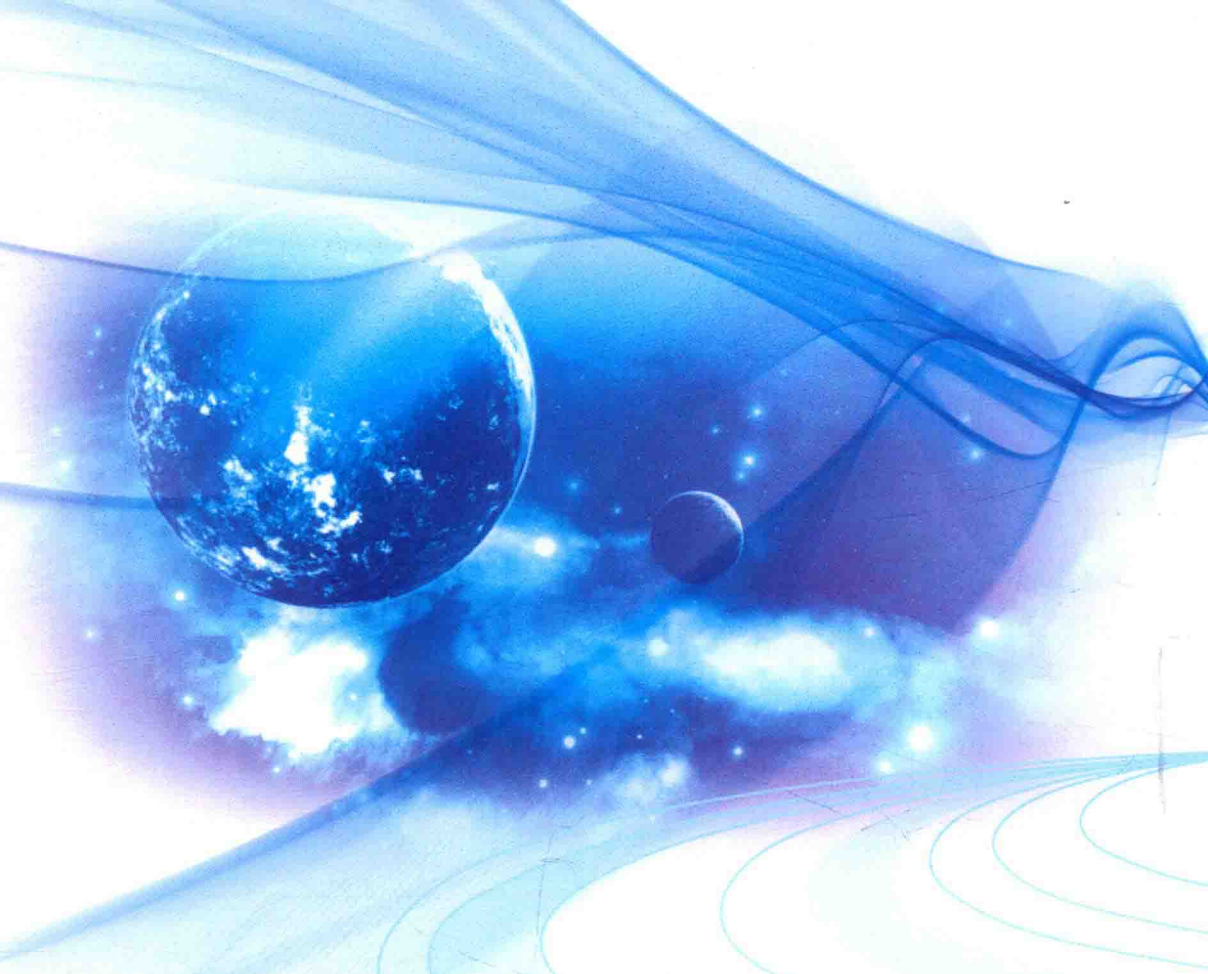




超导磁悬浮地球物理 仪器与技术

胡新宁 著



科学出版社

超导磁悬浮地球物理 仪器与技术

胡新宁 著

贵州师范学院内部使用

科学出版社

北 京

内 容 简 介

超导地球物理精密仪器蕴藏着十分巨大的发展潜力。本书以超导磁悬浮地球物理仪器为主线,系统介绍了超导科学技术相关基础知识、超导磁悬浮原理,以及部分超导磁悬浮地球物理仪器。全书内容分为4章,分别为超导电性的基本特征、超导电性的基本理论、超导体的分类及特征,以及超导磁悬浮地球物理仪器。本书不但注重超导磁悬浮地球物理仪器的介绍,而且对超导科学技术的相关原理进行了详细的阐述,使读者在初步了解仪器的情况下,能够更加清晰理解其工作原理,对其有更深层次的认识。

本书对从事大地测量和地球物理研究的科研和工程人员,以及对超导精密测量仪器感兴趣的读者具有一定的参考价值;对国内开展相关超导精密仪器研究的研究生和科研人员也具有一定的参考意义。

