



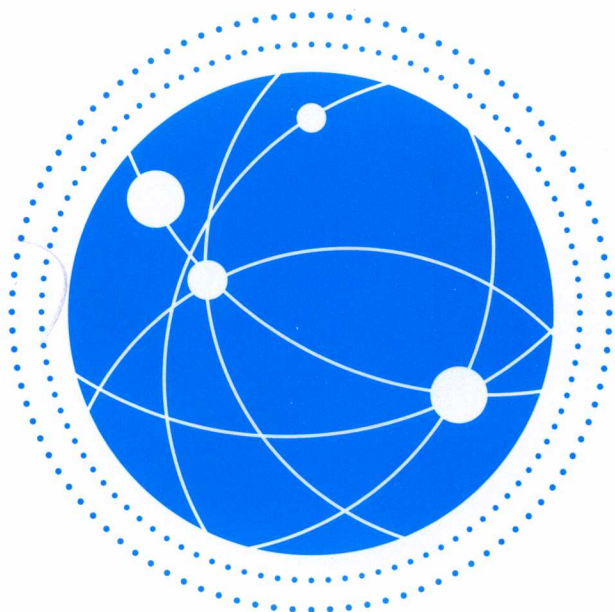
教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材
高等学校电子信息类专业系列教材

信息与通信工程

Signal Processing for Communications

通信信号处理

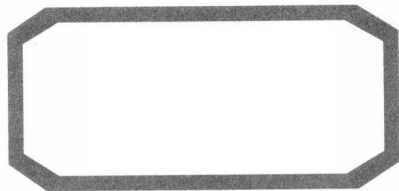
郭业才 郭焱 编著
Guo Yecai Guo Yi



清华大学出版社



教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材
高等学校电子信息类专业系列教材



Signal Processing for Communications

通信信号处理

郭业才 郭焱 编著

Guo Yecai

Guo Yi

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以通信信号的发送、传输与接收为主线,介绍了通信中随机信号分析,分析了调制技术、信道模型建模与仿真方法,讨论了分集技术与相位跟踪方法,论述了自适应滤波性能准则与自适应均衡算法、盲均衡及其智能优化算法;最后,分析了阵列信号处理理论与自适应算法。

本书是作者在信号处理和通信信号处理领域多年教学与科研工作的积累,具有体系完整、内容新颖,强化实践、突出引导、结构严谨、层次分明、可读性强的特点。本书可作为信息与通信工程学科及相关专业的高年级本科生、研究生的教材,也可供信息、通信、控制技术等领域的科技工作者阅读。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

通信信号处理/郭业才,郭毅编著. —北京:清华大学出版社,2019

(高等学校电子信息类专业系列教材)

ISBN 978-7-302-52741-1

I. ①通… II. ①郭… ②郭… III. ①信号处理—高等学校—教材 IV. ①TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 065745 号

责任编辑:梁 颖 李 晔

封面设计:李召霞

责任校对:李建庄

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:三河市铭诚印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:22.25

字 数:540千字

版 次:2019年9月第1版

印 次:2019年9月第1次印刷

定 价:69.00元

产品编号:080906-01

高等学校电子信息类专业系列教材

顾问委员会

谈振辉	北京交通大学 (教指委高级顾问)	郁道银	天津大学 (教指委高级顾问)
廖延彪	清华大学 (特约高级顾问)	胡广书	清华大学 (特约高级顾问)
华成英	清华大学 (国家级教学名师)	于洪珍	中国矿业大学 (国家级教学名师)
彭启琮	电子科技大学 (国家级教学名师)	孙肖子	西安电子科技大学 (国家级教学名师)
邹逢兴	国防科技大学 (国家级教学名师)	严国萍	华中科技大学 (国家级教学名师)

