

SUCCESS

MBA、MPA、
MPAcc、MEM
管理类联考

数学 决胜 1000题

解析册

社科赛斯教育集团 主编
牛勃雄 周举 编著

赠送

价值3000元
的备考课程

(获取方式详见文内说明)

清华大学出版社

SUCCESS

MBA、MPA、
MPAcc、MEM

管理类联考

数学 决胜

1000题 解析册

社科赛斯教育集团 主编
牛渤雄 周举 编著

清华大学出版社
北 京

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

MBA、MPA、MPAcc、MEM 管理类联考数学决胜 1000 题 / 社科赛斯教育集团主编；牛渤雄，周举编著.
—北京：清华大学出版社，2019

ISBN 978-7-302-52888-3

I . ① M… II . ①社… ②牛… ③周… III . ①高等数学—研究生—入学考试—习题集 IV . ① O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 083638 号

责任编辑：陈 莉 高 岫

封面设计：周晓亮

版式设计：思创景点

责任校对：牛艳敏

责任印制：杨 艳

出版发行：清华大学出版社

网 址：<http://www.tup.com.cn>，<http://www.wqbook.com>

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084

社 总 机：010-62770175 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者：北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销：全国新华书店

开 本：185mm×260mm 印 张：24 字 数：560 千字

版 次：2019 年 5 月第 1 版 印 次：2019 年 5 月第 1 次印刷

定 价：68.00 元 (全两册)

产品编号：082316-01

目 录

第 1 章 专项提高篇

1.1	算术	2
1.2	代数式和函数	6
	练习 1.2.1	6
	练习 1.2.2	10
1.3	方程和不等式	15
	练习 1.3.1	15
	练习 1.3.2	19
1.4	数列	24
	练习 1.4.1	24
	练习 1.4.2	28
1.5	应用题	32
	练习 1.5.1	32
	练习 1.5.2	37
	练习 1.5.3	43
1.6	几何	47
	练习 1.6.1	47
	练习 1.6.2	53
	练习 1.6.3	58
1.7	数据分析	64
	练习 1.7.1	64
	练习 1.7.2	69
	练习 1.7.3	74

第 2 章 强化突破篇

2.1	算术	82
	练习 2.1.1	82
	练习 2.1.2	86

2.2	代数式和函数	90
2.3	方程和不等式	95
	练习 2.3.1	95
	练习 2.3.2	100
2.4	数列	104
	练习 2.4.1	104
	练习 2.4.2	109
2.5	应用题	113
	练习 2.5.1	113
	练习 2.5.2	119
	练习 2.5.3	124
2.6	几何	129
	练习 2.6.1	129
	练习 2.6.2	138
	练习 2.6.3	145
2.7	数据分析	151
	练习 2.7.1	151
	练习 2.7.2	157
	练习 2.7.3	161

第 3 章 模考冲刺篇

模考题(一)	168
模考题(二)	173
模考题(三)	178
模考题(四)	184
模考题(五)	190
模考题(六)	196
模考题(七)	202
模考题(八)	207

第1章 专项提高篇

- 1.1 算术
- 1.2 代数式和函数
- 1.3 方程和不等式
- 1.4 数列
- 1.5 应用题
- 1.6 几何
- 1.7 数据分析

1.1 算术

练习 1.1.1

1. 【解析】答案是 C.

考点：平均值

“不超过 15 的质数”有：2, 3, 5, 7, 11, 13. 其算术平均值为 $n = \frac{2+3+5+7+11+13}{6} \approx$

6.8. 显然，答案为 6.

2. 【解析】答案是 C.

考点：平均值

由
$$\begin{cases} \frac{a+b+c}{3} = \frac{14}{3} \\ \sqrt[3]{abc} = 4 \\ bc = a \end{cases}$$
, 注意到 a, b, c 均为正整数，解方程组可得答案.

备注：本题也可将选项代入题目中去寻找答案，不过要讲究一下方法，为了减少计算量，先验证它们的算术平均值为 $\frac{14}{3}$ ，即它们的和为 14，答案锁定在 A、C 之间，然后验证 $a = bc$ ，于是可以直接得到答案 C.

3. 【解析】答案是 E.

