

捷联惯性导航 系统算法

Algorithms for a Strapdown
Inertial Navigation System

| 奔粤阳 李倩 著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

捷联惯性导航系统算法

Algorithms for a Strapdown Inertial
Navigation System

奔粤阳 李倩 著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书研究与论述了捷联惯性导航系统算法。全书内容分为8章,分别为捷联算法基础知识、姿态算法测试输入研究、姿态更新算法、速度算法测试输入研究、速度更新算法、位置更新算法、基于螺旋矢量的捷联算法以及基于旋转坐标系的捷联算法。

本书可以作为控制理论与控制工程、仪器科学与技术等相关专业的本科生、研究生教材,也可以供从事捷联惯性导航系统设计、制造、试验和应用的科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

捷联惯性导航系统算法/奔粤阳,李倩著. —北京:

国防工业出版社,2018.12

ISBN 978-7-118-11604-5

I. ①捷… II. ①奔… ②李… III. ①捷联系统-惯性导航系统-算法 IV. ①TN96

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 270812 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

三河市众誉天成印务有限公司

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 11 字数 198 千字

2018 年 12 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—1500 册 定价 78.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

前言

PREFACE

本书是作者及其团队从事捷联惯性导航系统科研与教学工作二十余年的总结。书中以捷联惯性导航系统为研究对象,在对捷联惯性导航基本原理及刚体动力学介绍的基础上,较为全面地对捷联惯性导航系统姿态、速度和位置解算方法进行了研究与分析。全书共分为8章,第1章介绍捷联惯性导航系统算法研究的基本知识,第2章进行姿态算法测试输入研究,第3章设计两种新的姿态更新算法,第4章进行速度算法测试输入研究,第5章设计两种新的速度更新算法,第6章研究位置更新算法,第7章和第8章分别提出基于螺旋矢量的捷联算法和基于旋转坐标系的捷联算法。

捷联惯性导航系统技术从属于控制理论与控制工程、仪器科学与技术两个学科,与其他学科一样,它的发展离不开需求的牵引。本书内容主要研究捷联惯性导航系统的关键技术——系统算法,良好的算法设计可使得捷联惯性导航系统的性能得到提升,同时降低对于导航传感器的硬件要求,从而降低成本。本书涉及的内容是捷联惯性导航系统研究的热点与难点,符合学科发展与国内科研、生产的需求。国防科技大学、北京航空航天大学、西北工业大学等院校,均设置了与捷联惯性导航系统相关的实验室和研究所,并开设了相关课程,本书可对相关院校的师生提供参考与帮助。

在此,作者要感谢哈尔滨工程大学海洋运载器与导航设备研究所、哈尔滨工业大学导航仪器研究所的所有老师和研究生,感谢他们在作者进行该书相关研究工作时给予的帮助和支持。

由于作者水平有限,书中难免有不足之处,欢迎广大读者对本书提出意见和建议。

奔粤阳,李倩

2017年12月

目 录

CONTENTS

第 1 章 捷联算法基础知识	1
1.1 捷联算法的研究目的	1
1.2 惯性导航系统基础知识	2
1.2.1 坐标系的定义及其转换关系	2
1.2.2 地理坐标系相对惯性空间的旋转角速度	6
1.2.3 绝对运动加速度表达式的推导	8
1.3 捷联惯性导航系统的基本工作原理	8
1.4 捷联惯性导航系统的基本方程	10
1.4.1 位置方程	10
1.4.2 地理坐标系转动方程	11
1.4.3 速度方程	12
1.5 捷联惯性导航系统的捷联矩阵	12
1.6 刚体运动的基本数学表达法	13
1.6.1 方向余弦矩阵	14
1.6.2 旋转矢量	16
1.6.3 四元数	20
1.6.4 方向余弦矩阵与旋转矢量及四元数之间的对应关系	22
第 2 章 姿态算法测试输入研究	24
2.1 圆锥运动	24
2.2 圆锥运动下的姿态误差源分析	28
2.2.1 频带宽度	28
2.2.2 安装误差	34
2.2.3 陀螺采样不同步	38
2.2.4 量化误差	41

