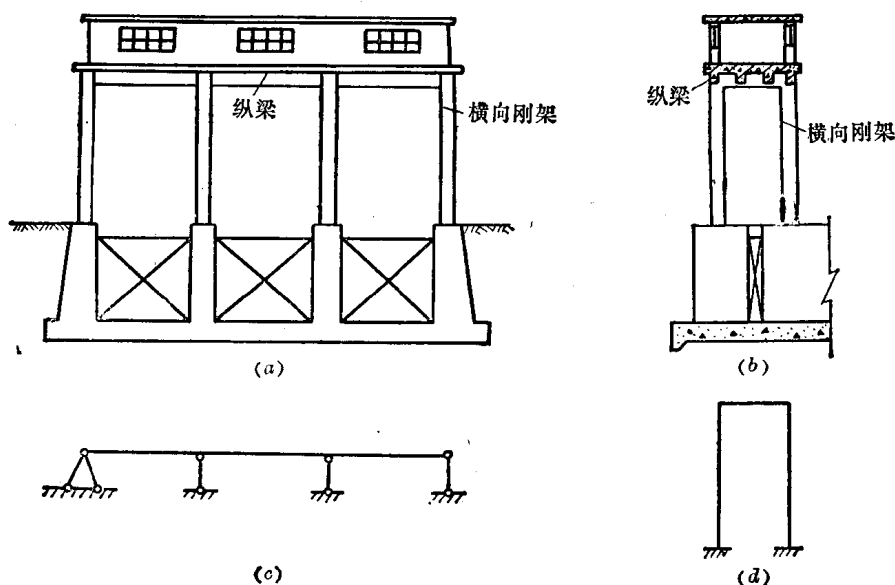


图 Ⅲ-2

的计算简图。在工程实际中，刚架和梁通常以各杆的轴线表示。纵梁看成为一个支承在横向刚架上的连续梁。由于纵梁与横向刚架立柱的线性刚度 $\left(\frac{EI}{l}\right)$ 相差较大，故可简化为铰支座，于是得到纵梁的计算简图，如图Ⅲ-2(c)所示。又因为立柱与横梁是刚性连接，立柱底部与大体积混凝土的闸墩整体浇筑在一起，可看成为固端支座，故得横向刚架的计算简图如图Ⅲ-2(d)所示。

一般说来，在确定结构的计算简图时，应当满足下列原则：

- (1) 尽可能准确地反映实际结构的工作性能；
- (2) 最大限度地使计算工作得到简化。

对于一个实际结构来说，能够同时满足上述两项原则的计算简图，可能不止一个。有时为了适应不同精度的要求，对于同一结构在不同的设计阶段可以选取不同的计算简图。例如初步设计时，可以采用比较粗略的计算简图，而在技术设计时则可采用比较复杂的更符合实际情况的计算简图。因此，要求工程技术人员具有一定的结构设计知识、对结构各部分的构造知识以及对结构受力情形正确判断的能力。

还应指出，结构计算简图的选择与结构设计理论及计算工具有关。在以往年代，大多数工程设计全靠手算，所以就要求计算工作越简单越好。但是，在目前以及今后在实现四个现代化的进程中，电子数字计算机在工程设计中日益广泛采用，这就促使人们采用更精确的计算简图了。

计算简图的选择是力学计算的基础，极为重要。如果把计算简图取错了，就会使设计出现错误，甚至造成严重的工程事故。因此，在本书的有关章节中，讨论每种结构时，都将说明从实际结构到计算简图的简化过程，逐步加深对计算简图的一些基本规律的认识，介绍选择各种结构计算简图的方法。

第二节 结构的分类

结构的类型很多，可以按不同观点加以分类。

一、按几何特征可以分为三种类型

(1) 杆系结构

这种结构由一杆或多杆组成，这些杆件一个方向的尺寸（长度）远大于其他二个方向的尺寸（宽度和厚度），例如图Ⅲ-1所示的刚架、桁架以及图Ⅲ-3所示的拱肋等都属于杆系结构。杆系结构是本篇研究的主要对象。