考点：有理数与无理数

备注：本题为纯粹的概念考查，值得关注的是选项 D，实际上，两个均不为 0 有理数的商必定是有理数。请为选项 A、B、C、D 举出反例。

4. 【解析】答案是 B.

考点：约数、整除

因为 $n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n-1)n(n+1)$ ，可见 $n^3 - n$ 可以表示为三个连续整数的积，而三个连续整数中必然有一个是 3 的倍数，至少有一个是偶数，所以其一定有约数 6.

备注：连续 m 个正整数的乘积能被 $m!$ 整除。

5. 【解析】答案是 C.

考点：实数比较、运算公式

$$\frac{p}{q} = \frac{6^6}{2^6 \times 5^6} = \frac{2^6 \times 3^6}{2^6 \times 5^6} = \left(\frac{3}{5}\right)^6 < 1 \Rightarrow p < q.$$

6. 【解析】答案是 C.

考点: 裂项求和

$$a_n = \frac{1}{(n+1)n} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Rightarrow S_n = \sum_{i=1}^n a_i = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$$

7. 【解析】答案是 B.

考点: 约数、整除

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \Rightarrow S_n = \sum_{i=1}^n a_i = \sqrt{n+1} - 1.$$

8. 【解析】答案是 A.

考点: 比例问题、实数运算

$$\text{所求等于: } 2013 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{2012}{2013} = 1.$$

9. 【解析】答案是 C.

考点: 质数、绝对值

10 以内的质数包括 2、3、5、7, 那么 a 、 b 、 c 可能的取值一共有四组, 即 2、3、5, 2、3、7, 2、5、7, 3、5、7. 其中只有 2、3、7 符合要求, 所以 $a+b+c=12$.

10. 【解析】答案是 B.

考点: 绝对值问题

由题意, a, b 异号, 则 $|a-b| = |a| + |b| = 12$.

11. 【解析】答案是 A.

考点: 非负性

$|a-1| + 4b^2 + 4b = -1 \Rightarrow |a-1| + 4b^2 + 4b + 1 = 0 \Rightarrow |a-1| + (2b+1)^2 = 0$, 因为 $a-1=0, 2b+1=0$, 所以 $a=1, b=-\frac{1}{2}$, 由此得到结论 $a-b = \frac{3}{2}$.

12. 【解析】答案是 B.

考点: 定义域、分式、根式

注意到 $\sqrt{x^2-9}, \sqrt{9-x^2}$ 均有意义, 则 $x^2-9=0 \Rightarrow x=\pm 3$. 由于分母不能为 0, 则 $x \neq 3$, 所以 $x=-3$. 代入已知条件计算知 $y=-\frac{1}{6}$, 所以 $5x+6y=-16$.

13. 【解析】答案为 B.

考点: 比例问题

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z} = 4 : 5 : 6 \Rightarrow x : y : z = \frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6} = 15 : 12 : 10$, 记 $x=15k, y=12k, z=10k$, 则 $x+y+z=37k=74 \Rightarrow k=2 \Rightarrow y=12k=24$.

14. 【解析】答案是 D.

考点: 分式

注意到已知条件是比例式, 自然想到设比例常数. 设 $\frac{x}{z+y} = \frac{y}{x+z} = \frac{z}{y+x} = k$ (显然

本题所求即为 k). 则

$$\begin{cases} x = ky + kz \\ y = kx + kz \Rightarrow x + y + z = 2k(x + y + z), \\ z = kx + ky \end{cases}$$

至此, 很多考生立刻认为答案应为 B. 但实际上, 当 $x + y + z \neq 0$ 时才有 $k = \frac{x + y + z}{2(x + y + z)} = \frac{1}{2}$; 若 $x + y + z = 0$, 则 $k = \frac{x}{y + z} = \frac{x}{0 - x} = -1$. 所以答案为 D.

15. 【解析】答案是 B.

考点: 绝对值

注意到“ a, b, c 均为整数”, 可知 $\begin{cases} |a - b| = 0 \\ |a - c| = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} |a - b| = 1 \\ |a - c| = 0 \end{cases}$, 以下可以求解. 但若

设 $a = b = 0, c = 1$, a, b, c 满足条件, 而且仅有选项 B 满足题意.

16. 【解析】答案是 B.

考点: 实数

条件(1): $x = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$, 不充分.

条件(2): $x = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt{3} - 1$, 充分.

所以应选 B.

