

时滞惯性神经网络

的动力学分析与控制方法

刘 群 李传东 开江涛 张 伟◎著



科学出版社

时滞惯性神经网络的 动力学分析与控制方法

刘 群 李传东 亓江涛 张 伟 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书介绍了时滞惯性神经网络领域的研究现状、典型模型、常用的动力学分析方法以及控制器的设计策略。从时滞神经网络动力学分析方法的基本概念入手,由浅入深地介绍了带分布时滞的神经网络模型渐近稳定性分析、带惯性项的两个时滞神经元系统的 Hopf 分岔和混沌分析、带惯性项的两个时滞神经元系统的共振余维二分岔、外部周期激励下惯性时滞神经网络分岔周期解的稳定性分析、外部周期激励下两个时滞神经元系统的动力学行为分析、基于脉冲控制的时滞惯性 BAM 神经网络的稳定性分析、周期间歇控制下时滞惯性 BAM 神经网络的指数稳定性分析,并通过大量的数值仿真展示了理论结果的有效性和实用性。

本书既可供计算机学院、信息与软件学院等相关专业的在校高年级本科生、研究生使用,也可供相关专业的教师、科研院所的研究者参考。

图书在版编目(CIP)数据

时滞惯性神经网络的动力学分析与控制方法 / 刘群等著. —北京:科学出版社, 2019.3

ISBN 978-7-03-059817-2

I. ①时… II. ①刘… III. ①时滞系统-人工神经网络-动力学分析
IV. ①TP183

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 264879 号

责任编辑: 张 展 陈丽华 / 责任校对: 熊倩莹

责任印制: 罗 科 / 封面设计: 墨创文化

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

成都锦瑞印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2019年3月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2019年3月第一次印刷 印张: 10 1/4

字数: 207 000

定价: 86.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

作者简介

刘群，教授。1991年7月毕业于西安交通大学工程力学专业，获工学学士学位。2002年7月获武汉大学计算机应用技术专业工学硕士学位。2008年12月获重庆大学计算机软件与理论专业工学博士学位。2014年在英国拉夫堡大学做访问学者。主要研究方向包括计算智能、神经网络、复杂网络、非线性动力学理论等。发表SCI检索论文15篇，先后主持国家级项目1项，省部级项目多项，获重庆市高等教育教学成果奖一等奖1项，重庆市自然科学奖三等奖1项。



李传东，教授，博士生导师，IEEE高级会员，教育部新世纪优秀人才，巴渝学者，享受国务院政府特殊津贴专家。1992年7月毕业于四川大学数据系数理统计专业，获理学学士学位。2001年7月获重庆大学数理学院运筹学与控制论专业理学硕士学位。2005年6月获重庆大学计算机学院计算机软件与理论专业博士学位。先后在香港城市大学、美国德州农工大学长塔尔分校做博士后研究，现任西南大学研究生院副院长。主要研究方向包括计算智能、忆阻系统理论与应用、混沌理论与应用、脉冲控制理论与应用等。发表SCI检索论文200余篇，被引用3000多次，H因子为35。先后主持国家级项目3项，省部级项目多项，获重庆市自然科学奖一等奖1项、二等奖2项。担任SCI检索期刊 *Cognitive Computation* 的副编辑，多个国际期刊的编委。在科学出版社出版专著1部，Springer出版社编辑出版 *Lecture Notes on Computer Science* 5卷(LNCS 7663卷至7667卷)





亓江涛，讲师。2011年毕业于济宁医学院，获得学士学位。2015年毕业于重庆大学计算机学院，获得工学博士学位。2014年在美国德州农工大学长塔尔分校做访问学者。2016年就职于山东交通学院信息科学与电气工程学院。主要研究方向包括神经网络、切换系统、脉冲控制系统、非线性动力系统等。近年来以第一作者发表SCI论文5篇。主持山东交通学院博士科研基金项目1项。



张伟，讲师。2011年毕业于重庆师范大学，获得工学学士学位。2015年毕业于重庆大学计算机学院，获得工学博士学位。2014年在美国德州农工大学长塔尔分校做访问学者。2016年就职于西南大学电子信息工程学院。主要研究方向包括神经网络、忆阻神经网络、脉冲控制系统、非线性动力系统等。近年来以第一作者发表SCI论文10余篇，其中包括 *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*、*Neural Networks* 等。先后主持国家自然科学基金和中央高校基金项目各1项。

