大统计中的小问题研究

谢忠秋◎著

DATONGJI ZHONG DE XIAOWENTI YANJIU

经济管理出版社
ECONOMY & MANAGEMENT PUBLISHING HOUSE

大统计中的小问题研究

谢忠秋◎著

DATONGJI ZHONG DE XIAOWENTI YANJIU

经济管理出版社
ECONOMY & MANAGEMENT PUBLISHING HOUSE

图书在版编目（CIP）数据

大统计中的小问题研究/谢忠秋著．—北京：经济管理出版社，2019.1
ISBN 978-7-5096-6308-0

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①谢…　Ⅲ.①统计学—研究　Ⅳ.①C8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 017411 号

组稿编辑：申桂萍
责任编辑：高　娅
责任印制：黄章平
责任校对：张晓燕

出版发行：经济管理出版社
（北京市海淀区北蜂窝 8 号中雅大厦 A 座 11 层　100038）
网　　址：www. E-mp. com. cn
电　　话：(010) 51915602
印　　刷：三河市延风印装有限公司
经　　销：新华书店
开　　本：720mm×1000mm/16
印　　张：18.75
字　　数：347 千字
版　　次：2019 年 3 月第 1 版　　2019 年 3 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5096-6308-0
定　　价：78.00 元

自 序

统计之大，其宽度似乎无边界可言，放眼望去，还没有不用到统计的地方，可谓是统计无处不在；统计之大，其深度也似乎难以见底，探身求索，思想方法莫不是深不可测，可谓是统计无穷无尽。是故，学习统计三十余年，研究统计三十余年，还是不能窥其一斑，平时也只能捡些一鳞半爪、一瓜两枣之类的东西加以琢磨而已。比起统计之大，其琢磨的东西又实在是些小问题，一些实在难以登大雅之堂的小问题。两者相权，也就将书名题写为《大统计中的小问题研究》，醉翁之意无非在于借统计之大，壮小问题研究之胆是也。

小问题研究之小，从小书之体系也就能知其一二。平均数、指数、权数、系数、估算、模型、检验、效益、协调，莫不是小之又小的问题，莫不是见之又见的东西，犹如自家平常吃的饭菜，自是难以招待尊贵的客人了。但好在这些饭菜是自己亲自炮制的，又自有自己的一些别有一番滋味在心头，有时也就不胜冒昧，忐忑之中献丑于众人面前。小问题研究也是如此。小问题毕竟是自己所思、所想、所做的，其中不说凝聚着自己的多少心血，但毕竟集中了自己的智慧，还是有着与别人不同的属于个人的一些“独到见解”——这也是在小问题研究中略感欣慰的地方，也是敢于在忐忑之中将小问题研究献丑于众人所具有的一点心理底气。

此外，小问题研究还有的就是，不时地让人们还能够从小问题研究中触摸到那浓浓的新意。正所谓细小深处见新意。调和平均数、几何平均数，很小的问题，但其代表性的衡量，扑面而来的无不是新意袅袅；权数，细小的问题，但离散系数法、概率法确定权数，还有权数可靠性研究，迎面而来的又无不是新意涟涟；线性回归模型，微小的问题，但非负系数线性回归模型的改进、随机线性回归模型的构建，直面而来的还无不是新意绵绵……更有甚者，假设检验，较小的问题，但将之于权数、无量纲化方法等综合评价的内容相结合，构建起综合评价的假设检验体系，扑面而来的又无不是新意翩翩……所以，当你真正地把这些小