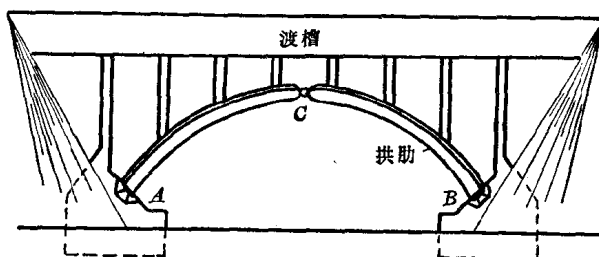


图 Ⅲ-3

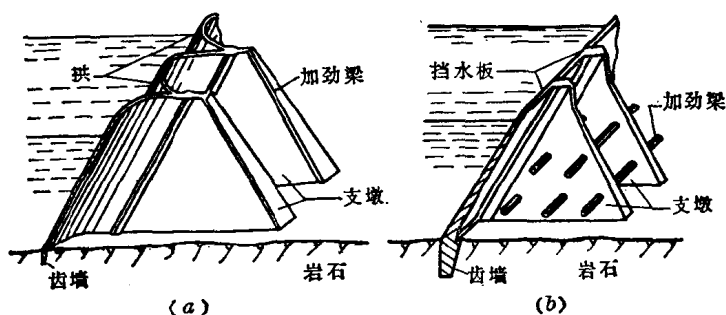


图 III-4

(2) 薄壳结构

这种结构的特点是二个方向的尺寸(长度和宽度)远大于另一个方向的尺寸(厚度),例如图 III-4(a)所示连拱坝的拱和图 III-4(b)所示平板支墩坝的挡水板等都属于薄壳结构。

(3) 实体结构

这种结构三个方向的尺寸具有同阶的数量级,其体积庞大,通常用砖、石、混凝土等材料砌筑而成,例如图 III-5(a)所示的重力坝和图 III-5(b)所示的挡土墙等都属于实体结构。

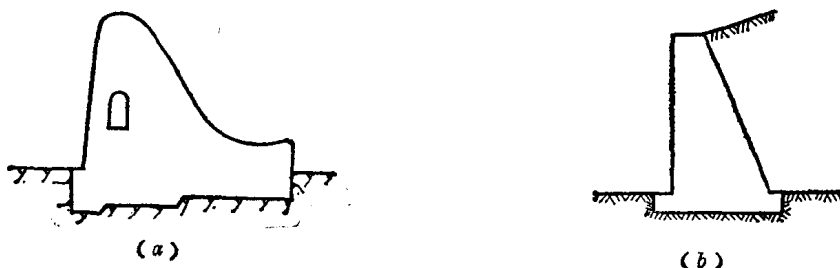


图 III-5

二、按空间观念可以分为两种类型

(1) 平面结构

这种结构的所有杆件轴线及荷载均在同一平面内,例如图 III-1所示的刚架和桁架等,都属于平面结构。

(2) 空间结构

这种结构所有杆件轴线及荷载不在同一平面内,例如图 III-6所示的水箱支架就是一个例子。

应当指出,实际的建筑物都是空间的,但在取计算简图时,大多数结构都可分成若干个平面结构计算。因此,本篇中主要讨论平面结构。

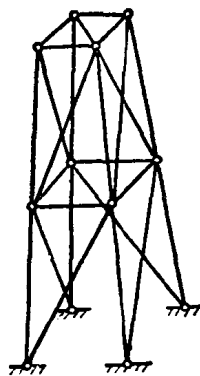


图 III-6

三、按杆件的连接方法可以分为三种类型

(1) 铰接结构

这种结构所有连接杆件的结点都认为是用理想铰链连接的,所连接的各杆都可绕铰链中心作微小转动。例如前面提到的桁架在简化计算时就当作铰接结构看待。

(2) 刚接结构

这种结构所有连接杆件的结点都是刚性连接，所连接的杆端都不能绕结点作相对转动。或者说，当结构在荷载作用下产生变形时，各杆杆端的夹角不变，如图Ⅲ-7(a)所示。刚结点的构造，在钢筋混凝土结构中，结点有特殊的构造要求，一般钢筋排列较密，如图Ⅲ-7(b)所示。