前 言

近年来,各种类型的时滞神经网络如时滞细胞神经网络、时滞 Hopfield 神经网络、时滞 Cohen-Grossberg 神经网络、时滞 BAM(双向联想记忆)神经网络以及忆阻时滞神经网络得到了广泛的研究,并且取得了众多优秀的成果。众所周知,神经网络的动力学特性如稳定性、分岔、混沌等在人工神经网络的设计中具有重要的作用。其中,稳定性作为一类主要问题在最近几年得到了广泛的研究。然而,很多情况下,神经网络系统无法达到稳定的状态,因此需要设计恰当的控制器的保证系统的稳定。目前已有许多有效的控制策略如间歇反馈控制、牵引控制、脉冲控制、切换控制、自适应控制等纷纷被提出。

在网络系统中时滞的引入往往会带来系统动力学性质上很大的变化,而由于信号传输速度的有限性,时滞成为动力学系统研究中必须要考虑的一个重要因素。时滞神经网络是时滞系统的一个重要组成部分,尽管其涉及的时滞量非常小,但是人工神经网络电路在许多实际工程中的广泛应用,使得时滞引发的十分丰富的动力学性质成为考察系统稳定性的重要指标,因而时滞神经网络的动力学问题一直都是学术界广泛关注的话题,特别是对时滞神经网络平衡点的全局稳定性、局部稳定性(包括渐近稳定性、指数稳定性、绝对稳定性)以及时滞神经网络的分岔和混沌等动力学现象,都得到了广大科学工作者的深入研究并取得了一系列深刻而有实际意义的理论成果。在如何控制时滞神经网络稳定的设计中,要求所设计的控制器能够降低控制成本并实际可用。虽然已经有许多控制策略的讨论,但是脉冲控制、切换控制以及间歇控制等混杂控制系统,由于其需要的控制增益很小并且仅发生在离散的时刻,造成控制成本以及控制过程中信息传输的总量大大降低,获得了大量的研究关注。近年来,时滞神经网络也在图像处理、模式识别、联想记忆、信号处理、金融业、全局优化和保密通信等领域得到广泛的应用,随着人工神经网络芯片技术以及控制技术的不断发展,对该方向的深入研究具有重要的意义。

本书深入研究时滞神经网络系统的动力学行为及其控制方法,尤其是时滞

惯性神经网络出现各种分岔, 以及混沌产生的可能性, 讨论时滞神经网络的脉冲控制、切换控制以及间歇控制方法, 并从理论与数值模拟进行详细的讨论, 获得了一些新的理论结果。全书共 9 章, 包括时滞神经网络的稳定性、单个及多个时滞神经元方法的分岔、余维二分岔和混沌现象、外部周期激励下非自治系统的分岔和混沌行为分析, 以及时滞惯性神经网络的脉冲控制和间歇控制等内容。

第 1 章首先介绍人工神经网络及其动力学基础, 概要阐述时滞神经网络的动力学行为基础理论, 同时针对几类特殊的时滞神经网络的动力学行为进行介绍, 包括时滞惯性神经网络和时滞脉冲神经网络。

第 2 章介绍对时滞神经网络动力学行为研究的基本理论和方法, 包括时滞神经网络稳定性研究方法、时滞神经网络分岔行为研究方法、时滞神经网络混沌行为研究方法以及时滞神经网络控制器设计方法。

第 3 章针对分布时滞和离散时滞下的神经网络模型, 讨论如何采用 Lyapunov 函数构造法, 获得与时滞相关的全局稳定性和局部稳定性判定准则的基本思想。由于在实际的时滞神经网络中, 时滞本身是随着时间而变化的, 人们通常只知道时滞是有界的, 却不能确定它的精确表达式, 所以能够获得与时滞相关的稳定性准则对预测神经网络系统模型的动力学行为的鲁棒性和稳定性将带来更大的好处。