编审委员会

主 任	吕志伟	哈尔滨工业大学		
副主任	刘 旭	浙江大学	王志军	北京大学
	隆克平	北京科技大学	葛宝臻	天津大学
	秦石乔	国防科技大学	何伟明	哈尔滨工业大学
	刘向东	浙江大学		
委 员	王志华	清华大学	宋 梅	北京邮电大学
	韩 焱	中北大学	张雪英	太原理工大学
	殷福亮	大连理工大学	赵晓晖	吉林大学
	张朝柱	哈尔滨工程大学	刘兴钊	上海交通大学
	洪 伟	东南大学	陈鹤鸣	南京邮电大学
	杨明武	合肥工业大学	袁东风	山东大学
	王忠勇	郑州大学	程文青	华中科技大学
	曾 云	湖南大学	李思敏	桂林电子科技大学
	陈前斌	重庆邮电大学	张怀武	电子科技大学
	谢 泉	贵州大学	卞树檀	火箭军工程大学
	吴 瑛	解放军信息工程大学	刘纯亮	西安交通大学
	金伟其	北京理工大学	毕卫红	燕山大学
	胡秀珍	内蒙古工业大学	付跃刚	长春理工大学
	贾宏志	上海理工大学	顾济华	苏州大学
	李振华	南京理工大学	韩正甫	中国科学技术大学
	李 晖	福建师范大学	何兴道	南昌航空大学
	何平安	武汉大学	张新亮	华中科技大学
	郭永彩	重庆大学	曹益平	四川大学
	刘缠牢	西安工业大学	李儒新	中国科学院上海光学精密机械研究所
	赵尚弘	空军工程大学	董友梅	京东方科技集团股份有限公司
	蒋晓瑜	陆军装甲兵学院	蔡 毅	中国兵器科学研究院
	仲顺安	北京理工大学	冯其波	北京交通大学
	黄翊东	清华大学	张有光	北京航空航天大学
	李勇朝	西安电子科技大学	江 毅	北京理工大学
	章毓晋	清华大学	张伟刚	南开大学
	刘铁根	天津大学	宋 峰	南开大学
	王艳芬	中国矿业大学	靳 伟	香港理工大学
	苑立波	哈尔滨工程大学		
丛书责任编辑	盛东亮	清华大学出版社		

序

FOREWORD

我国电子信息产业销售收入总规模在 2013 年已经突破 12 万亿元,行业收入占工业总体比重已经超过 9%。电子信息产业在工业经济中的支撑作用凸显,更加促进了信息化和工业化的高层次深度融合。随着移动互联网、云计算、物联网、大数据和石墨烯等新兴产业的爆发式增长,电子信息产业的发展呈现了新的特点,电子信息产业的人才培养面临着新的挑战。

(1) 随着控制、通信、人机交互和网络互联等新兴电子信息技术不断发展,传统工业设备融合了大量最新的电子信息技术,它们一起构成了庞大而复杂的系统,派生出大量新兴的电子信息技术应用需求。这些“系统级”的应用需求,迫切要求具有系统级设计能力的电子信息技术人才。

(2) 电子信息系统设备的功能越来越复杂,系统的集成度越来越高。因此,要求未来的设计者应该具备更扎实的理论基础知识和更宽广的专业视野。未来电子信息系统的设计越来越要求软件和硬件的协同规划、协同设计和协同调试。

(3) 新兴电子信息技术的发展依赖于半导体产业的不断推动,半导体厂商为设计者提供了越来越丰富的生态资源,系统集成厂商的全方位配合又加速了这种生态资源的进一步完善。半导体厂商和系统集成厂商所建立的这种生态系统,为未来的设计者提供了更加便捷却又必须依赖的设计资源。

教育部 2012 年颁布了新版《高等学校本科专业目录》,将电子信息类专业进行了整合,为各高校建立系统化的人才培养体系,培养具有扎实理论基础和宽广专业技能的、兼顾“基础”和“系统”的高层次电子信息人才给出了指引。

传统的电子信息学科专业课程体系呈现“自底向上”的特点,这种课程体系偏重对底层元器件的分析与设计,较少涉及系统级的集成与设计。近年来,国内很多高校对电子信息类专业课程体系进行了大力度的改革,这些改革顺应时代潮流,从系统集成的角度,更加科学合理地理构建了课程体系。

为了进一步提高普通高校电子信息类专业教育与教学质量,贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020 年)》和《教育部关于全面提高高等教育质量若干意见》(教高【2012】4 号)的精神,教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会开展了“高等学校电子信息类专业课程体系”的立项研究工作,并于 2014 年 5 月启动了《高等学校电子信息类专业系列教材》(教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材)的建设工作。其目的是为推进高等教育内涵式发展,提高教学水平,满足高等学校对电子信息类专业人才培养、教学改革与课程改革的需要。