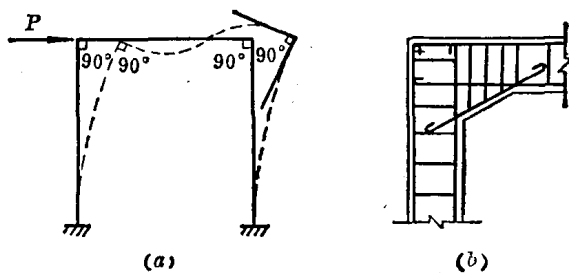


图 Ⅲ-7

(3) 混合结构

这种结构有些结点是刚结点，有些结点是铰接点，如图Ⅲ-8所示。

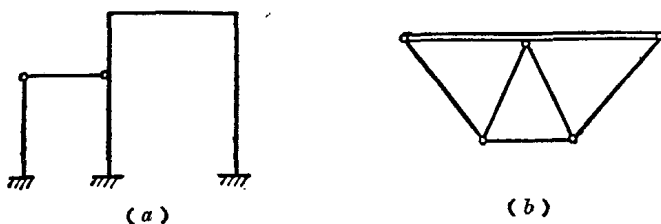


图 Ⅲ-8

四、按计算方法可分为两种类型

(1) 静定结构

这种结构只需用静力平衡条件即可求出全部反力及内力，例如图Ⅲ-9(a)所示的三铰拱、图Ⅲ-9(c)所示的三铰刚架、图Ⅲ-9(d)所示的平面简单桁架和图Ⅲ-9(b)所示的多跨静定梁等都属于静定结构。

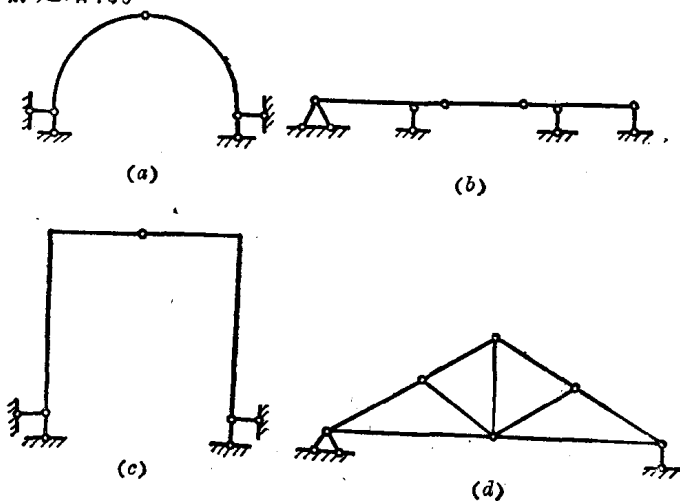


图 Ⅲ-9

(2) 超静定结构

这种结构的特点是除考虑静力平衡条件外，还需考虑变形条件，才能求出全部反力和内力，如图Ⅲ-10(a)所示的无铰拱图Ⅲ-10(b)所示的厂房排架和图Ⅲ-10(c)所示的连续梁等都属于超静定结构。

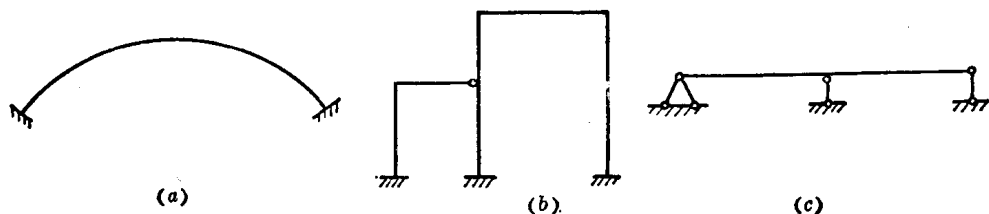


图 Ⅲ-10

第十五章 结构的几何组成分析

第一节 几何组成分析的目的和意义

在引言中，我们曾经指出，一个工程结构常常是由许多构件按一定方式组成的。例如工地上的木脚手架，是由许多竖杆、横杆和斜杆组成的，在各个圆木互相交接的结点处，一般是用扒钉连接或用铅丝绑扎，如图15-1(a)所示。经验证明，这样的脚手架是牢固可靠的。如果在脚手架中，只有竖杆和横杆，而没有斜杆来加固，如图15-1(b)所示，则脚手架很容易发生歪斜，甚至倾倒，造成严重的安全事故。