第 4 章研究带惯性项的时滞神经网络模型的局部稳定性和 Hopf 分岔。探讨如何利用中心流形定理和正规型理论确定分岔周期解的稳定性和分岔方向。由于惯性神经网络模型中的惯性项是通过在神经元电路中引入一个电感实现的, 其本身具有较强的生物学特性, 可以模拟完成类似于带通滤波器、电调谐或者时空过滤的作用, 所以对它的研究更能体现生物神经网络的特性。

第 5 章通过对惯性时滞神经网络模型在以时滞为分岔参数的条件下, 采用中心流形定理和正规型理论获取中心流形方程以及分岔周期解方向的同时, 研究双 Hopf 分岔曲线(即余维二分岔)出现的条件, 探讨系统出现共振的准则。由于神经网络系统模型正在得到越来越广泛的智能控制、机器人以及模式识别等领域的实际应用, 所以本研究方法可以为系统振幅的耦合和频率同步以及减少系统出现的共振提供理论依据。

第 6 章研究当惯性时滞神经网络增加外部周期激励后, 该非自治系统的局

部稳定性以及分岔周期解的存在和分岔方向。研究方法将中心流形定理以及非线性振动中平均法技术结合,分析系统周期解的方向和分岔点。由于目前主要的分岔理论都是针对自治系统的分岔问题,对非自治系统的分岔问题讨论得很少,所以对这种系统的动力学性质做了一个初探,其结果有利于为实际应用以及后续类似条件下系统的研究提供理论支撑。

第7章研究两个时滞神经元的 Hopfield 网络模型在时滞以及外部周期激励共同作用下的局部稳定性和 Hopf 分岔的存在性。虽然本章方法采用的仍然是与第6章相似的中心流形定理结合平均法来讨论系统的分岔周期解,但是对于 Hopfield 神经网络模型,由于其应用已经广泛渗透到生物学、物理学、地质学等诸多领域,并在智能控制、模式识别、非线性优化等方面获得了非常多的应用,所以进一步深入讨论这种实际应用非常广泛的神经网络模型的动力学行为是非常有意义的。

第8章对具有惯性项的时滞 BAM 神经网络的脉冲控制方法进行研究。首先引入二阶惯性项的概念,提出具有惯性项的 BAM 神经网络模型。在此基础上,根据 Lyapunov 函数法以及脉冲比较法对该模型的稳定性进行分析,设计有效的能够稳定该时滞惯性 BAM 神经网络的脉冲控制器。

第9章分析时滞惯性 BAM 神经网络指数稳定状态下如何进行周期间歇控制。主要方法是利用 Lyapunov 函数和线性矩阵不等式技术,设计周期间歇控制条件来实现惯性 BAM 神经网络的稳定性。

本书的编写工作得到了重庆邮电大学出版基金、重庆市重点研发项目“物联控制集成技术在汽车行业智能座舱系统上的研究及应用”(cstc2017zdcy-zdyfx0091)、重庆市人工智能技术创新重大主题专项重点研发项目“面向自动驾驶的智能感知技术研发及应用”(cstc2017rgzn-zdyfx0022)的资助,在此表示感谢。

感谢博士生导师廖晓峰教授,是廖老师把本人引入了神经网络动力学行为研究领域,本人从廖老师那里学到了严谨的治学态度和孜孜不倦的学习精神,多年来,廖老师一直关心和支持本人的成长,本人的每一个进步都离不开老师的帮助。对于恩师,本人从内心深处感谢他,祝他幸福健康。也感谢师兄李传东教授在本人的研究工作和本书写作过程中所给予的支持和帮助,感谢亓江涛博士和张伟博士在本书撰写工作中付出的努力。