问题研究读完时，感到的不仅是这些小问题研究的新意真真，而且还有所受这些小问题研究启发后的创意切切。如此，这也算是小问题研究之于统计之大所显现的小小本味吧。

俗话说，文如其人。其实，小问题研究又何尝不是如自己：一如自己的心气，总不是那么的高，始终期许的是“一钩弯月，两碟小菜，邀三人王孙，喝上四五杯老酒，六影相对，七夕醉卧，笑谈八月中秋，数九天群星，浮躁拾尽，心旷神怡，吾辈幸也”；二如自己的心境，总不是那么的大，一直努力的是“一支粉笔，两句歪论，居三尺讲台，写够四五篇文章，六根独静，七日勤耕，听说八方清风，闻九州仁道，年华拾起，家和事新，此生足矣”。的确，吾辈幸也！还能够不时地在这块小问题研究的春野上耕耘；是的，此生足矣！还能够不时地在这片小问题研究的秋天里收获。有了它们，你还需要什么呢？

最后，谨以这些小问题研究奉献给那些长期以来关注、关心、关爱我的人！奉献给这个伟大的时代——一个比任何时刻都更接近中华民族伟大复兴的时代！这个伟大的统计时代——一个比任何时刻都更需要统计大有作为的时代！

是为序！

谢忠秋

于龙城常州

2018 年 8 月

目　录

第一章　平均数 …………………………………………………………… 1

第一节　引论 …………………………………………………………… 1
第二节　算术平均数代表性的衡量 ……………………………………… 5
第三节　调和平均数代表性的衡量 ……………………………………… 11
第四节　几何平均数代表性的衡量 ……………………………………… 15

第二章　指数 …………………………………………………………… 20

第一节　引论 …………………………………………………………… 20
第二节　共变影响指数的分解 ………………………………………… 22
第三节　指数体系的经济增长分析 ……………………………………… 28

第三章　权数 …………………………………………………………… 39

第一节　引论 …………………………………………………………… 39
第二节　用离散系数确定权数 ………………………………………… 45
第三节　用概率法确定权数 …………………………………………… 48
第四节　权数的可靠性研究 …………………………………………… 51
第五节　Cov－AHP：层次分析法的一种改进 ………………………… 56

第四章　系数 …………………………………………………………… 70

第一节　引论 …………………………………………………………… 70
第二节　平滑系数的定量确定 ………………………………………… 72
第三节　非负回归系数 ………………………………………………… 76
第四节　工业产品质量综合系数 ……………………………………… 84

第五节　长期计划检查方法（水平法） …… 87

第五章　模型 …… 91

第一节　引论 …… 91
第二节　线性回归系数随机模型 …… 95
第三节　索洛增长方程的改进 …… 104
第四节　用经济发展方程替代增长方程 …… 109
第五节　储蓄与投资在部门之间的分配效应模型 …… 112
第六节　货币供应增长率控制模型 …… 124

第六章　假设检验 …… 130

第一节　引论 …… 130
第二节　未知总体方差和数学期望条件下的假设检验 …… 132
第三节　决策分析可靠性的假设检验 …… 138
第四节　多重共线性的消除：不相关法 …… 142
第五节　无量纲化方法的 t 检验 …… 146

第七章　结构效益 …… 157

第一节　引论 …… 157
第二节　国民经济结构效益 …… 161
第三节　投入要素结构效益 …… 169
第四节　企业结构竞争力 …… 187
第五节　消费增长对经济增长贡献率 …… 197
第六节　区域经济复杂适应能力 …… 203

第八章　估算 …… 219

第一节　引论 …… 219
第二节　缺省数据估算新方法——虚拟变量法 …… 222
第三节　中国各省市民营经济 GDP 的估算 …… 226
第四节　江苏省中等职业教育 GDP 的估算 …… 235
第五节　高校服务地方经济溢出效益的估算 …… 247

第九章 协调 …… 256

第一节 速度、结构、质量、效益的协调发展 …… 256
第二节 城市转型与产业转型的协调发展 …… 263
第三节 中等职业教育与产业结构调整的协调发展 …… 277

参考文献 …… 287

后记 …… 291

第一章 平均数

第一节 引论

平均数是表明同类社会经济现象在一定时间、地点条件下达到的一般水平的综合指标。统计中采用的平均数有五种，即算术平均数、调和平均数、几何平均数、众数、中位数。前三种平均数是根据总体全部单位标志值计算的，称为数值平均数；后两种是根据标志值在总体的各单位中所处的位置计算的，称为位置平均数。

