

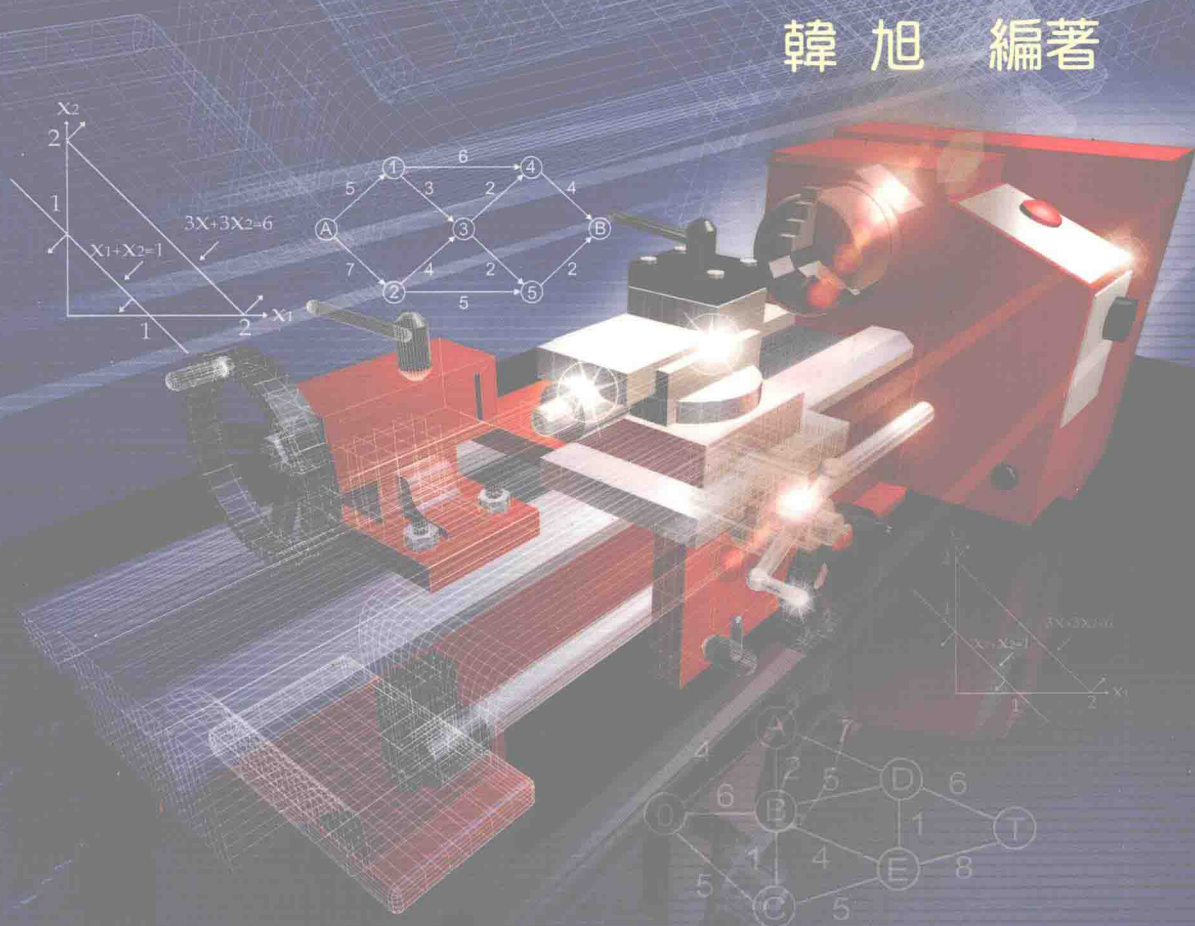
各大學工工、資管研究所・專技高考必備用書

作業研究

(線性規劃、隨機過程、動態規劃)

Operations Research

韓旭 編著



各大學工工、資管研究所・專技高考必備用書

作業研究 II

(線性規劃、隨機過程、動態規劃)