在本书的编写过程中，许多硕士生为本书的初稿撰写做了大量的工作，同时本书参考了很多国内外同行专家和学者的论文，在此一并表示感谢。

由于作者学术水平及能力有限，书中疏漏与不足之处难以避免，敬请读者批评指正。

刘群

2018年7月于重庆

目 录

第1章 绪论	1
1.1 人工神经网络概述	1
1.1.1 人工神经网络发展	1
1.1.2 人工神经网络动力学行为研究概述	3
1.2 时滞神经网络研究概述	4
1.2.1 时滞神经网络的稳定性研究	5
1.2.2 时滞神经网络的分岔与混沌研究概述	7
1.3 时滞惯性神经网络概述	13
1.4 时滞脉冲神经网络概述	14
参考文献	16
第2章 时滞动力系统研究预备知识	21
2.1 时滞动力系统稳定性行为预备知识	21
2.2 时滞动力系统分岔行为预备知识	22
2.2.1 时滞动力系统的 Hopf 分岔: Hassard 方法	23
2.2.2 带有外部周期激励的时滞动力系统 Hopf 分岔: 平均法	24
2.3 时滞动力系统的混沌行为预备知识	26
2.4 三种时滞动力系统控制方法概述	30
2.4.1 时滞神经网络的脉冲控制	30
2.4.2 时滞神经网络的切换控制	31
2.4.3 时滞神经网络的间歇控制	32
参考文献	33
第3章 带分布时滞的神经网络模型渐近稳定性分析	38
3.1 带分布时滞的神经网络模型描述	38
3.2 模型的稳定性分析	40
3.3 本章小结	50

参考文献 50

第 4 章 带惯性项的两个时滞神经元系统的 Hopf 分岔和混沌分析 51

4.1 带惯性项的两个时滞神经元系统描述 51

4.2 系统的局部稳定性和 Hopf 分岔 52

4.3 分岔周期解的稳定性和分岔方向 57

4.4 数值仿真 64

4.5 混沌行为的发现 69

4.6 本章小结 76

参考文献 76

第 5 章 带惯性项的两个时滞神经元系统的共振余维二分岔 77

5.1 带惯性项的两个时滞神经元系统描述 77

5.2 余维二分岔的存在性和局部稳定性 77

5.3 分岔周期解的稳定性和分岔方向 82

5.4 数值仿真 84

5.5 本章小结 87

参考文献 88

第 6 章 外部周期激励下惯性时滞神经网络分岔周期解的稳定性分析 89

6.1 外部周期激励下的时滞惯性神经网络模型描述 89

6.2 对应自治系统的局部稳定性和 Hopf 分岔的存在性 90

6.3 分岔周期解的方向和稳定性分析 92

6.3.1 简化中心流形 93

6.3.2 平均方程 96

6.3.3 分岔周期解的稳定性与方向分析 97

6.4 数值仿真 98

6.5 本章小结 106

参考文献 107

第 7 章 外部周期激励下两个时滞神经元系统的动力学行为分析 109

7.1 带外部周期激励的两个时滞神经元系统模型描述 109

7.2 对应自治系统的局部稳定性分析以及 Hopf 分岔存在性 110

7.3 分岔周期解的稳定性和方向	112
7.3.1 简化中心流形	112
7.3.2 分岔周期解及其稳定性讨论	115
7.4 数值仿真	117
7.5 本章小结	125
参考文献	125
第 8 章 基于脉冲控制的时滞惯性 BAM 神经网络的稳定性分析	126
8.1 脉冲控制下的时滞惯性 BAM 神经网络模型描述	126
8.2 稳定性分析	130
8.3 数值仿真	134
8.4 本章小结	139
参考文献	139
第 9 章 周期间歇控制下时滞惯性 BAM 神经网络的指数稳定性分析	141
9.1 周期间歇控制下的时滞惯性 BAM 神经网络模型描述	141
9.2 稳定性分析	143
9.3 数值仿真	147
9.4 本章小结	149
参考文献	149
索引	150

第1章 绪 论

1.1 人工神经网络概述

在过去的两个世纪,为探索人脑的运行原理和工作机制,众多不同领域的研究学者尝试从不同的角度对其进行深入的研究和探索。神经生理学与解剖学的科学家研究发现,人类大脑神经系统是由 100 亿到 1000 亿个神经元、细胞和触点等相互连接所构成的一个非常复杂和庞大的信息处理系统。这些神经元之间通过神经突触相互连接,协同合作,共同对人体所接收到的信息进行处理、传输和反馈,同时实现人体与外环境的交流,帮助生物进行思考和行动。神经系统的动力学行为表征了人的认知活动,如感知、学习、联想、记忆、识别和推理等智能行为。为了更深入地探索人脑的运行原理和工作机制,模仿人脑的神经网络特性进行信息处理,科学家提出了“人工神经网络”的概念。