本系列教材定位于高等学校电子信息类专业的专业课程,适用于电子信息类的电子信

息工程、电子科学与技术、通信工程、微电子科学与工程、光电信息科学与工程、信息工程及其相近专业。经过编审委员会与众多高校多次沟通,初步拟定分批次(2014—2017年)建设约100门课程教材。本系列教材将力求在保证基础的前提下,突出技术的先进性和科学的前沿性,体现创新教学和工程实践教学;将重视系统集成思想在教学中的体现,鼓励推陈出新,采用“自顶向下”的方法编写教材;将注重反映优秀的教学改革成果,推广优秀的教学经验与理念。

为了保证本系列教材的科学性、系统性及编写质量,本系列教材设立顾问委员会及编审委员会。顾问委员会由教指委高级顾问、特约高级顾问和国家级教学名师担任,编审委员会由教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会委员和一线教学名师组成。同时,清华大学出版社为本系列教材配置优秀的编辑团队,力求高水准出版。本系列教材的建设,不仅有众多高校教师参与,也有大量知名的电子信息类企业支持。在此,谨向参与本系列教材策划、组织、编写与出版的广大教师、企业代表及出版人员致以诚挚的感谢,并殷切希望本系列教材在我国高等学校电子信息类专业人才培养与课程体系建设中发挥切实的作用。

吕志伟 教授

前言

PREFACE

通信信号处理技术对无线通信的发展和应用起着至关重要的作用,只有对其深刻理解和掌握才能真正从根本上理解、应用和发展无线通信技术。编写本书的目的,正是为了给无线通信领域广大的科技工作者、高年级本科生、研究生和教师提供该领域中理论透彻、内容全面而又紧密结合实践的一本教科书。

本书以通信信号发送、传输与接收为主线组织内容。全书共分9章,第1章为通信中随机信号分析;第2章为调制技术;第3章为信道模型;第4章为分集技术与相位跟踪方法;第5章为自适应均衡;第6章为盲自适应盲均衡;第7章为智能盲均衡算法;第8章为阵列信号处理;第9章为自适应阵列信号处理。其中,第1~3章由上海海事大学郭毅副教授编写;第4~9章由南京信息工程大学郭业才教授编写,全书由郭业才教授负责统稿。

本书具有以下特点:

(1) 体系完整。所有的章节内容构成了一个较为完整的通信系统体系结构,同时注意内容之间的合理衔接与划分,层次分明、重点突出。

(2) 内容新颖。本书内容是科研成果与教学经验的凝练与总结,起点高;吸收了不少新理论、新技术与新方法。

(3) 强化实践。在描述通信信号处理理论与算法之后,给出了仿真实验条件、实验结果和分析,有利于读者消化与吸收,加深对先进思想的理解。

(4) 突出引导。对一些理论与算法进行了详细论述和论证,读者能掌握其思想精髓,可以顺理成章地进行延伸、扩展和移植。这有利于提高读者分析问题和解决问题的能力。

近几年来,通信信号处理领域的新理论、新技术和新方法得到了快速发展,其深度和广度已经达到了前所未有的水平,本书只是作者根据自己的理解和思路总结了自己多年科研、实践和教学成果并吸收了国内外有关教材、专著及科研论文中的一些重要成果。尽管作者反复地斟酌及仔细校对,但限于作者的水平,书中难免会出现一些错误和不妥之处,诚请读者予以批评指正。

本书在出版过程中,得到了国家自然科学基金(61673222)、江苏高等学校自然科学基金重大项目(13KJA510001)、江苏省高校品牌专业一期建设项目(PPZY2015B134)等资助,参阅并引用了一些国内外作者的相关论著,得到了清华大学出版社的大力支持。在此,一并表示诚挚的感谢!