17. 【解析】答案是 D.

考点: 裂项求和、指数运算

对于条件(1), 原式 $= \frac{1}{2}[(1 - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) + \cdots + (\frac{1}{17} - \frac{1}{19})] = \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{19}) = \frac{9}{19} < \frac{1}{2}$.

对于条件(2), $192^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{192^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(2^6 \times 3)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^{12} \times 3^2}} = \frac{1}{2^4 \times \sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{2^4 \times \sqrt[3]{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{48} < \frac{1}{2}$.

可见条件(1)(2)均充分, 应选 D.

18. 【解析】答案是 C.

考点: 带余除法

显然两条件需联合. 因为被除数 = 除数 $\times$ 商 + 余数 = 除数 $\times 33 + 52$, 又因为被除数 = $2143 - \text{除数} - \text{商} - \text{余数} = 2143 - \text{除数} - 33 - 52 = 2058 - \text{除数}$, 所以除数 $\times 33 + 52 = 2058 - \text{除数}$, 求解得除数 $= (2058 - 52) \div 34 = 59$. 因此选 C.

19. 【解析】答案是 D.

考点: 绝对值

若不等式无解, 则左侧最小值大于 3 即可, 而其最小值为 $|1 - m|$. 所以, $|1 - m| > 3 \Rightarrow m > 4$ 或 $m < -2$. 可见条件(1)、(2)均充分.

20. 【解析】答案是 E.

考点: 实数运算

先求出满足“除以 5 余 1”的数, 有 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, $\cdots$, 在上面的数中,

再找满足“除以7余3”的数，可以找到31. 同时满足“除以5余1”“除以7余3”的数，彼此之间相差 $5 \times 7 = 35$ 的倍数，有31, 66, 101, 136, 171, 206, …, 在上面的数中，再找满足“除以8余5”的数，可以找到101. 因为 $101 < [5, 7, 8] = 280$ ，所以所求的最小自然数是101.

若仅有条件(1)，符合条件的正整数有无穷多个，无法确定；若只有条件(2)，符合题干的有31和66，也无法确定；若条件(1)和(2)联合，则符合条件的正整数是不存在的，所以选E.

21. 【解析】答案是C.

考点：平均值

显然单独任何一个条件均不充分. 两条件联合. 由条件(1), $\frac{x+y}{2} = 6 \Rightarrow x+y = 12$.

由条件(2), $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4 \Rightarrow \frac{x+y}{xy} = 4$. 二者联合, 求得 $xy = 3 \Rightarrow \sqrt{xy} = \sqrt{3}$. 所以联合后是充分的.

22. 【解析】答案是C.

考点：整除、倍数

p, q 是两个互质的正整数, 则正整数 n 是 pq 的倍数 $\Leftrightarrow n$ 既是 p 的倍数又是 q 的倍数.

23. 【解析】答案是E.

考点：整除、倍数

两条件单独显然是不充分的, 所以将二者联合. n 是10的倍数, 因此 $n = 10p (p \in \mathbb{Z})$.

又 n 是15的倍数, 因此 $n = 15q (q \in \mathbb{Z})$. 10, 15 不是互质的, 所以 $n = 2 \times 3 \times 5m = 30m (m \in \mathbb{Z})$, 可见只能得到 n 是30的倍数, 所以条件(1)(2)联合后也不充分.

24. 【解析】答案是E.

考点：绝对值

条件(1)中 $a > 0 > b > c$ 且 $|a| > |b|$, 则 $|a| + |b| + |c| - |a+b| + |b-c| - |c-a| = a - b - c - a - b + b - c + c - a = -a - b - c$, 所以条件(1)不充分.

条件(2)中 $a < b < 0 < c$, 则 $|a| + |b| + |c| - |a+b| + |b-c| - |c-a| = -a - b + c + a + b - b + c - c + a = a - b + c$, 所以条件(2)不充分.

25. 【解析】答案是D.

考点：绝对值

若不等式解集为全体实数, 则左侧最小值大于等于 a 即可, 而其最小值为 $-|4 - (-2)| = -6$, 则 $a \leq -6$. 显然, 条件(1)(2)均充分.

1.2 代数式和函数

练习 1.2.1

1. 【解析】答案是 C.

考点：多项式除法

由于原多项式的常数项为 -20 ，则通过比对常数项，显然答案为 C.