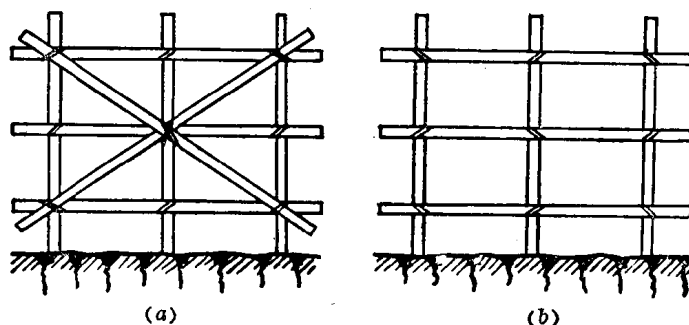


图 15-1

为了说明问题，并将感性认识上升到理性认识，下面再举一个典型例子。如图15-2(a)所示的构架，各结点处都用铰链连接，在外力作用下，这个构架将不能保持其原来的形状，而沿着图中虚线所示的情况一直垮下去。显然，这样的构架是一个在外力作用下其各组成

部分会产生相对运动的“机构”，不能用作工程中承担荷载的结构。如果在这个构架中增加一个斜杆，如图15-2(b)所示，就消除了构架各部分产生相对运动的可能性，能够保持其原来的形状，也就可以用作承担荷载的结构了。

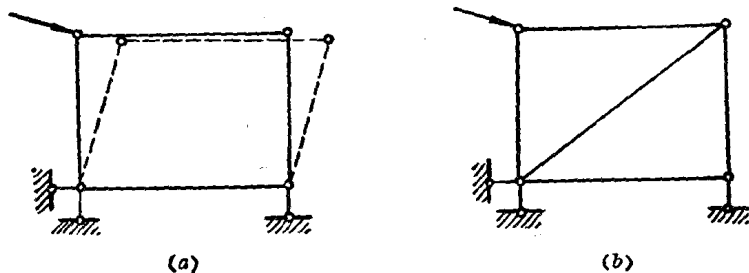


图 15-2

通过对这个典型例子的分析，我们不但可以理解为什么在搭设木脚手架时，一定要加斜杆，同时，也可以理解为什么在将许多构件组成一个结构时，必须满足在几何构造方面某些条件的必要性和重要性。

在结构设计时，如果我们不考虑材料微小的弹性变形影响，则杆件体系可以分为两类：

几何可变体系——在外力作用下体系的形状是可以改变的，如图15-2(a)所示；

几何不变体系——在外力作用下体系的形状是不能改变的，如图15-2(b)所示。

显然，工程结构都必须是几何不变体系，而不能采用几何可变体系。由此可知，对结构进行几何组成分析的目的就在于保证结构是几何不变的。具体说来，结构的几何组成分析有如下两方面的内容：

- (1) 审查某一结构是几何可变体系还是几何不变体系；
- (2) 研究结构如何组成才是几何不变体系。

第二节 几何组成的基本规律

如前所述，在工程实际中，任何结构都必须是几何不变体系，才能用来承受荷载而起骨架作用。那么，要按什么规律，才能把许多构件组成为一个几何不变体系呢？下面我们就来讨论这个问题。

一、基本概念

1. 运动的自由度

任何物体在运动时，都需要选取一定的坐标系，以便确定物体的位置。在工程中用来确定物体位置所需的独立参变数（或独立的运动方程式）的个数，叫做物体运动的自由度。这里只限于讨论平面运动的情形。

如图15-3(a)所示，平面内的一点A，可以用两个独立参变数 x 、 y 的坐标值确定其位置。当点A在运动时，由A移到A'。我们认为点A可以沿水平方向（ x 轴方向）移动

Δx , 又可以沿竖直方向 (y 轴方向) 移动 Δy , 即点 A 在平面内有两种独立的运动方式。所以, 我们说, 平面内一点在运动时具有两个自由度。

如图15-3(b)所示, 平面内的一个物体需要用三个独立参变数 x 、 y 和 θ , 才能确定其位置。其中 x 、 y 为物体任一点 A 的坐标, θ 为物体任一直线 AB 与水平线的夹角。当物体在平面内运动时, 由原来的位置 AB 移到 $A'B'$ 。我们认为物体可以有沿 x 轴方向的平行移动 Δx 和沿 y 方向的平行移动 Δy , 还可以有绕 A' 点的转动 $\theta + \Delta\theta$, 即物体可以有三种独立的运动方式。所以, 我们说, 一个物体在平面内运动时有三个自由度。