平均数作为同类社会经济现象在一定时间、地点条件下所达到的一般水平，是以同质总体各单位的数量标志为依据，并对它们加以科学抽象提出的，可以作为同质总体各单位数量标志的代表值。平均数反映总体分布的集中趋势，是总体分布的一个重要特征值。

平均数在统计研究中的重要作用，主要表现在以下几个方面：

（1）概括说明总体的数量特征。平均数是同质总体各单位数量标志的代表值，具有较强的概括性。

（2）对比同类现象在不同条件下的差异。计算平均数可以消除总体规模对指标数值的影响，具有直接可比性。如两城市居民平均收入水平、平均消费水平，可以比较说明水平的差异性。

（3）分析现象的依存关系。如计算某种农作物平均亩产与施肥量，可以反映农作物单产与施肥量的关系。

（4）进行估计推算。抽样调查中可以根据抽样平均数推算总体相关指标。

一、算术平均数

算术平均数是集中趋势测度中最重要的一种，它是所有平均数中应用最广泛的平均数。因为它的计算方法与许多社会经济现象中个别现象与总体现象之间存在的客观数量关系是相符合的。

算术平均数的基本公式：

$$\text{算术平均数}=\frac{\text{总体标志总量(变量值总量)}}{\text{总体单位总量(变量值个数)}} \tag{1-1}$$

计算算术平均数时，要求各变量值必须是同质的，分子与分母必须属于同一总体，即公式的分子是分母具有的标志值，分母是分子的承担者。由于所掌握的统计资料的不同，利用上述公式进行计算时，可分为简单算术平均数和加权算术平均数两种。

（一）简单算术平均数

简单算术平均数根据未经分组整理的原始数据计算的均值。设一组数据为 x_1，x_1，…，x_n，则简单算术平均数的计算公式如下：

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\frac{\sum x}{n} \tag{1-2}$$

（二）权算术平均数

权算术平均数根据分组整理的数据计算的算术平均数。其计算公式为：

$$\bar{x}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+\cdots+x_nf_n}{f_1+f_2+\cdots+f_n}=\frac{\sum xf}{\sum f} \tag{1-3}$$

式中：f 代表各组变量值出现的频数。

加权算术平均数的大小，不仅取决于研究对象的变量值，而且受各变量值重复出现的频数（f）或频率（$f/\sum f$）大小的影响，如果某一组的频数或频率较大，说明该组的数据较多，那么该组数据的大小对算术平均数的影响就大，反之则小。可见各组频数的多少（或频率的高低）对平均的结果起着一种权衡轻重的作用，因而这一衡量变量值相对重要性的数值称为权数。这里所谓权数的大小，并不是以权数本身值的大小而言的，而是指各组单位数占总体单位数的比重，即权数系数（$f/\sum f$）。权数系数亦称为频率，是一种结构相对数。

在同一的变量数列中，权数采用绝对数或相对数，平均数计算结果是一样

的。因为：

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \sum (x \times \frac{f}{\sum f}) \tag{1-4}$$

当变量数列中各组的次数相等，即各组的权数相等时，权数就不再起权衡作用，可以用简单算术平均数的计算方法计算平均数，因为 $f_1 = f_2 = \cdots = f_n$，则：

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{\sum xk}{\sum k} = \frac{k\sum x}{nk} = \frac{\sum x}{n} \tag{1-5}$$

利用组中值作为本组平均值，是假定各组内的标志值分布均匀的条件下计算算术平均数，计算结果与未分组资料的相应结果可能会有一些偏差，应用时应予以注意。在统计分析过程中，如果收集到的是经过初步整理的次级数据，或数据要求不很精确的原始数据资料，可用此法计算均值；如果要求结果十分精确，需用原始数据的全部实际信息；如果计算量很大，可借助计算机的统计功能。