2. 【解析】答案是 D.

考点：分式

$$\text{原式} = \frac{2(x-3)}{(x+3)(x-3)} + \frac{(x+1)^2}{(x-2)(x+3)} \times \frac{x-2}{x+1} = \frac{2}{x+3} + \frac{x+1}{x+3} = 1.$$

3. 【解析】答案是 D.

考点：抛物线对称性

点 B 是点 A 关于直线 $x = 2$ 的对称点，则点 A 的坐标是 $(4, 3)$.

4. 【解析】答案是 B.

考点：复合函数

由题可得 $\varphi(2) = f[g(2)] + g[f(2)]$ ，而 $\begin{cases} f[g(2)] = f[2+1] = f(3) = 3^2 + 1 = 10 \\ g[f(2)] = g[2^2 + 1] = g(5) = 5 + 1 = 6 \end{cases}$ ，通

过上式可知 $\varphi(2) = 16$.

5. 【解析】答案是 A.

考点：分式

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5 \Rightarrow \frac{y-x}{xy} = 5 \Rightarrow x-y = -5xy, \text{ 则}$$

$$\frac{2x+4xy-2y}{x-3xy-y} = \frac{2(x-y)+4xy}{(x-y)-3xy} = \frac{2 \times (-5xy) + 4xy}{-5xy - 3xy} = \frac{3}{4}.$$

6. 【解析】答案是 B.

考点：抛物线与二次函数

由图可知，开口向下 $\Rightarrow a < 0$ ，由对称轴为 $-\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow 2a + b = 0$ ， $b = -2a > 0$ ，又

由于抛物线与 y 轴的交点在 y 轴正半轴上 $\Rightarrow c > 0$ ，所以 $abc < 0$ ，①不对.

由图可得， $f(-1) = a - b + c < 0 \Rightarrow b > a + c$ ，②不对.

由图像的对称性可得， $f(0) = f(2) = 4a + 2b + c > 0$ ，③正确.

$$\begin{cases} f(1) = a + b + c > 0 \\ f(-1) = a - b + c < 0 \end{cases} \Rightarrow f(1) \cdot f(-1) = (a + b + c)(a - b + c) = (a + c)^2 - b^2 < 0 \Rightarrow$$

$(a+c)^2 < b^2$, ④不对.

综上所述, 四个结论中只有一个是正确的.

7. 【解析】答案为 D.

考点: 分式

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7,$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) = 3 \times (7 - 1) = 18,$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 47.$$

8. 【解析】答案是 C.

考点: 分式

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3, \text{ 则 } \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} = \sqrt{3^2 - 4} = \sqrt{5}.$$

9. 【解析】答案是 A.

考点: 分式

$$x^2 + 1 = 3x \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3, \text{ 则 } \frac{x^2}{x^4 - x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}}, \text{ 以下略.}$$

10. 【解析】答案是 B.

考点: 实数运算

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{y}\right)\left(y + \frac{1}{x}\right) &= \left(2 + \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}\right)\left(2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}\right) \\ &= (2 + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}) = (4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3}) = 4. \end{aligned}$$

11. 【解析】答案是 E.

考点: 集合取交

$A \cap B = \{x \mid 0 < x < 5\}$, 显然 $A \cap B$ 和 C 交集为空, 故 $A \cap B \cap C = \emptyset$.

12. 【解析】答案是 B.

考点: 二次函数

$f(x) = x^2 - 8x + 15$ 的对称轴为 $x = 4$, 当 $x \in [5, 6]$ 时, $[f(x)]_{\min} = f(5) = 0$.
 $g(x) = x^2 - 10x + 24$ 的对称轴为 $x = 5$, 当 $x \in [5, 6]$ 时, $[g(x)]_{\min} = g(5) = -1$,
 则 $\min\{f(x), g(x)\} = -1$.

13. 【解析】答案是 C.

考点: 多项式的除法

由带余除法可知, $ax^3 + bx^2 + cx + d = (x^2 + h^2)(ax + b) + [(c - ah^2)x + (d - bh^2)]$.

由于 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 能被 $x^2 + h^2 (h \neq 0)$ 整除, 所以余式 $(c - ah^2)x +$

$(d - bh^2) = 0$, 则有 $\begin{cases} c - ah^2 = 0 \\ d - bh^2 = 0 \end{cases}$, 解得 $h^2 = \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$, 所以 $ad = bc$.