Operations Research

韓旭 編著



作業研究

編著者：韓旭

發行人：韓旭

建議售價：480元

中華民國 94 年 8 月初版

M118A ISBN 957-814-640-X

版權所有・翻印必究

自序

「作業研究」之發展可遠溯至幾個世紀以前當人們試圖以科學的方法來管理一個組織。我們根據實驗數據之特性，傳統上將所建構之數學模式概分為「確定性」與「非確定性」模式，包含線性規劃、非線性規劃、整數規劃、動態規劃等。後者如隨機模式中之馬可夫鏈、等候線理論、庫存問題、模擬技術、可靠度分析等等。內容包含極廣，筆者大致將作業研究分成三大主題，如下：

- 一、線性規劃
- 二、隨機過程
- 三、動態規劃

第一個主題為「線性規劃」，線性規劃最為人所熟知即1947年George Dantzig所提出解線性規劃之「簡算法」(Simplex Method)。1984年，在美國AT&T通訊公司任職的N. Karmarkar提出解大型線性規劃之「內點法」。內點法之提出不正是與縱橫四十年之簡算法相抗衡，同時，亦為數學規劃的應用與發展創一新的紀元。這些都是線性規劃發展的重要里程碑，在研究所考試中此主題的配分也大致在25%~50%，由此可知，線性規劃不論在考試、學術上或實務上都是一個值得深入探討的單元。

緒論是將作業研究的歷史、發展以及應用作一個簡單的介紹。第一篇的編排設計架構分成以下五個章節，第一章線性規劃介紹一些線性規劃模式、求解方法、敏感度分析以及電腦軟體的應用。第二章整數規劃是第一章線性規劃的延伸，它是將線性規劃中不可分割的特性去除，所以本章重要性亦在介紹整數規劃的模式（特別是二元整數規劃模式）及求解。第三章運輸與指派問題與第四章網路分析為線性規劃模式的應用章節，將供給與需求所衍生出來的運輸及指派問題，利用線性規劃模式來探討，但是求解方法是利用一種比簡算法更有效率的方法求解。最後第五章專案管理則是將線性規劃概念運用在重大工程上，利用CPM（要徑法）與PERT（計畫評核術）來推估專案完工時間。

第二個主題為「隨機過程」。本篇分成以下三個章節：第六章是介紹馬可夫鏈，它是由統計學的隨機變數加上時間所形成一連串的隨機過程，以時間的連續性分成間斷時間馬可夫鏈以及連續時間馬可夫鏈，再利用連續時間馬可夫鏈推導出第七章等候理論。第七章介紹基本等候理論的架構、生死過程，在生死過程基本假設的條件下，推導出一些常用的等候模式，例如： $M/M/1$ 、 $M/M/s>1$ 、 $M/M/s/k$ 等等模式。最後一個章節介紹如果在實務上無法以數學模式清楚描述，此必須藉助模擬（simulation）來輔助分析。

第三個主題為「動態規劃」。動態規劃起源於1940年代末期，Bellman (1954,1957)首先運用邏輯推理方式，用以解決工程方面所存在的問題。所以世人稱其為動態規劃之父。就動態規劃本質而言，其所提供的是一種解決問題的思考方式與尋找最佳解的程序，而不是一種解題方法，所以動態規劃不像線性規劃或等候理論有特定的數學模式存在，取而代之的是決策過程中各階段的相互連結關係。故本篇分成以下五個章節：第九章將介紹動態規劃基本架構，及一些簡單概念。第十章針對間斷型與連續型動態規劃提出求解的方法。第十一章補充一些非線性規劃問題。第十二章決策理論及第十三章競賽理論。

本書之完成是經過筆者多年來的整理、撰寫及修校完成。最後，本書在撰寫與編排過程上雖力求嚴謹，但猶有個人能力未逮之虞；若有謬誤疏忽或未臻盡善之處，尚祈先進不吝賜教指正。感謝所有在本書撰寫過程中每一個曾經幫助筆者的先進，最要感謝一直陪在我身旁的妻子。