2.2.5	标度因数误差	43
2.3	伪圆锥运动	46
2.3.1	机械抖动激光陀螺的伪圆锥运动	46
2.3.2	伪圆锥误差分析与仿真	48
2.4	伪圆锥运动下姿态算法的适用性研究	52
2.4.1	整流误差的产生机理	52
2.4.2	算法误差的仿真分析	53
2.5	数据采集方法设计	54
2.5.1	整周期采样法	54
2.5.2	数字滤波法	55
第3章	姿态更新算法	57
3.1	典型圆锥运动中四元数姿态算法分析	57
3.1.1	姿态算法的精度准则	57
3.1.2	四元数算法的圆锥误差	58
3.2	角速度输入的圆锥补偿算法	62
3.2.1	传统的圆锥补偿算法	62
3.2.2	基于角速度的圆锥补偿算法	64
3.2.3	仿真分析	69
3.3	基于陀螺滤波信号的圆锥补偿算法	72
3.3.1	基于陀螺滤波信号的圆锥补偿项	72
3.3.2	修正系数的推导	74
3.3.3	推导过程的总结	77
3.3.4	算例	77
3.3.5	仿真分析	78
第4章	速度算法测试输入研究	81
4.1	测试环境	81
4.1.1	典型划船运动	81
4.1.2	随机振动环境	83
4.1.3	低动态环境	85
4.2	比力积分项分析	86
4.3	划船补偿项分析	90

第 5 章	速度更新算法	92
5.1	角速度和比力输入的划船补偿算法	92
5.1.1	基于角增量和速度增量的常规算法	92
5.1.2	以角速度和比力为算法输入的设计流程	94
5.1.3	算法的误差漂移	97
5.1.4	算例	97
5.2	两时间尺度的捷联速度算法研究	98
5.2.1	绝对速度的分解	98
5.2.2	内回路中的计算	99
5.2.3	地速的分解	101
5.2.4	外回路中的计算	102
5.2.5	算法的编排	103
5.2.6	仿真分析	103
第 6 章	位置更新算法	106
6.1	速度/位置积分公式	106
6.1.1	速度积分公式	106
6.1.2	位置积分公式	107
6.2	速度/位置积分公式化简	109
6.2.1	速度积分公式化简	109
6.2.2	位置积分公式化简	110
6.2.3	仿真分析	111
6.3	比力二次积分项分析	113
6.4	涡卷补偿算法	116
6.4.1	涡卷补偿算法的一般形式	116
6.4.2	涡卷补偿算法的优化设计	117
6.4.3	仿真分析	120
第 7 章	基于螺旋矢量的捷联算法	122
7.1	对偶数与对偶四元数	122
7.2	螺旋矢量	124
7.3	螺旋补偿算法设计	125
7.3.1	螺旋矢量的微分方程	126

7.3.2	典型螺旋环境	127
7.3.3	螺旋补偿项的设计	127
7.3.4	算法系数的优化	128
7.4	算法的编排	131
7.4.1	矢量的更新	132
7.4.2	导航参数的计算	135
7.5	螺旋补偿算法与传统算法的一致性	136
7.5.1	微分方程的一致性	136
7.5.2	螺旋补偿与圆锥补偿的关系	137
7.5.3	螺旋补偿与划船补偿的关系	137
7.6	算法误差的比较	139
7.7	仿真分析	140
第8章	基于旋转坐标系的捷联算法	146
8.1	基于旋转坐标系的姿态更新算法	146
8.1.1	同步旋转坐标系	147
8.1.2	载体相对运动角速度矢量方向恒定时的姿态解算	147
8.1.3	在圆锥环境下无误差解算的具体实现	148
8.1.4	在典型圆锥环境下无误差的原因	149
8.1.5	载体坐标系相对运动角速度矢量的旋转速度计算	150
8.2	基于旋转坐标系的速度更新算法	153
8.2.1	转换矩阵解算	153
8.2.2	典型螺旋运动环境	158
8.2.3	速度更新算法实现	158
8.2.4	螺旋坐标系的矢量投影	160
8.2.5	旋转速度求解算法	160
8.2.6	仿真分析	161
参考文献		164