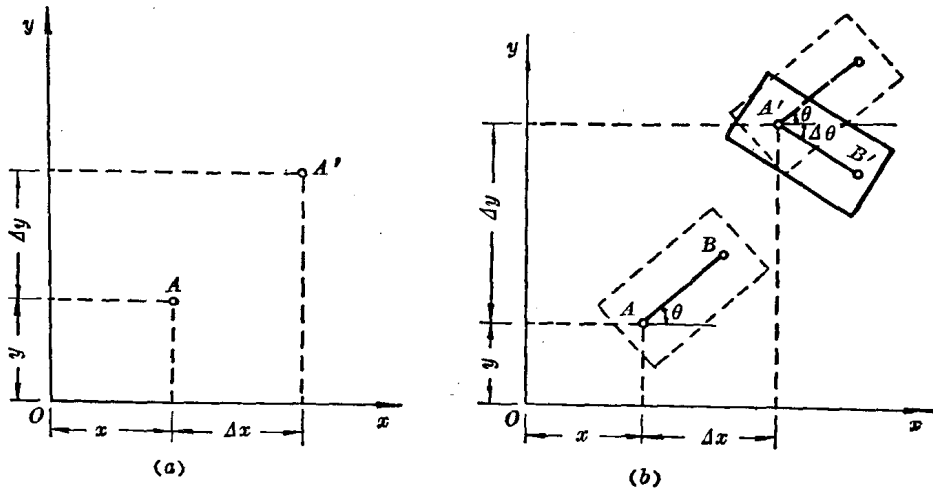


图 15-3

2. 联系或约束

在物体间加入某些约束性的装置, 可以减少物体的自由度。这种减少自由度的装置叫做“联系”或“约束”。工程中常见的有链杆和铰链两种。

(1) 链杆约束

图15-4(a)示一物体 AB , 在平面内运动时, 本来有三个自由度, 如果我们在 A 点加入一个链杆 AC , 将物体与地基相连。则此物体只能有两种独立的运动方式: 物体上的 A 点沿以 C 点为圆心、 CA 为半径的圆弧移动; 整个物体绕 A 点转动。因此, 只需用两个独立改变的坐标值 (图中的 θ 和 φ) 就能确定其位置。由此可知, 由于链杆 AC 的联系或约束, 使物体的自由度由 3 减为 2。所以我们说, 一个链杆约束将使物体减少一个自由度。

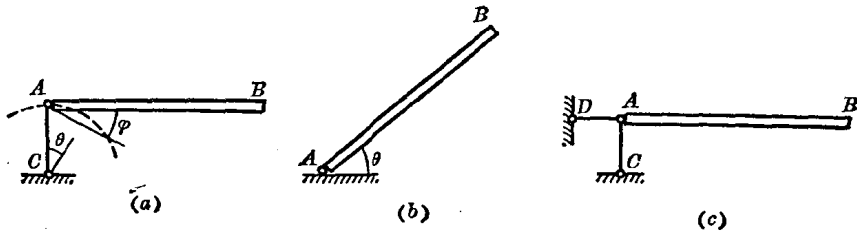


图 15-4

(2) 铰链约束

图 15-4(b) 示一物体 AB , 在 A 点加入一个铰链与地基相连。则此物体只有一种独立的运动方式, 即只能绕 A 铰转动而不能移动。我们只要用一个独立改变的坐标值 (即转角 θ), 即可确定其在平面内的位置。由此可见, 物体的自由度由 3 减为 1。所以, 我们说, 一个铰链约束可使物体减少 2 个自由度。

如果在 A 点不是一个铰链约束, 而是两个链杆约束, 如图 15-4(c) 所示。则物体只能绕这二链杆的交点即铰链 A 的中心转动。由此可见, 两个相交链杆约束就其作用来说, 相当于一个铰链约束。

(3) 单铰和复铰

一个铰链连接两个物体, 可使体系减少 2 个自由度, 这样的铰链约束叫做“单铰”, 如图 15-5(a) 所示。如果用一个铰链连接三个或三个以上物体, 将使体系减少几个自由度呢? 一般说来, 如果用一个铰链连接 n 个 ($n \geq 3$) 物体, 如图 15-5(b) 所示, 那么, 在连接以前, 每一个物体有 3 个自由度, n 个物体将有 $3n$ 个自由度。连接以后, 第一个物体仍有 3 个自由度, 其余的物体都只有 1 个自由度, 故体系总的自由度应为