韓旭 謹識
2005.7

著作權聲明

依著作權法第八十七條規定，有下列情形者，視為侵害著作權，敬請各仁人君子自重，若有侵害本著作之著作權者，必當依法追究行為人之民、刑事法律責任，絕不寬貸。

第八十七條

有下列情形之一者，除本法另有規定外，視為侵害著作權或製版權：

- 一 以侵害著作人名譽之方法利用其著作。
- 二 明知為侵害製版權之物而散布或意圖散布而公開陳列或持有者。
- 三 輸入未經著作財產權人或製版權人授權重製之重製物或製版物者。
- 四 未經著作財產權人同意而輸入著作原件或其重製物者。
- 五 以侵害電腦程式著作財產權之重製物作為營業之使用者。
- 六 明知為侵害著作財產權之物而以移轉所有權或出租以外之方式散布者，或明知為侵害著作財產權之物意圖散布而公開陳列或持有者。

侵害著作權者，除須負擔民事損害賠償外，行為人並須依著作權法規定負有期徒刑與罰金等刑事之責。

第九十一條

擅自以重製之方法侵害他人之著作財產權者，處三年以下有期徒刑、拘役，或科或併科新臺幣七十五萬元以下罰金。

意圖銷售或出租而擅自以重製之方法侵害他人之著作財產權者，處六月以上五年以下有期徒刑，得併科新臺幣二十萬元以上二百萬元以下罰金。

以重製於光碟之方法犯前項之罪者，處六月以上五年以下有期徒刑，得併科新臺幣五十萬元以上五百萬元以下罰金。

著作僅供個人參考或合理使用者，不構成著作權侵害。

第九十二條

擅自以公開口述、公開播送、公開上映、公開演出、公開傳輸、公開展示、改作、編輯、出租之方法侵害他人之著作財產權者，處三年以下有期徒刑、拘役，或科或併科新臺幣七十五萬元以下罰金。

作業研究準備要領

韓旭

一、如何準備作業研究

- (一)一般學生對於需要計算的科目，都會感到相當的困擾且懼怕，第一次接觸時，往往會被繁複的計算所困擾。所以在準備時，必須將需用到的幾個演算工具先熟悉，第一：反矩陣的求法。第二：矩陣基本演算。第三：簡單微積分原理。但同學們不必擔心，以上的工具，只需要簡單、基本的觀念。
- (二)同時，必須了解作業研究的考試範圍，以及每所學校的考試重點，以下是針對幾所重點學校進行的題型剖析：

題型剖析表

學 校	難易度	題 型 剖 析
台大工工所	◆◆◆◆◆	每年幾乎必考一題LP Modeling，且馬可夫鏈出題率極高。
清大工工所	◆◆◆◆◆	考試範圍僅有線性規劃及等候理論兩章，考題趨向於線性規劃圖解法及True or False、專業網路LP建構，另外也考了一題手動模擬，所以準備清大也必須研讀所有內容。
交大工工所	◆◆◆◆◆	每年幾乎必考一題KKT條件，其出題的方向都以Hiller一書中各章節的習題為主。
台科大工管所	◆◆◆◆	每年考題四至五題，每題20~30%，同學們可以參考廖慶榮老師所著的《作業研究》一書。
中央工管所	◆◆	題目是所有學校中較容易的，但90年考了模擬（蒙地卡羅）及KKT條件，考生應特別注意。
元智工工所	◆◆◆◆	元智每年考題大多著重於LP、DP（動態規劃）、馬可夫鏈及等候理論，特別注意此校在等候理論會考較少出題的等候模型，例如：列隊模式（M/G/1）

學 校	難易度	題 型 剖 析
		及相依工作站等候模式等，可以參考Taha一書中等候理論。
中原工工所	◆◆◆◆	每年出題難易程度變動很大，在LP中需注意Big-M法及兩階段法，以及馬可夫鏈。
逢甲工工所	◆◆◆	往年都會考一題競賽理論LP建議，另外LP常考Big-M法、兩階段法及參數分析。此校考題不難，但每一題都需要經過非常繁複的求解，同學在考試時需注意時間的掌握。
大葉工工所	◆◆◆	特別要注意大葉工工所考古題。
中華工工所	◆◆	在整數規劃常考分枝界限法及切面法，而且會指定同學使用何種方法求解LP。