郭业才

2019年5月

图书资源支持

感谢您一直以来对清华版图书的支持和爱护。为了配合本书的使用,本书提供配套的资源,有需求的读者请扫描下方二维码,在图书专区下载,也可以拨打电话或发送电子邮件咨询。

如果您在使用本书的过程中遇到了什么问题,或者有相关图书出版计划,也请您发邮件告诉我们,以便我们更好地为您服务。

我们的联系方式:

地 址:北京市海淀区双清路学研大厦 A 座 701

邮 编:100084

电 话:010-62770175-4608

资源下载: <http://www.tup.com.cn>

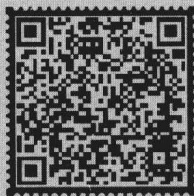
客服邮箱: tupjsj@vip.163.com

QQ: 2301891038 (请写明您的单位和姓名)

教学交流、课程交流



清华电子



扫一扫,获取最新目录

用微信扫一扫右边的二维码,即可关注清华大学出版社公众号“清华电子”。

目 录

CONTENTS

第 1 章 通信中随机信号分析	1
1.1 随机过程的一般表述	1
1.1.1 随机过程的概率分布	2
1.1.2 随机过程的特征函数	2
1.1.3 随机过程的数字特征	3
1.1.4 复随机过程	5
1.2 平稳随机过程与高斯过程	5
1.2.1 平稳随机过程及其数字特征	5
1.2.2 平稳随机过程的相关函数与功率谱密度	7
1.2.3 高斯随机过程	9
1.3 窄带随机过程	10
1.3.1 希尔伯特变换	10
1.3.2 解析过程	12
1.3.3 窄带随机过程	13
1.3.4 窄带高斯过程	16
1.4 线性系统对随机过程的响应	21
1.4.1 随机过程通过线性系统	21
1.4.2 随机过程通过理想线性系统	25
1.5 非线性系统对随机过程的响应	30
1.5.1 全波平方律检波器	31
1.5.2 准正弦振荡信号通过非线性系统分析	35
1.6 马尔可夫过程	38
1.6.1 马尔可夫链	38
1.6.2 马尔可夫链的转移概率及其矩阵	39
1.6.3 遍历性	41
第 2 章 调制技术	43
2.1 调制失真	43
2.1.1 码间干扰	43
2.1.2 发射功率放大器	48
2.1.3 增益和相位不平衡	51
2.2 调制方式演变	52
2.2.1 二进制相移键控	52
2.2.2 正交相移键控	54

2.2.3	偏移正交相移键控	56
2.2.4	差分 QPSK(DQPSK)	58
2.2.5	$\pi/4$ 偏移 DQPSK	60
2.2.6	频移键控	63
2.2.7	最小频移键控	66
2.2.8	M 进制频移键控	71
2.2.9	M 进制相移键控	73
2.2.10	M 进制正交幅度调制	74
2.3	正交频分复用	76
2.3.1	正交频分复用原理	77
2.3.2	正交频分复用 DFT 变换	79
第 3 章	信道模型	81
3.1	信道模型与仿真概述	81
3.1.1	通信信道模型	81
3.1.2	通信信道仿真	82
3.1.3	离散信道模型	82
3.2	多径衰落信道	82
3.2.1	信道对无线电信号的影响	82
3.2.2	多径衰落信道模型	86
3.3	大尺度与小尺度衰落信道	91
3.3.1	大尺度衰落信道	91
3.3.2	小尺度衰落信道	92
3.4	选择性衰落信道	95
3.4.1	频率选择性衰落信道	95
3.4.2	时间选择性衰落信道	98
3.4.3	空间选择性衰落信道	100
3.5	平坦衰落信道模型	102
3.5.1	Clarke 信道模型	102
3.5.2	Suzuki 信道模型	104
3.5.3	平坦衰落信道模型仿真	105
3.6	MIMO 信道模型	108
3.6.1	SIMO 信道	108
3.6.2	MIMO 信道	112
3.7	信道马尔可夫链模型	115
3.7.1	信道三状态马尔可夫链模型	116
3.7.2	LMS-MIMO 信道经验随机马尔可夫链模型	127
第 4 章	分集技术与相位跟踪方法	136
4.1	分集概述	136
4.1.1	分集原理	136
4.1.2	相关系数	137
4.2	分集分类	137
4.2.1	空间分集	138
4.2.2	时分分集	138