1.1 捷联算法的研究目的

20 世纪 50 年代末期,随着计算机技术的发展,捷联惯性导航系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)的概念被提出,它取消了平台惯性导航系统中复杂的机械平台装置,而将惯性传感器直接固连在载体上^[1]。SINS 具有制造和维护成本低、体积小、重量轻、可靠性高等优点^[2],目前在中、低精度领域已经逐渐取代了平台惯性导航系统,正在朝着高精度应用领域方向渗透发展^[3]。

捷联算法的基本框架如图 1-1 所示。从图中可以看出,捷联算法所执行的主要任务是:利用角速度或角增量进行姿态计算(称为姿态更新算法);利用姿态数据把测得的加速度或速度增量转换到导航坐标系中,并且在导航坐标系中进行速度更新(称为速度更新算法);完成速度到位置的计算(称为位置更新算法)。从算法的角度看,捷联惯性导航系统必须根据陀螺输出的角速度或角增量计算维持一个数学平台^[4]。该数学平台为速度更新、位置更新提供基准,其作用相当于平台惯性导航系统中的机械平台^[5]。由此可见,捷联算法在 SINS 中的作用至关重要。

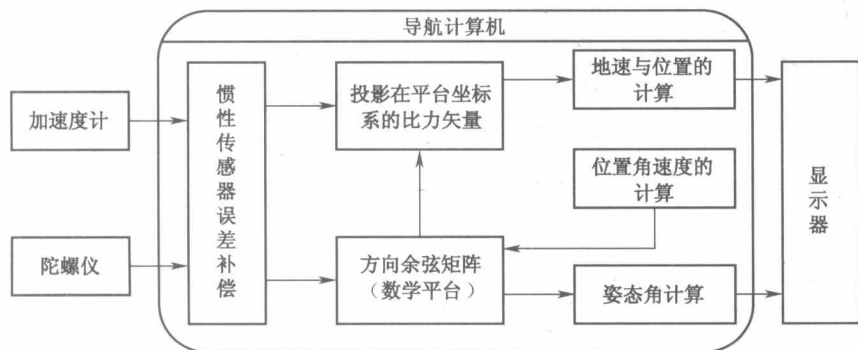


图 1-1 捷联算法的基本框架

在捷联惯性导航系统中,惯性传感器直接固连在载体上,因此对惯性传感器的性能提出了更高的要求^[6]。SINS 中使用的陀螺与平台惯性导航系统中使

用的陀螺相比,所承受角速度的动态范围截然不同,前者以度每秒为单位,后者则以度每小时为单位^[7]。陀螺必须对角速度进行非常精确的测量,但是在SINS中,陀螺仪的动态测量范围扩展到100(°)/s以上^[8]。此外,SINS中的陀螺与加速度计与载体一起经历角运动和线运动,这无疑增加了导航计算机处理惯性传感器输出数据的难度和复杂性。浪涌下的舰船、格斗状态下的战斗机、发动机处于高频振动的汽车,都工作在高动态环境中,载体的角运动和线运动会在导航参数计算时引入不可交换性误差,导致系统的精度下降,因此必须设置合理的算法加以补偿^[9]。

由于我国制造工艺技术水平有限和发达国家的技术封锁,激光陀螺、光纤陀螺的制造水平和发达国家相比还有一定的差距。高精度、高可靠性的光纤陀螺还处于研制阶段^[10],因此,设计高性能的捷联算法对于提高我国SINS的精度十分重要。本书对高动态环境中的捷联算法展开研究,重点研究了不可交换性误差的补偿计算。本书的研究成果对于提高捷联算法的精度,进而提高SINS的精度提供了技术支持。

1.2 惯性导航系统基础知识

导航系统的基本原理是基于数学、物理等多门学科,本节将介绍导航系统的一些基础知识。

首先进行符号说明,常规字母表示标量,字母加粗表示矢量。

r^i : 矢量 r 在 i 系的投影;