14. 【解析】答案是 C.

考点：绝对值、整式

因为 $|a^2 - b^2| = |a - b| \cdot |a + b| = 9$ ，可得 $|a - b| = 9$.

对 $|a + b| = 1$ ， $|a - b| = 9$ 两边平方得 $\begin{cases} a^2 + 2ab + b^2 = 1 \\ a^2 - 2ab + b^2 = 81 \end{cases}$ ，可得 $ab = -20$.

15. 【解析】答案是 C.

考点：多项式的次数

详解略.

16. 【解析】答案是 E.

考点：绝对值、代数式

无论对条件(1)还是(2)，当 $|a| < |b|$ 时，显然 $\frac{|a+b|}{|a|-|b|} < 0$ ，所以条件(1)(2)

均不充分，选 E.

17. 【解析】答案是 D.

考点：二次函数

$f(x) = ax^2 + (a-4)x + 3$ 与 $g(x) = ax + (a-1)$ 有交点，即 $ax^2 + (a-4)x + 3 = ax + (a-1)$ 有根. 当 $a = 0$ 时， $-4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1$ ，满足题意；当 $a \neq 0$ 时， $\Delta = 16 - 4a(4-a) \geq 0$ ，方程一定有根；所以无论 a 取何值均充分，应选 D.

18. 【解析】答案是 B.

考点：代数式求值

代入条件(1)，化简代数式得 $x^2 \times (3x - 11) + 3x + 2 = 3 \times (3x - 11) + 3x + 2 = 12x - 31$ ，则代数式为 $12\sqrt{3} - 31$ 或 $-12\sqrt{3} - 31$ ，题干中代数式的值不确定. 整理条件(2)得 $x = \frac{-4 - \sqrt{2019}}{2}$ ，显然题干中代数式的值是可以确定的. 综上所述，应选 B.

19. 【解析】答案是 D.

考点：代数式求值

由条件(1)得 $x^2 = 9$ ，显然充分；整理条件(2)得 $x = \frac{-4 - \sqrt{2019}}{2}$ ，显然题干代数式的值是可以确定的. 综上所述，应选 D.

20. 【解析】答案是 A.

考点：代数式求值

由条件(1)知 $x^2 - 3x - 1 = 0$ ，而题干中的多项式可以被 $x^2 - 3x - 1$ 整除，所以其值为 0，因此条件(1)充分；由条件(2)知 $x^2 - 3x - 3 = 0$ ，解得 $x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$ ，而题干中的多项式除以 $x^2 - 3x - 3$ 的余式为 $6x - 4$ ，取值不唯一；因此，条件(2)不充分. 综上所述，应选择 A.

21. 【解析】答案是 D.

考点：二次函数

由 $f(x_1) = f(x_2)$ ($x_1 \neq x_2$) 可知二次函数 $y = ax^2 + c$ 的对称轴是 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

由条件(1)，二次函数 $f(x) = x^2 + c$ 的对称轴是 $x = 0$ ，所以 $\frac{x_1 + x_2}{2} = 0$ ，即 $x_1 + x_2 = 0$ ，所以当 $x = 0$ 时 $f(x_1 + x_2)$ 的值是 c 。条件(1)充分。

由条件(2)，二次函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 的对称轴是 $x = -\frac{b}{2}$ ，所以 $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{2}$ ，即 $x_1 + x_2 = -b$ ，由此可知 $f(x_1 + x_2) = f(-b) = c$ 。所以条件(2)充分。

综上，应选 D。

22. 【解析】答案是 C。

考点：二次函数

条件(1)可得 $\begin{cases} 9a - 3b + c = 4 \\ 36a + 6b + c = 4 \end{cases}$ ，这个方程组解不出 a, b, c 的值。

条件(2)可得 $\frac{4ac - b^2}{4a} = -7$ ，这个方程解不出 a, b, c 的值。

考虑联立，三个方程三个未知数，可以确定 a, b, c 的值，所以应选 C。

23. 【解析】答案是 B。

考点：二次函数

由条件(1)， $f(x)$ 经过原点，可知 $f(0) = 0$ ，即 $c = 0$ ，无法确定 a, b 的值。条件(1)不充分。

由条件(2) $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -3 \\ 9a - 3b + c = -9 \\ 36a - 6b + c = -1 \end{cases}$ ，可确定 a, b, c 的值。条件(2)充分。所以应选 B。