二、應考要領

考生在考場應試時，先將整份考卷看過一遍，挑自己最熟悉且有把握的題目先做，以穩定軍心。對於一些例如決策變數、階段等必須定義清楚，並建議同學們在應考馬可夫鏈及等候理論時，能夠畫流率圖輔助作答。

三、參考書籍

(一)中文書目：

1. “作業研究（線性規劃、隨機過程、動態規劃）”，韓旭編著，高點。
2. “作業研究”，韓旭。
3. “作業研究”，劉賓陽著，三民。
4. “作業研究（運籌學）原理及題解”，宋增民、殷翔編著，中央。
5. “作業研究”，廖慶榮著，三民。
6. “作業研究”，林吉仁著，高立。

(二)英文書目：

1. Frederick S. Hiller and Gerald J. Lieberman, *Introduction to Operations Research*.
2. Michale E. Hanna, *Introduction to Management Science-Mastering Quantitative Analysis*.
3. Hamdy A. Taha, *Operations Research An Introduction*.

Contents



Operations Research

自序 準備要領

Chapter 0 緒論

- 0.1 作業研究歷史起源 0-1
- 0.2 研究步驟 0-4
- 0.3 應用領域 0-8

第一篇 線性規劃

Chapter 1 線性規劃

- 1.1 線性規劃基本概念 1-1
- 1.2 模式建立(LP modeling) 1-10
- 1.3 線性規劃模式求解 1-23
- 1.4 非線性模式轉成線性模式問題 1-62
- 1.5 基本透視法(A fundamental insight)..... 1-69
- 1.6 對偶理論 1-77
- 1.7 敏感度分析 1-92
- 1.8 參數分析(Parameter analysis) 1-108
- 1.9 電腦運用—LINDO 1-114

Chapter 2 整數規劃

- 2.1 二元整數規劃(BIP) 2-6
- 2.2 純整數規劃(PIP) 2-14
- 2.3 混整數規劃(MIP) 2-22

Chapter 3 運輸與指派問題

- 3.1 運輸問題模式(Transportation problem) 3-1

3.2	運輸問題模式建立	3-5
3.3	運輸簡算法(Transportation simplex method).....	3-11
3.4	特殊運輸問題求解	3-37
3.5	運輸敏感度分析	3-44
3.6	運輸問題之對偶探討	3-49
3.7	指派問題	3-51

Chapter 4 網路分析

4.1	最短伸展樹(Minimum spanning tree)	4-4
4.2	最短路徑(Shortest path)	4-6
4.3	最大流量(Maximal flow problem)	4-11
4.4	最小成本流量(Minimum cost flow).....	4-18

Chapter 5 專案管理

5.1	網路圖的繪製	5-1
5.2	確定性作業時間專案	5-7
5.3	機率性作業時間專案	5-17
5.4	CPM time/cost	5-20

第二篇 隨機過程

Chapter 6 馬可夫鏈

6.1	隨機過程(Stochastic process)	6-1
6.2	馬可夫鏈	6-4
6.3	Chapman-Kolmogorov公式	6-11
6.4	馬可夫鏈狀態的分類	6-13
6.5	第一次經過時間	6-17
6.6	穩定狀態機率	6-20
6.7	單位時間的期望平均成本	6-26
6.8	吸收機率	6-29

6.9 連續時間馬可夫鏈	6-31
--------------------	------

Chapter 7 等候理論

7.1 等候模式基本架構	7-1
7.2 生死過程(Birth-and-death process)	7-10
7.3 生死過程下的等候模式	7-22
7.4 包含非指數分配之等候模式	7-52