1.1.1 人工神经网络发展

人工神经网络以人脑的生理结构为基础,通过对神经元的抽象,建立简单的模型,再模拟神经突触的相互连接形式,并按不同的连接方式将人工神经元组成一种网络模型。这种模拟出的网络模型,是由大量的神经元节点(图 1.1)及其之间的突触相互连接而成的。每一个神经元节点都代表一种特定的响应函数 $f(\bullet)$,简称激活函数。每两个神经元节点之间的连接都有表示连接强度的权值 w_{ij} ,简称连接权重。整个神经网络的输出取决于该网络的拓扑结构、连接权重以及激活函数。图 1.2 为典型的神经网络拓扑结构。其中,由 n 个神经元构成输入层,一般用 $x_i (i=1,2,\dots,n)$ 代表第 i 个神经元的信息输入;隐含层由 p 个神经元组成;而 q 个节点构成输出层,通常用 $y_k (k=1,2,\dots,q)$ 表示整个神经网络的第 k 个信息输出。不失一般性,当每个神经网络拥有 m 个隐含层,每个隐含层都有 p 个神经元时,该网络结构可以记为 (n,m,p,q) 。

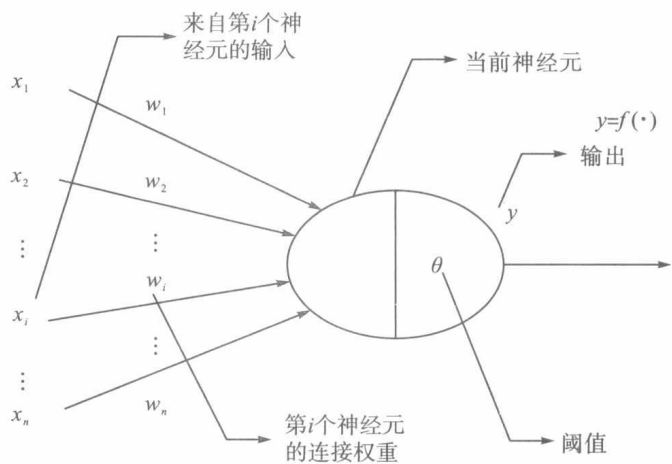


图 1.1 神经元

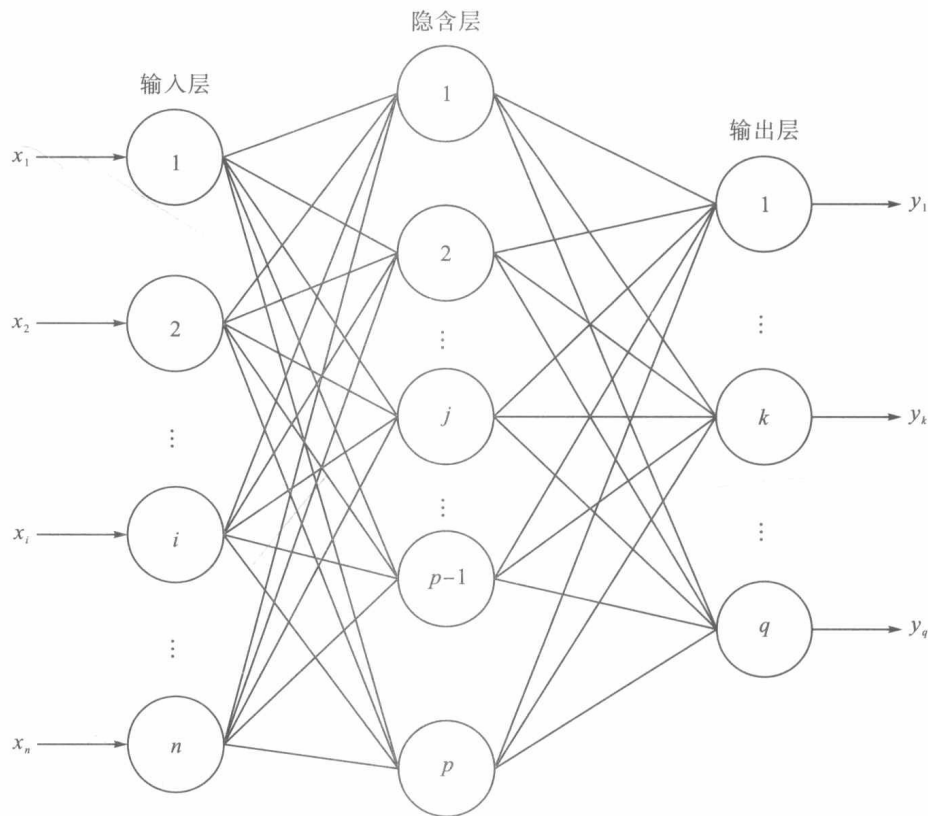


图 1.2 典型的神经网络拓扑结构

人工神经网络是一门涉及计算机科学、数学、物理学、心理学、生物学等众多不同方向的交叉学科，它的发展可以追溯到 20 世纪。最早在 1943 年，心

理学家 W. S. McCulloch 和数理逻辑学家 W. Pitts 根据神经元基本特性首次提出了神经元的一种数学模型, 即 M-P 模型, M-P 模型作为神经网络研究方向的模型基础被一直沿用至今。1949 年, 心理学家 D. O. Hebb 研究发现神经元之间的连接突触是可变的, 在同一时间被激发的神经元之间的联系会被强化, 相反, 如果两个神经元总是不能同步激发, 那么它们之间的联系将会越来越弱, 据此他提出了著名的 Hebb 学习算法, 从而开启了对神经网络学习算法的研究热潮。紧接着在 1957 年, 计算机科学家 F. Rosenblatt 提出了著名的感知机模型, 但是在 1969 年, 人工智能学者 M. L. Minsky 和 S. Papert 出版了 *Perceptron* 一书, 从理论上证明单层感知机的能力有限, 如无法解决异或问题, 而且对于更复杂多层网络的感知能力明显不足。