二、调和平均数

调和平均数是各变量值（标志值）倒数的算术平均数的倒数，又称倒数平均数，一般用 $\overline{x_H}$ 表示。

与算术平均数类似，调和平均数也有简单和加权两种形式。

简单调和平均数计算公式：

$$\overline{x_H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} \tag{1-6}$$

加权调和平均数计算公式：

$$\overline{x_H} = \frac{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}{\frac{m_1}{x_1} + \frac{m_2}{x_2} + \cdots + \frac{m_n}{x_n}} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{x}} \tag{1-7}$$

调和平均数一般具有以下特点：

（1）调和平均数易受极端值的影响，且受极小值的影响比受极大值的影响更大。

（2）只要有一个变量值为零，就不能计算调和平均数。

（3）调和平均数应用的范围较小。

三、几何平均数

几何平均数也称几何均值，它是 n 个变量值乘积的 n 次方根，是计算平均比率和平均速度常用的一种方法。根据统计资料的不同，几何平均数可分为简单几何平均数和加权几何平均数。

（一）简单几何平均数

直接将 n 项变量连乘，然后对其连乘积开 n 次方根所得的平均数即为简单几何平均数。它是几何平均数的常用形式。计算公式为：

$$\overline{x_G} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n} = \sqrt[n]{\prod x} \tag{1-8}$$

式中：$\overline{x_G}$代表几何平均数，$\prod$ 代表连乘符号。

（二）加权几何平均数

与算术平均数一样，当资料中的某些变量值重复出现时，相应地，简单几何平均数就变成了加权几何平均数。计算公式为：

$$\overline{x_G} = \sqrt[\sum f]{x_1^{f1} \cdot x_2^{f2} \cdot x_3^{f3} \cdots x_n^{fn}} = \sqrt[\sum f]{\prod x^f} \tag{1-9}$$

式中：f_i 代表各个变量值出现的次数。

几何平均数具有自身的一些特点：

（1）几何平均数受极端值的影响较算术平均数小。

（2）变量值应该大于零。

（3）它仅适用于具有等比或近似等比关系的数据。

四、算术平均数、调和平均数和几何平均数的关系

在许多统计教科书中，在谈到算术平均数、调和平均数和几何平均数的关系时都指出，对于同一资料而言，三者存在下列不等式，即：

调和平均数(H)≤几何平均数(G)≤算术平均数(x)

而且当所有变量都相等时，三者存在等式关系。

对于上述结论，如果从数学意义上来说，无疑是正确的；但从统计意义上来说，我们则认为这种结论则失之偏颇。这是因为统计所研究的是具体的量，是反映某一事物特定内容的量。由此决定，一旦有关资料已给定，则只能根据资料的性质来选择其中的一种方法计算，而采用其他方法计算则是错误的。例如，在根据相对数或平均数计算平均数时，当提供的资料是相对数或平均数的分子资料时，只能采

用加权调和平均数公式计算，得出的是调和平均数；而当提供的资料是相对数或平均数的分母资料时，只能采用加权算术平均数公式计算，得出的是算术平均数。很显然，对于前者，如果采用加权算术平均数公式计算，则无疑是错误的；而对于后者，如果采用加权调和平均数公式计算，则仍然是错误的。再如，当标志总量等于各标志值总和时，要计算平均指标，则只能采用算术平均数公式计算，而采用几何平均数公式显然是不行的；相反，当标志总量等于各标志值连乘积时，要计算平均指标，则只能采用几何平均数公式计算，而采用算术平均数公式也是不当的。由此可见，就每一平均数本身而言，在统计上各自都是独立应用的，并不具有与其他平均数相比较的意义。如果说一定要有的话，有的只是一种数字游戏上的意义。总之，我们认为，就统计意义上来说，算术平均数、调和平均数和几何平均数三者之间是不存在现行统计教科书上所说的那种不等式关系的，更别说等式关系了。