Chapter 8 模 擬

8.1 基本概念	8-1
8.2 蒙地卡羅法(Monte Carlo simulation model)	8-3
8.3 手動模擬	8-9

第三篇 動態規劃

Chapter 9 動態規劃

9.1 動態規劃基本概念	9-1
9.2 動態規劃核心架構	9-3
9.3 動態規劃的應用	9-5

Chapter 10 動態規劃求解

10.1 確定性動態規劃	10-1
10.2 機率性動態規劃	10-22

Chapter 11 非線性規劃

11.1 函數概念	11-1
11.2 非線性規劃問題類型	11-7
11.3 非線性規劃求解	11-9

Chapter 12 決策模型

12.1 報酬表(Payoff table)	12-2
12.2 決策環境	12-4

Chapter 13 競賽理論

13.1 基本概念..... 13-1

13.2 求解方法 13-4

附 錄..... A-1



Chapter 0

緒 論

0.1 作業研究歷史起源

「作業研究」之發展(1940)可遠溯至幾個世紀以前當人們試圖以科學的方法來管理一個組織之時。不過其受重視是在第二次世界大戰時，由於軍事補給上對如何有效運用資源之需要方蔚然發展。當時，美英等國集結各方菁英從事各種軍事作業系統之研究。對於英國之贏得空戰、愛爾蘭之贏得北大西洋戰爭、美國之贏得太平洋戰爭均有決定性之影響。時至今日，作業研究在軍事後勤支援的應用更因各項裝配與軍事調度之日益複雜而更顯重要。此可證明1990年之波斯灣戰爭，其在三軍運籌中所採用的各種作業研究之技術詳情，在當年十二月份ORSA/TIMS通訊中有專文報導。

作業研究之應用延伸至軍事外之領域是在第二次世界大戰後，資源極為缺乏，經濟急待復甦，而曾經在戰爭中接觸到作業研究的方法，如今轉任企業界者，警覺到作業研究在商場上之適用性不亞於戰場。因此作業研究之應用領域逐漸擴及工商企業及政府部門。此種發展固然是由於實際環境的需要，同時也是由於大批學者投入作業研究中不同領域的研究結果。這其中最為人熟知即1947年George Dantzig所提出解線性規劃之「簡算法」(simplex method)。其他作業研究中典型分析工具如動態規劃、等候線理論、庫存理論等均在六十年代之前已有相當之發展。當然，另一促使作業研究快速發展的動力是電腦科技之驚人發展，使最常在作業系統中研究遇到的複雜問題可藉由電腦之快速運算得以有效的解決。因此，環境的需求，作業研究本身分析

0-2 作業研究

工具之研發，配合電腦科技之精進，使作業研究在理論上與應用上歷久而彌新。1984年，在美國AT&T通訊公司任職的N. Karmarkar提出解大型線性規劃之「內點法」即為一例。內點法之提出可以與縱橫四十年之簡算法相抗衡，同時，亦為數學規劃的應用與發展開創一新的紀元。

作業研究，顧名思義，即為研究作業系統。換言之，即以科學的方法協調、規劃與執行組織間的運作與活動。而既是科學方法，自然起始於觀察與假設。經分析而將問題界定後，透過實驗與測試，建立一數學之抽象模式，以反應實際觀察對象之特性。由於是經過這一連串系統化的分析過程，所建立的模式，故此模式應具有相當程度之適用性。遇類似情形，處於相同之假設條件下，我們可藉此模式先行分析其因果關係。故在實際之管理規劃上可模擬不同之狀況，了解不同方案間之利弊得失，取利去弊。此即「最佳化」觀念之由來。因此，我們可以說「作業研究」乃是一門以科學方法追求一組織或系統最佳運作之學問。因其乃一方法論，故其應用之層面涵蓋實際之系統如生產系統、製造系統、行政系統或服務系統等等，至抽象之思維方式、生命規劃等。而此等運作的結果在有限資源之最佳分配。

根據實驗數據之特性，傳統上將所建構之數學模式概分為「確定性」與「非確定性」模式，前者包含線性、非線性規劃、整數規劃、動態規劃等。後者如隨機模式中之馬可夫鏈、等候線理論、庫存問題、模擬技術、可靠度分析等等。由這些分析工具，我們一方面可了解作業研究之涵蓋層面之廣泛；另一方面我們也可以領略到這門學問的複雜性。這也因此成為作業研究這門學問之特色，為應付實際問題之複雜性，它必須具備相當完備之分析工具；而既要有效解決問題，這些分析工具在提供最佳方案時，又必須注意時效與效率問題。因此，分析問題以建立模式，了解模式結構以提出求解方法是學習與研究「作業研究」在提供有效的處理有限的資源的方法上將永遠有其不可替代的地位。