在此后的 10 年中, 神经网络研究进入发展萧条期。1982 年, 美国物理学家 Hopfield 提出了一种新的 Hopfield 神经网络模型^[1], 并且在 1984 年用电子电路实现了对这类神经网络模型的模拟, 从而为此后神经网络的工程应用奠定了强有力的基础^[2]。众多研究人员基于 Hopfield 提出的方法对神经网络进行了更为深入和广泛的研究, 并一直持续到现在。

1.1.2 人工神经网络动力学行为研究概述

人工神经网络是根据人脑的运行原理、工作机制, 借助大量的电路器件, 如电感、电阻、电容等电路元件连接而成的类似人类大脑的复杂的多级系统, 由于人工神经元具有激活与抑制两种不同的状态, 神经网络表现出非线性等特性。并且网络各级层次上的电路元件具有不同的非线性特性, 不同层次之间表现出“突现性质”, 因此人工神经网络具有非常复杂的动力学行为。由于人工神经网络是生物神经网络的数学模型, 是对生物神经网络的抽象, 所以对神经系统动力学行为的深入研究有助于更好地理解智能行为的产生机制, 一方面可以进一步认识和理解生物神经网络的内在机理, 另一方面可以利用人工神经网络来开发智能应用系统。例如, 在联想记忆、优化计算和模式识别等许多领域中, 神经网络的动力学行为都直接影响其应用。在过去的二十多年的时间里, 神经网络的动力学问题得到了深入的研究。实际上人工神经网络的应用高度, 很大程度上取决于对其动力学行为的了解。只有更加深入地了解其复杂的动力学行为, 才能更好地设计、改良人工神经网络, 并将其广泛地应用到各个不同领域。

人工神经网络模型相对于其他网络模型, 具有如下特点和优越性:

第一, 具有自主学习的能力。它通过对输入信息进行分类学习, 调整节点之间的连接权重, 从而达到认知的目的。即使输入的信息不准确、不完整, 它依然能够得出正确的结果。

第二, 联想存储。其信息不是存储在存储器中, 而是存储在神经元之间的网络中, 因而即使某一部分节点失效或断裂, 它仍然具有重新构造的能力。

第三, 快速解决优化功能。当面临复杂的优化问题时, 仅靠人力条件去寻找问题的优化解是不可能的。但是人工神经网络能够快速准确地处理信息, 且对信息的处理是在大量的信息单元中并行且有层次地进行的, 具备并行计算的机制, 所以通过人工神经网络寻找优化解是一种比较快速可行的解决办法。