4.2.3	频率分集	139
4.2.4	角度分集	139
4.2.5	极化分集	140
4.2.6	场分量分集	141
4.2.7	多径分集	141
4.3	分集增益	142
4.3.1	分集重数与误码率	142
4.3.2	接收天线分集性能	143
4.3.3	分集重数与信道可变性	145
4.4	分集合并	145
4.4.1	选择式分集	145
4.4.2	合并分集	148
4.4.3	衰落信道中分集接收的差错概率	152
4.5	相位跟踪方法	154
4.5.1	AM 调制方式	155
4.5.2	相位跟踪原理	158
4.5.3	平方差分环路	159
4.5.4	锁相环路	161
4.5.5	科斯塔斯(Costas)环	162
第 5 章	自适应均衡	165
5.1	存在噪声和 ISI 时最佳接收机	165
5.1.1	误码率最小准则	165
5.1.2	信噪比最大准则	167
5.1.3	最佳检测器	168
5.2	信道均衡	170
5.2.1	基带传输系统的等效传输模型	170
5.2.2	置零条件	170
5.3	线性均衡	171
5.3.1	离散时间信道模型	171
5.3.2	基于峰值失真准则的迫零均衡器	172
5.3.3	基于最小均方误差准则(MMSE)的均衡器	175
5.4	分数间隔均衡器	177
5.4.1	多采样率理论	177
5.4.2	分数间隔均衡系统模型	178
5.5	自适应均衡算法	180
5.5.1	性能测度	180
5.5.2	最小均方误差算法	184
5.5.3	几种改进的 LMS 算法	187
5.6	基于 LMS 算法的判决反馈与判决引导均衡算法	190
5.6.1	基于 LMS 算法的判决反馈均衡算法	190
5.6.2	判决引导自适应均衡器	191
5.7	基于 LMS 算法的正交小波均衡算法	192
5.7.1	均衡器的正交小波表示	193

5.7.2	基于 LMS 算法的正交小波均衡算法	195
5.8	频域 LMS 自适应均衡算法	198
5.8.1	频域 LMS 自适应均衡原理	198
5.8.2	分块 LMS 自适应均衡器	200
5.9	基于 LMS 算法的 OFDM 系统均衡算法	203
5.9.1	OFDM 通信系统基本模型	203
5.9.2	OFDM 频域均衡原理	204
5.9.3	基于 LMS 算法的 OFDM 系统均衡算法	205
5.10	基于 RLS 算法的自适应均衡算法	207
5.10.1	RLS 算法原理	207
5.10.2	RLS 算法的收敛性	210
5.10.3	算法仿真	210
第 6 章	盲自适应盲均衡	213
6.1	Busgang 算法	213
6.1.1	实基带信道的 Busgang 算法	213
6.1.2	复基带信道的 Busgang 算法	215
6.2	3 种经典的 Busgang 算法	216
6.2.1	判决引导算法	216
6.2.2	Sato 算法	217
6.2.3	Godard 算法	218
6.2.4	性能参数	222
6.3	基于高阶统计量的盲均衡算法	222
6.3.1	高阶统计量基础理论	222
6.3.2	基于倒三谱的自适应盲均衡算法	225
6.3.3	基于循环倒谱的盲均衡算法	228
6.3.4	超指数迭代盲均衡算法	229
6.4	基于分集技术的盲均衡算法	232
6.4.1	基于时间分集的正交小波盲均衡算法	232
6.4.2	基于频率分集的正交小波自优化盲均衡算法	234
6.5	基于变参误差函数的盲均衡算法	242
6.5.1	误差函数	242
6.5.2	基于不同误差函数的盲均衡算法	245
6.6	基于 OFDM 系统的盲均衡算法	247
6.6.1	基于 OFDM 系统的单抽头常数模盲均衡算法	247
6.6.2	结合数字锁相环的 OFDM 单抽头常数模盲均衡算法	249
6.6.3	基于多模算法的 OFDM 判决导引及加权优化盲均衡算法	251
第 7 章	智能盲均衡算法	258
7.1	基于遗传算法优化的盲均衡算法	258
7.1.1	遗传算法	258
7.1.2	基于遗传算法优化的常模盲均衡算法	261
7.1.3	基于遗传算法优化的正交小波常模盲均衡算法	265
7.2	基于粒子群优化的盲均衡算法	268
7.2.1	粒子群优化算法	268