第二节　算术平均数代表性的衡量

一、问题的提出

在实际中，我们会经常遇到这样的问题：

甲、乙两个学习小组，甲组 10 名同学的英语平均分为 82 分，标准差为 40 分，乙组 10 名同学的英语平均分为 76 分，标准差为 38 分，问：哪组的平均分更具有代表性？

对于上述问题，在现有的统计学教科书中，所提供的方法是比较离散系数的大小，即：

计算甲组的离散系数：$v_{s甲}=\dfrac{S_{甲}}{\overline{X}_{甲}}=\dfrac{40}{82}=0.49$

计算乙组的离散系数：$v_{s乙}=\dfrac{S_{乙}}{\overline{X}_{乙}}=\dfrac{38}{76}=0.50$

由于 $v_{s乙}>v_{s甲}$，所以，可以认为甲组的平均分更具有代表性。

显然，如果上述两个离散系数的值相差非常大，则做这样的简单比较，也许可以说明问题。但仅就上述例子而言（事实上，并不仅仅限于上述例子），两个

离散系数的值相差并不是非常的大，如此比较，又如此得出结论，似乎显得不那么科学了：一是做这样的简单比较，就统计学本身来说，就是一种相当草率的做法；二是在统计学上，对于差异的比较——比如两个样本均值差异的比较：两个样本均值不同，其差异是否具有统计意义——并不是通过简单的比较能加以完成的，而是将其置于假设检验中加以完成的。事实上，假设检验的方法，不仅为差异的比较提供了可靠的方法，而且也为差异的比较提供了一定的范式。

因此，对于算术平均数代表性的衡量，也有必要将其置于假设检验中，通过检验 $v_{s甲}$ 与 $v_{s乙}$ 之间是否有差异，其差异是否具有统计意义而加以完成。也只有这样，才能使 $v_{s甲}$ 与 $v_{s乙}$ 之间的比较具有科学性，才能使人们对比较的结果建立起可信性。正是基于此，本书提出了利用假设检验衡量算术平均数代表性的三种方法：t 检验、F 检验和将 $v_{s甲}$ 与 $v_{s乙}$ 视作两个比率的 t 检验。

二、衡量算术平均数的代表性：t 检验

要说明哪组的平均分更有代表性，之于假设检验来说，就是要检验 $v_{s甲}$ 与 $v_{s乙}$ 之间是否有差异。而其关键在于检验统计量的构造，其核心是变量的数学期望和方差的求得。

（一）变量 $v_{s甲}$、$v_{s乙}$ 的数学期望和方差

设甲总体 $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$，乙总体 $Y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$，分别从甲总体 X 和乙总体 Y 中抽取容量为 n 的样本为：$x_1, x_2, \cdots, x_n$；$y_1, y_2, \cdots, y_n$；则 $x \sim N\left(\mu_x, \frac{\sigma_x^2}{n}\right)$，$y \sim N\left(\mu_y, \frac{\sigma_y^2}{n}\right)$。

又设甲总体 X 的离散系数为 $V_{\sigma甲} = \frac{\sigma_X}{\mu_X}$，乙总体 Y 的离散系数为 $V_{\sigma乙} = \frac{\sigma_Y}{\mu_Y}$，样本 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的离散系数为 $v_{s甲} = \frac{S_x}{\overline{X}}$，样本 $y_1, y_2, \cdots, y_n$ 的离散系数为 $v_{s乙} = \frac{S_y}{\overline{Y}}$。

由数理统计理论可知，$S_x^2 \sim \chi^2(n)$，$\overline{X}^2 \sim \chi^2(n)$，根据 $\chi^2(n)$ 性质，则有：$E(S_x^2) = n$，$E(\overline{X}^2) = n$，$D(S_x^2) = 2n$，$D(\overline{X}^2) = 2n$。

又由数理统计理论可知，S_x^2 与 $\overline{X}$ 相互独立，则有：

$$E(v_{s甲}) = E\left(\frac{S_x}{\overline{X}}\right) = \frac{E(S_x)}{E(\overline{X})} = \frac{E(S_x)}{\mu_x}$$

$$E(v_{s甲}^2) = E\left(\frac{S_x}{\overline{X}}\right)^2 = \frac{E(S_x^2)}{E(\overline{X}^2)} \tag{1-10}$$