以上特点使得人工神经网络在某些方面要优于传统的计算机, 从而被借鉴到许多其他应用领域, 如信号处理、图像处理、模式识别、机器人控制、自动控制、优化求解以及数据挖掘等^[3-6]。

尽管人工神经网络在许多重要的领域都得到了实际的有效应用, 然而仍然有众多问题需要更加深入的研究。由于神经网络模型是一类非常复杂的非线性动力学模型, 其动力学行为也是非常复杂的, 所以为设计更加完善、性能更优越的神经网络模型, 对其内在的动力学行为研究是必不可少的。

神经网络的内在动力学行为如分岔和混沌的研究也取得了大量且有意义的研究成果, 作为一类特殊的动力学系统模型, 由于其本身的复杂性, 传统动力学的理论结果无法直接推广到神经网络, 只能借助动力学理论对神经网络进行全新的分析。因此, 对人工神经网络动力学行为的研究, 不仅要考虑其特有的结构特点, 因地制宜地借鉴动力学理论对其进行分析, 更需要在研究人工神经网络动力学过程中进一步改良、优化甚至提出新的动力学理论方法, 从而深化整个研究过程。

1.2 时滞神经网络研究概述

人工神经网络的动力学行为研究从早期 Hopfield 提出的著名的 Hopfield 模型开始^[2], 研究人员就提出了许多有意义的方法。通常研究人员总是围绕 Hopfield 模型这一自治常微分方程形式展开讨论:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = -x_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(c_j x_j(t)) + I_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (1.1)$$

上述模型实现的是一种神经元相互之间即时响应和通信的假设,但是在实际的电路模拟实现中,放大器有限的开关速度会带来时间的延迟。实际上在生物神经网络中也有不同表现形式的时滞,如细胞时滞、传输时滞和轴突时滞^[7,8]。因此,研究人员将时滞引入传统的神经网络模型,如 Hopfield 神经网络(HNN)模型、细胞神经网络(CNN)模型、双向联想记忆神经网络(BAMNN)模型和 Cohen-Grossberg 神经网络(CGNN)模型等,从而得到了相应的时滞神经网络模型,并对其各种动力学行为进行了深入的研究^[9-13]。

实践证实,时滞的客观存在性说明以往的建模都是不精确的,时滞会对人工神经网络电路的稳定性带来非常大的影响,它会引起振荡或其他不稳定现象甚至带来混沌行为。然而,大量的问题用传统的动力学理论无法解决,因此需要动力学理论进一步的发展。从相关的文献来看,所讨论的时滞往往都从两个角度来进行划分,一个是有限时滞和无穷时滞,另一个是分布时滞和离散时滞。有限时滞可以分为常量时滞和时变时滞,虽然在建模中采用有限时滞反馈可以对一些小型的电路进行较好的模拟,但是由于在实际生物神经网络模型中存在大量的并行旁路以及各种不同长度和大小的轴突,造成空间上的扩展,使得信号传输不可能在瞬间完成,因此如果仅用有限时滞或无穷时滞来建模是不可行的,较精确的模型应该同时含有有限时滞和无穷时滞^[14-20]。另外,从目前大多数时滞神经网络模型的研究成果来看,其讨论大多集中在对离散或常量的时滞上,换言之,就是这些模型都是假设建立在不管系统随时间如何变化,信息从一个神经元传导到另一个神经元都是经过固定时间到达,而且神经元所产生的动作也是在接收信息的瞬时就能够发生,这种基于离散时滞的模型不能准确描述生物神经网络的特点,因为它忽略了在生物神经网络中神经元可能会受到以往所接收的信息造成的混合记忆出现的可能性。为了克服以上缺点,基于分布时滞的模型在文献[16]和[20]中就已经开始研究,并且不仅被应用于人工神经网络模型中,而且被应用在生物学、经济学等领域的模型中^[21-23]。

1.2.1 时滞神经网络的稳定性研究

俄罗斯数学家 Lyapunov 提出的稳定性一般理论引起了全世界数学研究者