7.2.2	基于粒子群算法优化的正交小波常模盲均衡算法	270
7.2.3	基于免疫克隆粒子群算法优化的正交小波常模盲均衡算法	272
7.3	基于 DNA 遗传算法优化的盲均衡算法	275
7.3.1	DNA 遗传算法	275
7.3.2	基于 DNA 遗传算法优化的正交小波常模盲均衡算法	279
7.4	基于 DNA 遗传蛙跳算法优化的盲均衡算法	282
7.4.1	混合蛙跳算法	282
7.4.2	DNA 遗传蛙跳算法	285
7.4.3	基于 DNA 遗传蛙跳算法优化的常模盲均衡算法	285
第 8 章	阵列信号处理	290
8.1	阵列的基本原理	290
8.1.1	空间信号	291
8.1.2	调制解调	292
8.1.3	阵列信号模型	293
8.1.4	阵列天线接收信号向量	296
8.1.5	空间采样	297
8.2	波束形成	298
8.2.1	波束响应与波束模式	298
8.2.2	波束形成器增益	300
8.2.3	空间匹配滤波器	301
8.2.4	阵列孔径和波束形成分辨率	302
8.2.5	锥化截取波束形成	302
8.3	最佳阵列处理方法	304
8.3.1	最佳波束形成器	305
8.3.2	最佳波束形成器的特征根分析	306
8.3.3	干扰消除性能	307
8.3.4	锥化截取最佳波束形成	308
8.3.5	广义的旁瓣消除器	308
第 9 章	自适应阵列信号处理	311
9.1	自适应天线系统的权向量	311
9.1.1	自适应阵列的最佳权向量	311
9.1.2	权向量的自适应算法	313
9.2	基于常数模算法的阵列信号处理方法	314
9.2.1	最速下降常数模算法	314
9.2.2	最小二乘常数模算法	316
9.3	微扰法	318
9.4	分块自适应波束形成	321
9.4.1	样本求逆算法	321
9.4.2	基于样本求逆算法的自适应波束形成器	324
9.4.3	SMI 波束形成器的对角线加载	327
9.4.4	基于最小二乘法的 SMI 波束形成器	328
9.5	常数模阵列	329
9.5.1	自适应噪声对消	330

9.5.2	常数模阵列与对消器的组合·····	331
9.5.3	恒模阵列的性能分析·····	332
9.5.4	级联的恒模阵列与对消器组合·····	333
9.5.5	输出信干噪比和信噪比·····	335
9.6	子空间的自适应阵列算法·····	335
9.6.1	信号模型与最佳组合·····	336
9.6.2	基于子空间的自适应阵列算法·····	337
参考文献·····		339

【导语】 本章从随机过程的基本概念入手,介绍了随机过程、平稳随机过程、高斯随机过程(含亚高斯和超高斯)及窄带随机过程的统计特性(分布函数、概率密度、数学期望、方差、相关函数与功率谱密度);讨论了随机信号通过线性系统和非线性系统时的输入输出特性;分析了马尔可夫链过程。

通信过程是有用信号通过通信系统的过程,在这一过程中常伴有噪声的传输,分析与研究通信系统,离不开对信号和噪声的分析。通信系统中具有某种随机性的信号称为随机信号,该信号的某个或几个参数是不能预知或不能完全预知的。同样,通信系统中遇到的噪声是不能预测的。凡是不能预测的噪声统称为随机噪声,简称为噪声。从统计角度看,随机信号和噪声统称为随机过程。统计数学中有关随机过程的理论可以用于分析随机信号和噪声。

1.1 随机过程的一般表述

通信过程中的随机信号和噪声可归纳为依赖于时间参数 t 的随机过程。它在任一时刻上的观察值是不确定的,是一个随机变量。或者,它可以看成是随机实验的可能出现的 $X(t)$ 函数,存在一个由全部可能实现构成的总体,每个实现都是一个确定的时间函数,而随机性体现在出现哪一个实现是不确定的。例如,有 N 台性能完全相同的通信机,工作条件相同,用 N 部记录仪同时记录它们的输出噪声,如图 1.1 所示。