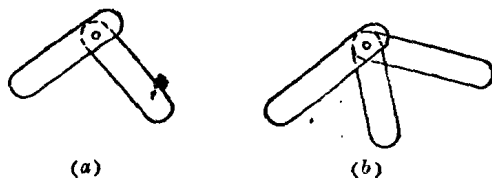


图 15-5

$$3 + (n - 1) = n + 2$$

所以, 自由度的减少为

$$3n - (n + 2) = 2(n - 1)$$

式中 n 为物体的个数。

连接 3 个或 3 个以上物体的铰链叫做“复铰”, 复铰可以使体系减少 $2(n - 1)$ 个自由度。所以, 从减少自由度的作用来看, 一个连接 n 个 ($n \geq 3$) 物体的复铰相当于 $(n - 1)$ 个单铰。

二、体系自由度的计算

一个体系通常是由许多个物体加入某些联系或约束后组成的。为了计算一个体系的自由度, 我们可以作如下的分析:

首先假想这些物体是各自独立的, 则体系的自由度等于物体总数的 3 倍。如果在这些物体之间加入若干个单铰联系, 将使体系减少 2 倍单铰数的自由度 (如果加入的是复铰, 应折算成单铰计算)。如果在体系和基础间加入若干个支座链杆约束, 将使体系减少和支座链杆数目相等的自由度。因此, 体系的自由度, 可用下述公式计算:

$$W = 3B - 2J - C_0 \quad (15-1)$$

式中 W ——体系的自由度;

B ——体系内的物体数;

J ——体系内的单铰数;

C_0 ——支座链杆数。

对于铰接体系（例如桁架），由于整个体系的各杆都是由铰链连接，其自由度固然仍可用公式（15-1）计算。但由于铰接体系的特性，还可以用下述简单的公式计算。

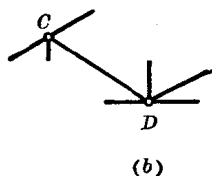
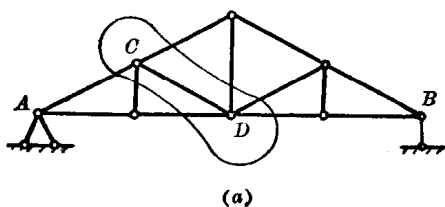


图 15-6

设体系由 y 个结点、 C 个杆件和 C_0 个支座链杆组成，如图 15-6(a) 所示。如果体系的所有结点彼此没有联系，则共有 $2y$ 个自由度（一个结点有 2 个自由度）。任取结点 C 及 D 进行分析，如图 15-6(b) 所示，由于每连接 2 个结点的杆件可使体系减少 1 个自由度，如果有 C 个杆件和 C_0 个支座链杆，则共可减少 $C + C_0$ 个自由度。因此，整个体系的自由度为

$$W = 2y - C - C_0 \quad (15-2)$$

三、几何不变体系的组成规律

利用公式（15-1）或公式（15-2）计算出体系的自由度后，可得到下述结论：若

$W > 0$ 表示体系没有足够的联系或约束，因此是几何可变的；

$W = 0$ 表示体系具有最小的联系或约束数，但不一定是几何不变的；

$W < 0$ 表示体系有多余的联系或约束数，但不一定是几何不变的。

后二条结论，可用下面的例子来说明：如图 15-7(a)、(b) 所示的体系，它们的杆数、铰数及支座链杆数均相同，即 $B = 2$ ， $J = 1$ ， $C_0 = 4$ ，利用公式（15-1）可算出它们的自由度均为

$$W = 3B - 2J - C_0 = 3 \times 2 - 2 \times 1 - 4 = 0$$

但是，由于铰的位置不同，可以看出图 15-7(a) 是几何不变体系，图 15-7(b) 是几何可变体系。

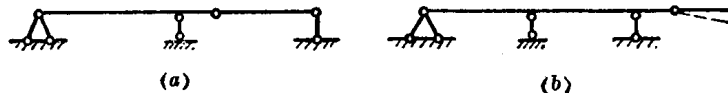


图 15-7

又如图 15-8(a) 及图 15-8(b) 所示的体系，它们的杆数、结点数及支座链杆数均相同，即 $y = 8$ ， $C = 14$ ， $C_0 = 3$ ，利用公式（15-2）可算出它们的自由度均为

$$W = 2y - C - C_0 = 2 \times 8 - 14 - 3 = -1 < 0$$

它们虽然都具有多余的联系或约束（即多一根链杆），但是，因为多余链杆的位置不同，可以看出，图 15-8(a) 是几何不变体系，而图 15-8(b) 是几何可变体系。显然图 15-8(b) 链杆的布置是不合理的。