又知：$D(S_x)$可变换为：

$$D(S_x) = D\left(\frac{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}S_x}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}}\right) = D\left(\frac{\sqrt{n}S_x^2}{\sigma_x}\right) = \frac{n}{\sigma_x^2}D(S_x^2) = \frac{2n^2}{\sigma_x^2} \tag{1-11}$$

依据 $D(S_x) = E(S_x^2) - (E(S_x))^2 = n - (E(S_x))^2$，所以有：

$$\frac{2n^2}{\sigma_x^2} = E(S_x^2) - (E(S_x))^2 = n - (E(S_x))^2 \tag{1-12}$$

可求得：

$$(E(S_x))^2 = n - \frac{2n^2}{\sigma_x^2} \tag{1-13}$$

$$E(S_x) = \sqrt{n - \frac{2n^2}{\sigma_x^2}} \tag{1-14}$$

因此，又有：

$$E(v_{s甲}) = E\left(\frac{S_x)}{\overline{X}}\right) = \frac{E(S_x)}{E(\overline{X})} = \frac{\sqrt{n - \frac{2n^2}{\sigma_x^2}}}{\mu_x} = \frac{\sqrt{n\sigma_x^2 - 2n^2}}{\mu_x\sigma_x}$$

$$D(v_{s甲}) = D\left(\frac{S_x)}{\overline{X}}\right) = \frac{D(S_x)}{D(\overline{X})} = \frac{\frac{2n^2}{\sigma_x^2}}{\frac{\sigma_x^2}{n}} = \frac{2n^3}{\sigma_x^4} \tag{1-15}$$

同理有：

$$E(v_{s乙}) = \frac{\sqrt{n\sigma_y^2 - 2n^2}}{\mu_y\sigma_y}$$

$$D(v_{s乙}) = \frac{2n^3}{\sigma_y^4} \tag{1-16}$$

（二）检验变量($v_{s甲} - v_{s乙}$)差异的统计量的构造

对于 $v_{s甲} - v_{s乙}$，根据定义，有：

$$v_{s甲}-v_{s乙}=\frac{S_x}{\overline{X}}-\frac{S_y}{\overline{Y}} \tag{1-17}$$

又知$\frac{S_x}{\overline{X}}$、$\frac{S_y}{\overline{Y}}$相互独立，则有：

$$E(v_{s甲}-v_{s乙})=E\left(\frac{S_x}{\overline{X}}-\frac{S_y}{\overline{Y}}\right)=E\left(\frac{S_x}{\overline{X}}\right)-E\left(\frac{S_y}{\overline{Y}}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{n\sigma_x^2-2n^2}}{\mu_x\sigma_x}-\frac{\sqrt{n\sigma_y^2-2n^2}}{\mu_y\sigma_y}$$

$$D(v_{s甲}-v_{s乙})=D\left(\frac{S_x}{\overline{X}}-\frac{S_y}{\overline{Y}}\right)=D\left(\frac{S_x}{\overline{X}}\right)+D\left(\frac{S_y}{\overline{Y}}\right)$$

$$=\frac{2n^3}{\sigma_x^4}+\frac{2n^3}{\sigma_y^4} \tag{1-18}$$

由于μ_x、μ_y、σ_x、σ_y未知，用$\overline{X}$、$\overline{Y}$、S_x、S_y代替，最后为：

$$E(v_{s甲}-v_{s乙})=\frac{(\sqrt{nS_x^2-2n^2}}{\overline{X}S_x}-\frac{(\sqrt{nS_y^2-2n^2}}{\overline{Y}S_y}$$

$$D(v_{s甲}-v_{s乙})=\frac{2n^3}{S_x^4}+\frac{2n^3}{S_y^4} \tag{1-19}$$

所以，衡量算术平均数的代表性的 t 统计量为：

$$t=\frac{v_{S甲}-v_{S乙}}{\sqrt{\frac{\frac{2n^3}{S_x^4}+\frac{2n^3}{S_y^4}}{n}}}=\frac{v_{S甲}-v_{S乙}}{\sqrt{\frac{2n^2}{S_x^4}+\frac{2n^2}{S_y^4}}}=\frac{v_{S甲}-v_{S乙}}{n\sqrt{\frac{2}{S_x^4}+\frac{2}{S_y^4}}} \tag{1-20}$$