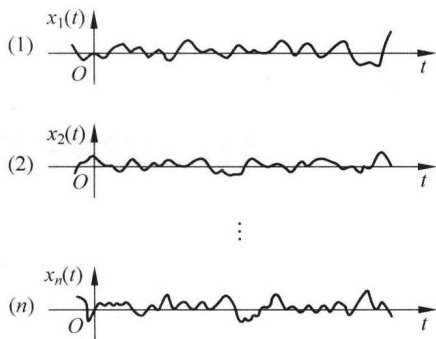


图 1.1 N 部通信机的噪声输出记录

现从数学的角度,对随机过程 $X(t)$ 进行定义。

设随机试验的可能结果为 $X(t)$, 试验的样本空间为 $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\}$, $x_i(t)$ 为第 i 个样本函数(实现), 每次试验后, $X(t)$ 取样本空间中的某一样本函数, 称此 $X(t)$ 为随机函数。当 t 为时间变量时, 称随机函数 $X(t)$ 为随机过程。如果随机过程在时间轴上是等间隔间断的, 且在任意离散时刻上其样本函数值是连续的, 则称为连续随机序列; 如果在任意时刻样本函数值是离散的, 则称为离散随机序列。

随机过程的统计特性可用概率分布(分布函数、概率密度等)和数字特征(数学期望、方

差、相关函数等)来描述。

1.1.1 随机过程的概率分布

设 $X(t)$ 表示一个随机过程,则在任一时刻 t_1 上 $X(t_1)$ 是一个随机变量,称 $F_X(x_1, t_1) = P\{X(t_1) \leq x_1\}$ 为 $X(t)$ 的一维分布函数,即随机过程 $X(t)$ 在 t_1 时刻所对应的随机变量 $X(t_1)$ 的分布函数。

如果存在

$$\frac{\partial F_X(x_1; t_1)}{\partial x_1} = f_X(x_1; t_1) \quad (1.1.1)$$

则称 $f_X(x_1, t_1)$ 为 $X(t)$ 的一维概率密度函数(简称概率密度)。一维分布律只表征随机过程在一固定时刻 t 上的统计特性。若要了解随机过程的详细情况,还需研究随机过程的二维分布律,甚至多维分布律。

$X(t)$ 的 N 维分布函数

$$F_X(x_1, x_2, \dots, x_N; t_1, t_2, \dots, t_N) = P\{X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_N) \leq x_N\} \quad (1.1.2)$$

如果存在

$$\frac{\partial^N F_X(x_1, x_2, \dots, x_N; t_1, t_2, \dots, t_N)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_N} = f_X(x_1, x_2, \dots, x_N; t_1, t_2, \dots, t_N) \quad (1.1.3)$$

则称 $f_X(x_1, x_2, \dots, x_N; t_1, t_2, \dots, t_N)$ 为 $X(t)$ 的 N 维概率密度。 N 维概率密度或 N 维分布函数表征了随机过程 $X(t)$ 在 N 个时刻上和 N 个时刻间的统计分布律。 N 越大, N 维概率密度或 N 维分布函数描述 $X(t)$ 的统计特性越充分。

对于随机过程 $X(t)$ 与 $Y(t)$, 它们的四维联合概率密度定义为

$$\frac{\partial^4 F_{XY}(x_1, x_2, y_1, y_2; t_1, t_2; t'_1, t'_2)}{\partial x_1 \partial x_2 \partial y_1 \partial y_2} = f_{XY}(x_1, x_2; y_1, y_2; t_1, t_2; t'_1, t'_2) \quad (1.1.4)$$

若随机过程 $X(t)$ 、 $Y(t)$ 互相独立, 则

$$\begin{aligned} & f_{XY}(x_1, x_2, \dots, x_N; y_1, y_2, \dots, y_M; t_1, t_2, \dots, t_N; t'_1, t'_2, \dots, t'_M) \\ &= f_X(x_1, x_2, \dots, x_N; t_1, t_2, \dots, t_N) f_Y(y_1, y_2, \dots, y_M; t'_1, t'_2, \dots, t'_M) \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

需要注意的是, 两个随机过程互相独立与一个随机过程不同时刻互相独立在概念上是不同的。

1.1.2 随机过程的特征函数

随机过程的多维特征函数与多维概率分布一样, 也能完整地描述随机过程的统计特性。同样, 在求解随机过程的概率密度和矩函数时, 利用特征函数也可明显地简化运算。

1. 一维特征函数

随机过程 $X(t)$ 在任一时刻 t 的取值 $X(t)$ 是一个一维随机变量, $X(t)$ 的特征函数定义为

$$\Phi_X(\omega; t) = E[e^{j\omega X(t)}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega x} f_X(x; t) dx \quad (1.1.6)$$