24. 【解析】答案是 C。

考点：多项式

由条件(1)可得 $\begin{cases} f(-3) = -27a + 9b - 3c + d = 2 \\ f(6) = 216a + 36b + 6c + d = 2 \\ f(10) = 1000a + 100b + 10c + d = 2 \end{cases}$ ，3 个方程，4 个未知数，无

法确定 a, b, c, d 的值，条件(1)不充分。

条件(2)， $f(-1) = -a + b - c + d = -2$ ，显然也不充分。

考虑联立 $\begin{cases} f(-3) = -27a + 9b - 3c + d = 2 \\ f(6) = 216a + 36b + 6c + d = 2 \\ f(10) = 1000a + 100b + 10c + d = 2 \\ f(-1) = -a + b - c + d = -2 \end{cases}$ ，4 个方程，4 个未知数，可求得 a, b, c, d 的值。综上，应选 C。

25. 【解析】答案是 C。

考点：整式

由条件(1)可得 $\begin{cases} x = \frac{z+1}{2} \\ y = 1-z \end{cases}$, $F = 4x + 5y + z = 2z + 2 + 5 - 5z + z = -2z + 7$, 由于 z

无法确定, 所以不能求出 F 的最小值, 条件(1)不充分. 由条件(2)不难知道, F 的

最小值为 0, 所以也不充分. 考虑联立, 由 $\begin{cases} z \geq 0 \\ 1-z \geq 0 \\ z+1 \geq 0 \end{cases}$ 可知 $0 \leq z \leq 1$, 将 z 的最大值

1 代入 $F = -2z + 7$ 可得, F 的最小值是 5. 所以应选 C.

练习 1.2.2

1. 【解析】答案是 A.

考点：分式

$$\frac{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}{(x - y)^2} \cdot \frac{y - x}{x^2 + y^2} = -(x + y) = -3954.$$

2. 【解析】答案是 A.

考点：分式

$$2\sqrt{a} - \frac{a + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a}} = 2\sqrt{2} - \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = 2\sqrt{2} - \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = 2\sqrt{2} - (3 + 2\sqrt{2}) = -3.$$

3. 【解析】答案是 C.

考点：分式、公式记忆

$$3^x + 3^{-x} = 4 \Rightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 3^{2x} + 3^{-2x} + 2 = 4^2 \Rightarrow 3^{2x} + 3^{-2x} = 14, \text{ 又 } 27^x + 27^{-x} = 3^{3x} + 3^{-3x} = (3^x + 3^{-x})(3^{2x} + 3^{-2x} - 1) = 4 \times (14 - 1) = 52.$$

4. 【解析】答案是 B.

考点：多项式除法

由于 $f(x) = (x+1) \cdot g(x) - 2$, 则有 $f(-1) = -2$, 即 $-1 + a^2 - a - 1 = -2$, 解得 $a=0$ 或 1.

5. 【解析】答案是 B.

考点：分式、公式记忆

$$\text{去分母得 } \begin{cases} a+b-c = ck \\ a-b+c = bk \\ -a+b+c = ak \end{cases}, \text{ 三式相加得 } a+b+c = (a+b+c)k, \text{ 因此当 } a+b+c \neq$$

0 时, $k=1$, 当 $a+b+c=0$ 时, 得 $a+b=-c$, 将其代入第一个等式得 $k=-2$, 故 $k=1$ 或 $k=-2$, 选 B.

6. 【解析】答案是 B.

由题可知, $k > 0$,

则 $f[f(x)] = k(kx + b) + b = k^2x + kb + b = 9x + 8$, 即 $\begin{cases} k^2 = 9 \\ kb + b = 8 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = 3 \\ b = 2 \end{cases}$, 所

以 $k + b^2 = 7$.

7. 【解析】答案是 E.

考点: 分式

由于 $\frac{3}{(x+3)(x-2)} + \frac{2}{(x+2)(x+3)} = \frac{4}{(x+2)(x-2)}$, 通分整理可得

$$\frac{3(x+2) + 2(x-2)}{x+3} = 4, \text{ 解得 } x = 10.$$

8. 【解析】答案是 D.