（三）t 检验的一般步骤

（1）建立原假设：H_0：$v_{s甲}=v_{s乙}$，即两个平均数具有一样的代表性。

H_1：$v_{s甲}\neq v_{s乙}$，即两个平均数不具有一样的代表性。

（2）计算统计量：

$$t=\frac{v_{S甲}-v_{S乙}}{n\sqrt{\frac{2}{S_x^4}+\frac{2}{S_y^4}}} \tag{1-21}$$

（3）确定显著性水平 α，并根据 t 分布表查出相应的临界值 $t_{\alpha/2}(n-1)$。

（4）比较 t 和临界值 $t_{\alpha/2}(n-1)$，判断规则为：

如果 $t \leqslant t_{\alpha/2}(n-1)$，则接受 H_0，认为两个平均数具有一样的代表性。

如果 $t > t_{\alpha/2}(n-1)$，则拒绝 H_0，接受 H_1，认为两个平均数不具有一样的代表性，其中，离散系数越小，其代表性越大；反之，亦然。

三、衡量算术平均数的代表性：F 检验

由前述可知：

$$D(v_{s甲}) = \frac{2n^3}{S_x^4}，D(v_{s乙}) = \frac{2n^3}{S_y^4} \tag{1-22}$$

且 $D(v_{s甲}) \sim \chi^2(n_1-1)$，$D(v_{s乙}) \sim \chi^2(n_2-1)$。

因此，衡量算术平均数的代表性的 F 统计量为：

$$F = \frac{\frac{2n^3}{S_x^4}\Big/(n_1-1)}{\frac{2n^3}{S_y^4}\Big/(n_2-1)} = \frac{S_y^4}{S_x^4} \sim F(n_1-1,\ n_2-2) \tag{1-23}$$

F 检验的一般步骤如下：

（1）建立原假设：H_0：$v_{s甲} = v_{s乙}$，即两个平均数具有一样的代表性。

H_1：$v_{s甲} \neq v_{s乙}$，即两个平均数不具有一样的代表性。

(2)计算统计量：

$$F = \frac{S_y^4}{S_x^4} \sim F(n_1-1,\ n_2-2) \tag{1-24}$$

（3）确定显著性水平 α，并根据 F 分布表查出相应的临界值 $F_\alpha(n_1-1,\ n_2-1)$。

（4）比较 F 临界值 $F_\alpha(n_1-1,\ n_2-1)$，判断规则为：

如果 $F \leqslant F_\alpha(n_1-1,\ n_2-1)$，则接受 H_0，认为两个平均数具有一样的代表性。

如果 $F > F_\alpha(n_1-1,\ n_2-1)$，则拒绝 H_0，接受 H_1，认为两个平均数不具有一样的代表性，其中，离散系数越小，其代表性越大；反之，亦然。

四、衡量算术平均数的代表性：将 $v_{s甲}$ 与 $v_{s乙}$ 视作两个比率的 t 检验

由于离散系数表现为无名数，在形式上类似于比率，因此可将 $v_{s甲}$ 与 $v_{s乙}$ 直接视作两个比率，如此也就可以将 $v_{s甲}$ 与 $v_{s乙}$ 的比较视作两个比率的比较。

根据两个总体比率之差假设检验性质，有：

（1）建立原假设：H_0：$v_{s甲} - v_{s乙} = 0$，即两个平均数具有一样的代表性。