ω_{ie}^p : e 系相对于 i 系的角速度在 p 系的投影;

K : 航向角;

φ : 纬度;

λ : 经度;

h : 高度;

ϕ : 平台失准角;

ε : 陀螺漂移;

∇ : 加速度计的零位偏移;

R : 地球半径。

1.2.1 坐标系的定义及其转换关系

惯性导航中采用的坐标系分为惯性坐标系与非惯性坐标系两类。惯性导航区别于其他类型的导航方案的根本不同之处在于其导航原理是建立在牛顿

力学定律(惯性定律)基础上的,“惯性导航”也因此得名。由于牛顿力学定律是在惯性空间内成立的,这就有必要首先引入惯性坐标系,作为讨论惯性导航基本原理的坐标基准。对于载体进行导航的主要目的是要实时地确定其导航参数,如载体的姿态、位置、速度等。载体的导航参数是通过各个坐标系之间的关系来确定的,这些坐标系是区别于惯性坐标系,并根据导航的需要而选取的,将它们统称为非惯性坐标系^[11]。

1. 常用坐标系定义

常用坐标系示意图如图 1-2 所示。

1) i 系:地心惯性坐标系—— $O_i x_i y_i z_i$

根据牛顿力学定律的定义,惯性坐标系是没有旋转和加速度运动的坐标系,即绝对静止或只做匀速直线运动的坐标系。地心惯性坐标系的原点选在地球的中心,它不参与地球的自转。习惯上将 $O_i z_i$ 轴选在沿地轴指向北极的方向上, $O_i x_i$ 、 $O_i y_i$ 轴则在地球的赤道平面内,并指向空间的两颗恒星。

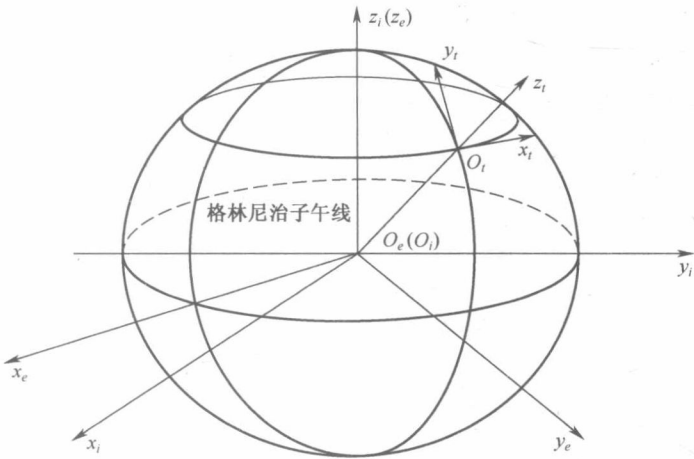


图 1-2 地心惯性坐标系、地球坐标系和地理坐标系示意图

2) e 系:地球坐标系—— $O x_e y_e z_e$

地球坐标系是原点位于地心、与地球固连并且其中一轴与极轴重合的右手笛卡儿坐标系。它相对惯性坐标系以地球自转角速度 ω_{ie} 旋转, $\omega_{ie} = 15.04107(^{\circ})/h$ 。地球坐标系中, $O_e x_e$ 轴指向格林尼治子午线, $O_e y_e$ 轴指向东经 90° 方向。

3) t 系:地理坐标系—— $O_t x_t y_t z_t$

地理坐标系是在载体上用来表示载体所在位置的东向、北向和垂向方向的坐标系。地理坐标系的原点选在载体质心处, $O_t x_t$ 指向东, $O_t y_t$ 指向北, $O_t z_t$ 沿

垂线方向指向天,通常称为东北天坐标系。地理坐标系是研究载体导航的一个重要坐标系。

4) n 系:导航坐标系—— $O_n x_n y_n z_n$

导航坐标系是在导航时根据导航系统工作的需要而选取的作为导航基准的坐标系。一般情况下把导航坐标系选取的与地理坐标系重合,也可选取为水平面上 $O_n x_n y_n$ 与地理坐标系重合,而方位上存在一个夹角。本书的导航坐标系即为地理坐标系。