称式(1.1.6)为随机过程 $X(t)$ 的一维特征函数。显然, 它是 ω 和 t 的函数。式中, $x = x(t)$ 为 $X(t)$ 可能的取值; $f_X(x; t)$ 为随机过程 $X(t)$ 的一维概率密度, 其与 $\Phi_X(\omega; t)$ 是一对傅里叶变换, 即

$$f_X(x; t) = E[e^{j\omega X(t)}] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_X(\omega; t) e^{-j\omega x} d\omega \quad (1.1.7)$$

随机过程 $X(t)$ 的特征函数也可以唯一地由其 N 阶原点矩决定, 即

$$\frac{\partial^N \Phi_X(\omega; t)}{\partial \omega^N} = j^N \int_{-\infty}^{\infty} x^N e^{-j\omega x} f_X(x; t) dx \quad (1.1.8)$$

同理,随机过程 $X(t)$ 的 N 阶原点矩可以唯一地被其特征函数决定,即

$$E[X^N(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x^N f_X(x; t) dx = (-j)^N \frac{\partial^N \Phi_X(\omega; t)}{\partial \omega^N} \Big|_{\omega=0} \quad (1.1.9)$$

2. 二维特征函数

随机过程 $X(t)$ 在任意两个时刻 t_1, t_2 的取值,构成二维随机变量 $[X(t_1), X(t_2)]$,其特征函数定义为

$$\Phi_X(\omega_1, \omega_2; t_1, t_2) = E[e^{j\omega_1 X(t_1) + j\omega_2 X(t_2)}] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_1 x_1 + j\omega_2 x_2} f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (1.1.10)$$

该式称为随机过程 $X(t)$ 的二维特征函数。显然,它是 x_1, x_2 和 t_1, t_2 的函数。式中, $x_1 = x(t_1), x_2 = x(t_2)$ 分别为随机变量 $X(t_1), X(t_2)$ 可能的取值; $f_X(x_1, x_2; t_1, t_2)$ 是随机过程 $X(t)$ 的二维概率密度,它与二维特征函数 $\Phi_X(\omega_1, \omega_2; t_1, t_2)$ 构成二重傅里叶变换对,即有

$$f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_X(\omega_1, \omega_2; t_1, t_2) e^{-j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)} d\omega_1 d\omega_2 \quad (1.1.11)$$

将式(1.1.10)两边对变量 ω_1, ω_2 各求一次偏导数,得

$$\frac{\partial \Phi_X(\omega_1, \omega_2; t_1, t_2)}{\partial \omega_1 \partial \omega_2} = j^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)} f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (1.1.12)$$

故有

$$R_X(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 = - \frac{\partial \Phi_X(\omega_1, \omega_2; t_1, t_2)}{\partial \omega_1 \partial \omega_2} \Big|_{\omega_1 = \omega_2 = 0} \quad (1.1.13)$$

3. N 维特征函数

随机过程 $X(t)$ 的 N 维特征函数定义为

$$\begin{aligned} \Phi_X(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N; t_1, t_2, \dots, t_N) &= E[e^{j\omega_1 X(t_1) + j\omega_2 X(t_2) + \dots + j\omega_N X(t_N)}] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega_1 x_1 + \dots + \omega_N x_N)} f_X(x_1, x_2, \dots, x_N; t_1, t_2, \dots, t_N) dx_1 \dots dx_N \end{aligned} \quad (1.1.14)$$

根据逆转公式,由过程 $X(t)$ 的 N 维特征函数可以求 N 维概率密度,即

$$\begin{aligned} &f_X(x_1, x_2, \dots, x_N; t_1, t_2, \dots, t_N) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_X(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N; t_1, t_2, \dots, t_N) e^{-j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \dots + \omega_N x_N)} d\omega_1 d\omega_2 \dots d\omega_N \end{aligned} \quad (1.1.15)$$

1.1.3 随机过程的数字特征

实际上,求随机过程 $X(t)$ 的 N 维分布是非常不易的。因此,需主动避开求 N 维分布律的问题,转到求随机过程的数字特征。

1. 数学期望

在任意时刻 t ,随机过程是一个一维随机变量 $X(t)$,其数学期望 $E[X(t)]$ 就是 t 时刻随机过程的数学期望,定义为

$$E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x, t) dx = m_X(t) \quad (1.1.16)$$