图书在版编目(CIP)数据

超导磁悬浮地球物理仪器与技术 / 胡新宁著. —北京: 科学出版社, 2019.7

ISBN 978-7-03-061879-5

I. ①超… II. ①胡… III. ①地球物理观测仪器 IV. ①TH762

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 146998 号

责任编辑: 闫 悦 / 责任校对: 张凤琴
责任印制: 吴兆东 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2019 年 7 月 第 一 版

开本: 720×1000 1/16

2019 年 7 月 第一次印刷

印张: 13 1/2 插页: 1

字数: 272 000

定价: 88.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

人类对大自然的好奇与生俱来，这促使我们不断地去探索自然、发现自然、利用自然。随着人类探索自然的不断深入，我们对探索工具的要求也越来越高，超导地球物理精密仪器是目前能够满足此类要求的重要工具之一。

自 1911 年超导现象被发现以来，超导科学技术凭借其独特的优势，以蓬勃的姿态迅速地发展起来。陆、海、空、天等各领域科学研究和应用的需求，牵引着超导精密仪器与测量技术的发展，由于其本身是一门多学科交叉的科学技术，在发展过程中也会带动一些新的学科和技术发展。作为超导科学技术的重要应用方向，超导地球物理精密仪器今后将越来越广泛地得到应用，在精密测量仪器中占据重要地位。例如，为获取地球内部运移的丰富信息，要运用超导重力仪进行地球重力场的时变测量；为验证爱因斯坦广义相对论所预言的短程线效应和坐标系拖拽效应，要利用超导技术研制世界上精度最高的陀螺仪来测量；为进行外星起源预期引力波的测量，要利用到超导加速度计；为寻找轴子和宇宙背景微中子，要用到超导差分加速度计；为进行牛顿引力平方反比定律的检验，要用到超导重力梯度仪等。

本书论述了超导科学技术相关基础知识、超导磁悬浮原理，以及部分超导磁悬浮地球物理仪器，全书共 4 章。第 1 章介绍超导电性的基本特征，包括超导体的三种特性：零电阻现象、迈斯纳效应和约瑟夫森效应；第 2 章介绍超导电性的基本理论，包括超导相变热力学理论、超导体电动力学理论、超导电性微观理论和京茨堡-朗道理论；第 3 章介绍超导体的分类及特征，包括第一类超导体、理想第二类超导体、非理想第二类超导体和实用化的超导材料；第 4 章介绍超导磁悬浮地球物理仪器，首先介绍了地球物理的一些基本概念和低温超导磁悬浮原理，随后介绍了目前具有代表性的各类超导磁悬浮地球物理仪器，包括重力仪、重力梯度仪、加速度计和陀螺仪。

感谢国家自然科学基金委员会重大仪器项目(41527802)、中国科学院科研装备研制项目等的支持，感谢课题组全体同事和博士研究生王浩、黄兴，以及硕士研究生胥靖文、何忠名、牛飞飞等在本书编写过程中提供的支持和帮助。

由于作者水平有限，书中难免存在一些疏漏，敬请读者批评指正。

胡新宁

2018 年 9 月于北京中关村

目 录

第 1 章 超导电性的基本特征	1
1.1 零电阻现象	1
1.2 基本临界特性	2
1.2.1 临界温度	2
1.2.2 临界磁场	4
1.2.3 临界电流	5
1.3 迈斯纳效应	5
1.4 约瑟夫森效应	7
1.4.1 直流约瑟夫森效应	8
1.4.2 交流约瑟夫森效应	11
1.4.3 超导量子干涉仪	11
参考文献	22
第 2 章 超导电性的基本理论	23
2.1 超导相变热力学理论	23
2.1.1 二流体模型	23
2.1.2 超导态性质	24
2.2 超导体电动力学理论	27
2.2.1 伦敦理论	27
2.2.2 皮帕尔德理论	30
2.3 超导电性微观理论	35
2.3.1 同位素效应与能隙	35
2.3.2 电子-声子相互作用	37
2.3.3 Cooper 对	42
2.4 京茨堡-朗道理论	45
2.4.1 二级相变理论	45
2.4.2 京茨堡-朗道方程	47

参考文献	50
第3章 超导体的分类及特征	51
3.1 第一类超导体	51
3.2 理想第二类超导体	52
3.3 非理想第二类超导体	54
3.4 实用化的超导材料	58
3.4.1 铌钛超导线材	60
3.4.2 A15 型化合物铌三锡和铌三铝超导线材	61
3.4.3 铋系(Bi 系)高温超导带材	62
3.4.4 钇系(Y 系)高温超导带材	63
3.4.5 MgB_2 高温超导带材	63
3.4.6 铁基超导带材	64
参考文献	65
第4章 超导磁悬浮地球物理仪器	66
4.1 地球参考模型	66
4.1.1 地球几何模型	66
4.1.2 地球引力模型	68
4.1.3 地球重力场	70
4.1.4 重力异常	74
4.2 低温超导磁悬浮原理	76
4.3 重力仪	80
4.3.1 引言	80
4.3.2 超导重力仪磁悬浮系统基本结构及原理	87
4.3.3 超导重力仪磁悬浮系统电磁特性分析	89
4.4 重力梯度仪	108
4.4.1 重力梯度概念	109
4.4.2 超导磁悬浮重力梯度测量原理及结构	110
4.4.3 仪器的结构悬浮特性	120
4.5 加速度计	132
4.5.1 加速度计原理	133
4.5.2 六轴加速度计原理	136