5) p 系:平台坐标系—— $O_p x_p y_p z_p$

平台坐标系是用惯性导航系统来复现导航坐标系时所获得的坐标系。当惯性导航系统不存在误差时,此坐标系与导航坐标系重合;当惯性导航系统存在误差时,两坐标系之间的夹角为对准误差角,即为失准角。

6) b 系:载体坐标系—— $O_b x_b y_b z_b$

载体坐标系是固连在载体上的坐标系,它的原点位于载体的质心处, $O_b x_b$ 沿载体横轴指向右, $O_b y_b$ 沿载体纵轴指向前, $O_b z_b$ 垂直于 $O_b x_b y_b$ 并沿载体的竖轴指向上。

2. 常用坐标系之间的转换关系

在分析导航系统的运动特性时,将用到多种坐标系。这些坐标系之间并不是相互孤立的,空间中任意两坐标系均可用坐标变换联系起来。而坐标变换又可以通过坐标轴的旋转得到,如图 1-3 所示,坐标系 $Ox_0y_0z_0$ 绕坐标轴的三次旋转得到坐标系 $Oxyz$ 。首先绕 z_0 轴旋转 ψ 角,得中间坐标系 $Ox_1y_1z_0$,再由 $Ox_1y_1z_0$ 绕 x_1 轴旋转 θ 角,得第二个中间坐标系 Ox_1yz_1 ,再绕 y 轴旋转 γ 角,得 $Oxyz$ 坐标系。

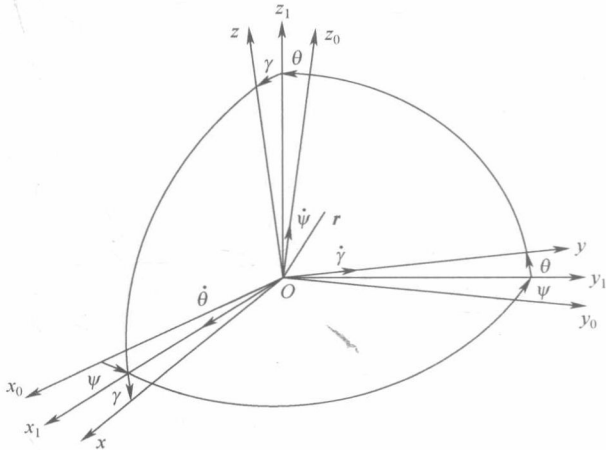


图 1-3 $Ox_0y_0z_0$ 坐标系与 $Oxyz$ 坐标系变换

假设矢量 $\mathbf{r}$ 在 $Ox_0y_0z_0$ 坐标系中,用它在三个坐标轴上的分量 r_{x_0} 、 r_{y_0} 和 r_{z_0} 来表示。用矩阵记为

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_{x_0} \\ r_{y_0} \\ r_{z_0} \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

矢量 $\mathbf{r}$ 在 $Ox_1y_1z_0$ 坐标系中的投影为

$$\begin{bmatrix} r_{x_1} \\ r_{y_1} \\ r_{z_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{x_0} \\ r_{y_0} \\ r_{z_0} \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

记式(1-2)为

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{C}_0^1 \mathbf{r}_0 \quad (1-3)$$

第二次旋转 θ 角,矢量 $\mathbf{r}$ 在 $Ox_1y_1z_1$ 坐标系中的投影为

$$\begin{bmatrix} r_{x_1} \\ r_{y_1} \\ r_{z_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{x_1} \\ r_{y_1} \\ r_{z_0} \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

记式(1-4)为

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{C}_1^2 \mathbf{r}_1 \quad (1-5)$$

第三次旋转得 $Oxyz$ 坐标系,矢量 $\mathbf{r}$ 在 $Oxyz$ 坐标系中的投影为

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & -\sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{x_1} \\ r_{y_1} \\ r_{z_1} \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

记式(1-6)为

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{C}_2^3 \mathbf{r}_2 \quad (1-7)$$