考点: 多项式

由于 $-4x^2 + 4x + 9 = -4(x^2 - x - 1) + 5$ 且 $x^2 - x - 1 = 0$, 所以 $-4x^2 + 4x + 9 = 5$.

9. 【解析】答案是 C.

考点: 多项式展开

令 $x = 0$, 则有 $1 = a_0$.

令 $x = 1$, 则有 $1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_6$.

令 $x = -1$, 则有 $3^6 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_6$.

所以 $1 + 3^6 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + a_6)$, 则有 $a_2 + a_4 + a_6 = (\frac{1+3^6}{2}) - 1 = 364$.

10. 【解析】答案是 C.

考点: 分式、裂项求和

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{x^2+7x+12} \\ &= \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} \\ &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4}\right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4}. \end{aligned}$$

由于 $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} = \frac{4}{21}$, 解得 $x = -7$ 或 3 .

11. 【解析】答案是 B.

考点: 分式、不等式

由于 $\frac{x+1}{y+1} - \frac{y}{x} = \frac{x^2+x-y^2-y}{x(y+1)} = \frac{(x-y)(x+y+1)}{x(y+1)}$, 且 $x > y > 0$, 所以

$\frac{x+1}{y+1} - \frac{y}{x} > 0$, 即为正数.

12. 【解析】答案是 B.

考点：分式、裂项求和

$$\begin{aligned}
 & 1 - \frac{2}{1 \times (1+2)} - \frac{3}{(1+2) \times (1+2+3)} - \cdots - \frac{10}{(1+2+\cdots+9) \times (1+2+\cdots+10)} \\
 &= 1 - \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1+2} \right) - \left(\frac{1}{1+2} - \frac{1}{1+2+3} \right) - \cdots - \left(\frac{1}{1+2+\cdots+9} - \frac{1}{1+2+\cdots+10} \right) \\
 &= \frac{1}{1+2+\cdots+10} = \frac{1}{55}.
 \end{aligned}$$

13. 【解析】答案是 C.

考点：整式的除法、余式定理

由题意可知, $f(1)=1$, $f(-2)=-17$, 而 $x^2+x-2=(x-1)(x+2)$, 将 $x=1$ 或 $x=-2$ 代入上面各式子发现只有 C 满足题意.

14. 【解析】答案是 C.

考点：分式、裂项求和

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} + \frac{1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+4)} + \cdots + \frac{1}{(\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}+10)} = \frac{5}{24} \\
 \Rightarrow & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{\sqrt{x}+4} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{x}+8} - \frac{1}{\sqrt{x}+10} \right) = \frac{5}{24} \\
 \Rightarrow & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+10} \right) = \frac{5}{24} \Rightarrow x = 4.
 \end{aligned}$$

15. 【解析】答案是 C.

考点：非负性、多项式

原式 $= (x^2 - 4xy + 4y^2) + (4x^2 + 12x + 25) = (x - 2y)^2 + 4\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 16$, 所以原式 ≥ 16 , 即最小值是 16.

16. 【解析】答案是 B.

考点：解方程

条件(1): 由于 $xy = -6$, $x - y = 5$, 则有 $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy = 1$, 所以 $x + y = \pm 1$, 显然 $xy(x + y)$ 的值不唯一, 不充分. 条件(2): 由于 $xy = -6$, $xy^2 = 18$, 解得 $y = -3$, $x = 2$, 显然 $xy(x + y)$ 的值唯一, 充分.

17. 【解析】答案是 E.

考点：解方程

条件(1), 不妨取 $x = \sqrt[4]{\frac{41}{8}}$, $y = 0$, x, y 满足 $x^4 + y^4 = \frac{41}{8}$, 则 $x + y = \sqrt[4]{\frac{41}{8}}$; 取 $x = -\sqrt[4]{\frac{41}{8}}$, $y = 0$, x, y 满足 $x^4 + y^4 = \frac{41}{8}$, 则 $x + y = -\sqrt[4]{\frac{41}{8}}$. 易知 $x + y$ 的值不能确定.

条件(2), 不妨取 $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$, $y = 0$, x, y 满足 $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}$, 则 $x + y = \sqrt{\frac{5}{2}}$; 取 $x =$