管理科學 (management science)：

是一種利用科學方法來做管理決策的過程，特別是利用計量分析。除了管理科學的名詞外，還有許多名詞可以來說明這些領域，如計量決策方法及作業研究都是代表名詞。在今日，作業研究與管理科學是代表同樣學問的名詞。

作業研究 (Operations Research; OR) :

- (一) 作業研究是運用科學方法，解決工商業、政府、軍事等單位所存在的資源（如：機器、人員、物料及資金等）方面之策略制定與管理。（英國作業研究學會）
- (二) 作業研究是以科學方法考量在資源有限的狀況下，決定如何獲致最佳的生產組合。（美國作業研究學會）

0.2 研究步驟

應用作業研究解決實際問題的步驟大致如下：

一、定義問題 (Problem definition)

包括確定研究的對象、範圍、目標、限制，並作詳細陳述。問題定義錯誤，其答案就不可能解決問題。

二、資料收集 (Data collection)

「垃圾進、垃圾出」(garbage in, garbage out) 的成語已充分說明精確資料的重要；有精確的資料才能作好分析。

三、模式建構 (Model construction)

利用數學模式表達出各變數的關係、系統之目標、限制條件等等。數學模式常能將複雜問題簡明地表達出來。

四、模式驗證 (Model validation)

按模式解答實際執行前，應先利用各種方法測試該模式，看看是否有錯誤或參數估計偏差太大等等，若有錯誤、偏差產生，應收集更多資料修正模式。

五、模式求解 (Solving the problem)

利用數學技巧或藉助電腦軟體求出模式最佳解。有時候求最佳解需花相當多時間，可迅速求得而效果不差的近似解反而是決策者的選擇。

六、執行控管 (Implementation and control)

雖然問題已解決，但實際狀況是會變動的，為確保模式的長久有效性，管理當局應建立控制程序，定時偵測系統，以修正模式甚至重新建立模式。

【個案研究】應用作業研究步驟解決問題

韓旭建築公司每年大概要興建約40棟辦公室大樓，為了評估整體規劃考量，公司必須評估蓋一棟3,000坪的辦公室大樓所需要的成本，依過去經驗顯

示，公司相信，辦公室面積大小是決定成本主要因素。以下，我們將會以作業研究步驟來解決問題。

一、定義問題

應用作業研究解決問題的第一步，就是要認清並定義問題；管理者必須清楚了解發生問題的結構與情況為何，才有能力認定問題。同時，管理者也必須有能力觀察產生影響的因素，以及產生的特定影響為何。

在韓旭建築公司的個案中，馬上面臨到的問題是想推估建造一棟3,000坪的辦公大樓所需的成本。面對這個問題，管理者就必須分析什麼是辦公大樓建築成本的主要因素。

二、資料搜集並建立模式

建立模式的過程中，搜集資料為建立模式的一項重要工作。管理者會發現，某個模式非常適用於某種特定情況，但所需要的資料卻是非常昂貴或根本不可得。

在韓旭建築公司個案中，管理者想預估建築成本，而且相信面積是主要的影響因素。因此，我們可以建立一個數學模式如下：

$$TC = FC + AVC \times Q$$

其中

TC (Total Cost) = 總成本

FC (Fixed Cost) = 固定成本

AVC (Average Variable Cost) = 平均變動成本

Q：辦公室面積（坪）

所要搜集資料即為韓旭公司之前所蓋的辦公室及所花費的成本。利用迴歸分析，我們可以得到完整成本模式如下：

$$TC = 30,000 + 60Q$$

這個模式就可以用來推估成本。

三、模式驗證

當數學模式建構完成後，管理者必須審慎評估此數學模式是否正確，一