将式(1-2)、式(1-4)代入式(1-6)得

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & -\sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{x_0} \\ r_{y_0} \\ r_{z_0} \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

记式(1-8)为

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{C}_2^3 \mathbf{C}_1^2 \mathbf{C}_0^1 \mathbf{r}_0 = \mathbf{C}_0^3 \mathbf{r}_0 \quad (1-9)$$

式中

$$C_0^3 = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & -\sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

根据矩阵乘法法则得

$$C_0^3 = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\gamma - \sin\psi\sin\gamma\sin\theta & \cos\gamma\sin\psi - \sin\gamma\sin\theta\cos\psi & -\sin\gamma\cos\theta \\ -\cos\theta\sin\psi & \cos\psi\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\gamma\cos\psi + \cos\gamma\sin\psi\sin\theta & \sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\sin\theta\cos\psi & \cos\gamma\cos\theta \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

当 ψ 、 θ 、 γ 都比较小时,略去二阶小量,得

$$C_0^3 = \begin{bmatrix} 1 & \psi & -\gamma \\ -\psi & 1 & \theta \\ \gamma & -\theta & 1 \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

C_0^3 即由坐标系 $Ox_0y_0z_0$ 变换到 $Oxyz$ 的方向余弦矩阵。由矩阵运算法则,用上述同样的方法,也可推导出由 $Oxyz$ 变换到 $Ox_0y_0z_0$ 坐标系的坐标变换矩阵,即

$$r_0 = C_3^0 r_3 = [C_0^3]^{-1} r \quad (1-13)$$

在笛卡儿坐标系的变换中,方向余弦矩阵符合正交性定理,即方向余弦矩阵 C_0^3 的逆矩阵与 C_3^0 的转置矩阵相等,即

$$C_3^0 = [C_0^3]^{-1} = [C_0^3]^T = \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \gamma \\ \psi & 1 & -\theta \\ -\gamma & \theta & 1 \end{bmatrix} \quad (1-14)$$

用矩阵方法建立坐标系之间的方向余弦矩阵,可以方便地进行坐标系之间的变换。

1.2.2 地理坐标系相对惯性空间的旋转角速度

引起地理坐标系 $Ox_iy_iz_i$ 在惯性空间旋转的原因有两个:一个是由于地球的自转运动,使坐标系在惯性空间的指向发生改变,由图 1-4 可知,地球自转运动的角速度 ω_{ie} 在 y 轴上的分量为 $\omega_{ie}\cos\varphi$, φ 为纬度,在 z 轴上的分量为 $\omega_{ie}\sin\varphi$;另一个是由于船舶在地球表面运动,使坐标系原点的位置改变,因而坐标轴的指向也发生变化,由船舶运动引起的旋转角速度为 ρ ,则地理坐标系的旋转角速度为

$$\omega = \omega_{ie} + \rho \quad (1-15)$$

船舶航行速度分解如图 1-4 所示。

由图 1-4 可知,在 xOy 平面内的速度可以分解成东向速度 v_E 和北向速度

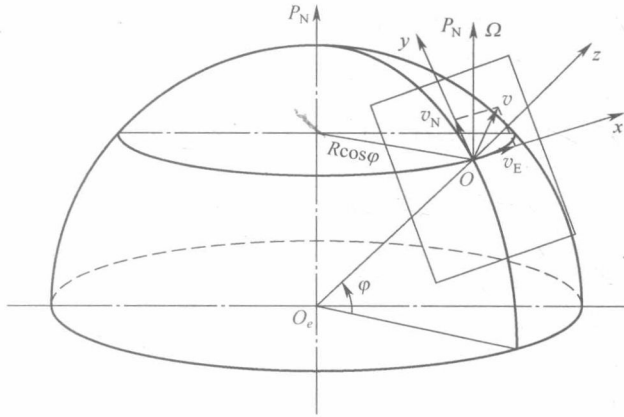


图 1-4 船舶航行速度分解

v_N , 即

$$\begin{cases} v_E = v \cdot \sin K \\ v_N = v \cdot \cos K \end{cases} \quad (1-16)$$

式中: v 为船舶在水平面内的运动速度; K 为船舶的航向。

北向速度引起坐标系 x 轴的旋转, 旋转角速率为 $v_N/(R+h)$, 方向指向 x 轴的负向。 $v_N/(R+h)$ 的变化恰好是纬度的变化, 即

$$v_N/(R+h) = \dot{\varphi} \quad (1-17)$$

东向速度引起坐标系绕地轴的旋转, 旋转角速率为 $v_E/[(R+h) \cdot \cos \varphi]$, 方向沿地轴向北。 $v_E/[(R+h) \cdot \cos \varphi]$ 恰好是经度的变化率, 即

$$v_E/[(R+h) \cdot \cos \varphi] = \dot{\lambda} \quad (1-18)$$

把东向速度引起的旋转角速度投影到 y 轴、 z 轴上, 则得到 $v_E/(R+h)$ 和 $v_E/(R+h) \cdot \tan \varphi$, 所以

$$\boldsymbol{\rho} = -\frac{v_N}{(R+h)}\mathbf{i} + \frac{v_E}{(R+h)}\mathbf{j} + \frac{v_E}{(R+h)}\tan \varphi \mathbf{k} \quad (1-19)$$

把地球自转运动角速度 ω_{ie} 也投影到地理坐标系上, 得地理坐标系旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 在其各轴上的分量为

$$\begin{cases} \omega_x = -\frac{v \cos K}{(R+h)} \\ \omega_y = \omega_{ie} \cos \varphi + \frac{v \sin K}{(R+h)} \\ \omega_z = \omega_{ie} \sin \varphi + \frac{v \sin K}{(R+h)} \tan \varphi \end{cases} \quad (1-20)$$

1.2.3 绝对运动加速度表达式的推导

由于研究载体的运动通常要相对地球确定其位置和速度,因此取地球坐标系为动系,惯性坐标系为定坐标系,则矢量 $\mathbf{r}$ 的绝对变率为

$$\left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_i = \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_e + \boldsymbol{\omega}_{ie} \times \mathbf{r} \quad (1-21)$$

式中: $\left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_e$ 为平台坐标系原点相对地球坐标系的速度矢量,即地速矢量,记为 $\mathbf{v}_{ep}$; $\boldsymbol{\omega}_{ie}$ 为地球坐标系相对惯性坐标系的角速率,在惯性坐标系中为常量。

对式(1-21)再次求绝对变率,可得

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \right|_i &= \left. \frac{d\mathbf{v}_{ep}}{dt} \right|_i + \boldsymbol{\omega}_{ie} \times \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_i \\ &= \left. \frac{d\mathbf{v}_{ep}}{dt} \right|_i + \boldsymbol{\omega}_{ie} \times \mathbf{v}_{ep} + \boldsymbol{\omega}_{ie} \times (\boldsymbol{\omega}_{ie} \times \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (1-22)$$

由于 $\mathbf{v}_{ep}$ 的各分量是在平台坐标系给出的,所以求 $\left. \frac{d\mathbf{v}_{ep}}{dt} \right|_i$ 时,取平台坐标系为动系。式(1-22)可再写为

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \right|_i &= \left. \frac{d\mathbf{v}_{ep}}{dt} \right|_p + \boldsymbol{\omega}_{ip} \times \mathbf{v}_{ep} + \boldsymbol{\omega}_{ie} \times \mathbf{v}_{ep} + \boldsymbol{\omega}_{ie} \times (\boldsymbol{\omega}_{ie} \times \mathbf{r}) \\ &= \left. \frac{d\mathbf{v}_{ep}}{dt} \right|_p + (2\boldsymbol{\omega}_{ie} + \boldsymbol{\omega}_{ep}) \times \mathbf{v}_{ep} + \boldsymbol{\omega}_{ie} \times (\boldsymbol{\omega}_{ie} \times \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (1-23)$$

根据比力概念: $\mathbf{f} = \left. \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \right|_i - \mathbf{g}_m$; 考虑式(1-21)和式(1-23),再设 $\dot{\mathbf{v}}_{ep} =$

$\left. \frac{d\mathbf{v}_{ep}}{dt} \right|_p$, 矢量形式的惯性导航基本方程为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_{ep} &= \mathbf{f} - (2\boldsymbol{\omega}_{ie} + \boldsymbol{\omega}_{ep}) \times \mathbf{v}_{ep} + \mathbf{g}_m - \boldsymbol{\omega}_{ie} \times (\boldsymbol{\omega}_{ie} \times \mathbf{r}) \\ &= \mathbf{f} - (2\boldsymbol{\omega}_{ie} + \boldsymbol{\omega}_{ep}) \times \mathbf{v}_{ep} + \mathbf{g} \end{aligned} \quad (1-24)$$

1.3 捷联惯性导航系统的基本工作原理

惯性导航是一种先进的导航方法,它是通过测量载体本身的加速度来完成导航任务的。根据牛顿惯性原理,利用惯性元件(陀螺仪、加速度计)测量出载体的加速度,经过积分和运算便可获得速度和位置,供导航使用^[12]。

简化的平台惯性导航系统原理如图 1-5 所示。图中 v_N 、 v_E 分别为北向速度和东向速度,并假设载体在地球表面运行,即高度为零。

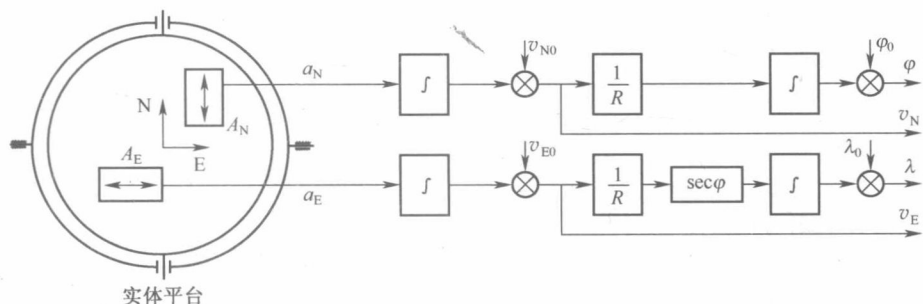


图 1-5 简化的平台惯性导航系统原理

将加速度计测出的加速度信号 a_E 、 a_N 进行一次积分,与初始速度 v_{N0} 、 v_{E0} 相加,得到载体速度分量,即

$$\begin{cases} v_N = \int_0^t a_N dt + v_{N0} \\ v_E = \int_0^t a_E dt + v_{E0} \end{cases} \quad (1-25)$$

将速度 v_N 、 v_E 进行变换并再次积分,就得到载体位置变化量,与初始经纬度 λ_0 、 φ_0 相加,得到载体所在地理位置的经度 λ 和纬度 φ ,供给载体导航定位使用,即

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{R} \int_0^t v_E \sec \varphi dt + \lambda_0 \\ \varphi = \frac{1}{R} \int_0^t v_N dt + \varphi_0 \end{cases} \quad (1-26)$$

计算出的速度 v_N 、 v_E ,按 $v = \sqrt{v_N^2 + v_E^2}$ 进行合成计算,得到载体运动速度。捷联惯性导航系统采用陀螺仪和加速度计直接与载体固连,省去平台惯性导航系统中的实体稳定平台,而代之以导航计算机产生的数学平台。图 1-6 示出了捷联惯性导航系统的原理框图。捷联惯性导航系统主要由惯性测量组件 (Inertial Measurement Unit, IMU)、导航计算机和控制显示器等组成。

惯性测量组件包括陀螺仪组件和加速度计组件。陀螺仪组件测量沿载体坐标系三个轴的角速度信号,并送入导航计算机,经误差补偿计算后进行姿态矩阵计算;加速度计组件测量沿载体坐标系三个轴的加速度信号,并送入导航计算机,经误差补偿计算后,进行由载体坐标系至平台坐标系的坐标变换计算。

姿态矩阵一方面用于坐标变换,即把沿载体坐标系的加速度信号变换成平