4.6 陀螺仪	140
4.6.1 工作原理和特点	141
4.6.2 旋转驱动系统结构	143
4.6.3 旋转驱动系统电磁特性分析	147
4.6.4 超导磁悬浮转子旋转特性	161
4.6.5 超导磁悬浮转子装置漂移测试方法	180
参考文献	204

彩图

第 1 章 超导电性的基本特征

自从 20 世纪初发现零电阻现象以来，超导电性包括零电阻特性、完全抗磁性以及约瑟夫森效应等不断被人们研究认识。百年来，超导技术在能源、信息、交通、医疗、科学仪器和大科学装置等领域获得了巨大应用。本章介绍超导电性的相关基础知识，为后续掌握各类超导应用技术奠定基础。

1.1 零电阻现象

19 世纪末期液化气体的低温技术不断取得突破。1898 年，苏格兰物理学家杜瓦 (Dewar) 第一次实现氢气液化，液化温度为 20.37K。1908 年，荷兰莱顿大学的海克·卡末林·昂内斯 (Heike Kamerlingh Onnes) 教授成功地实现了氦气的液化，实验获得了一个大气压下氦气 4.2K 的液化温度，降低压强可以使氦的温度达到 1.8K，从而形成超流氦。

由于金属的电阻与温度具有正相关的性质，昂内斯为检验这种关系，在 1911 年选用水银做实验。在实验过程中，温度达 233K (-40°C) 时，水银从液态转为固态。将固态水银拉成细丝，在持续降温的同时测量其电阻，在 4.2K 时水银电阻几近消失，结果如图 1.1.1 所示。

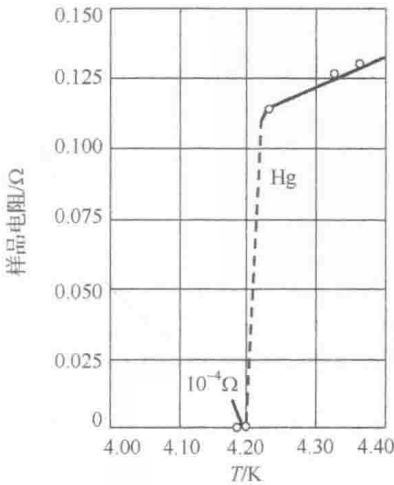


图 1.1.1 水银的电阻在 4.2K 温度附近发生的急剧变化

图 1.1.1 中横坐标是温度，纵坐标是相应温度下水银的电阻值。由图 1.1.1 可见，

在 4.2K 附近，水银的电阻骤然下降至接近于 0 的值。持续电流实验表明 4.2K 时的电阻率大概是 $10^{-23}\Omega\cdot\text{cm}$ 。但良导体铜在同温度下的电阻率大概是 $10^{-9}\Omega\cdot\text{cm}$ ，两者相差甚远，所以可以将水银在 4.2K 温度下的电阻视为零。这种低温下物质的电阻突然消失的现象定义为超导电性的零电阻现象^[1]。在 4.2K 以下的温度，水银进入了一个新的物质状态，昂内斯把这种具有超导电性的物质状态定名为超导态^[2]。

1.2 基本临界特性

临界温度 T_c 、临界磁场 H_c 和临界电流 I_c 为超导材料的三大基本临界特性。超导材料只有在同时满足这三个临界条件时才能处于超导态。 T_c 、 H_c 是材料的本征参数，只与材料的电子结构有关；而 I_c 和 H_c 相关联并依赖于温度。

1.2.1 临界温度

临界温度用 T_c 表示，是出现超导电性的温度，一般取转变曲线中点所对应的温度值。金属在其 T_c 以下转为超导态，而 T_c 以上的状态就是正常态^[3]。

在一定的温度间隔内，金属从正常态过渡到超导态，这个温度间隔 ΔT_c 称为转变宽度，如图 1.1.1 所示，水银的 $\Delta T_c=0.02\text{K}$ 。在 ΔT_c 内，金属的电阻从一个有限值急剧变化到零^[3]。

金属元素中 T_c 较低的是钨 (0.01K)，较高为铌 (9.2K)。有一些元素在一般情况下不超导，而在高压或低温下制成薄膜就变成了超导体。例如，锗在 100kbar 压力下变成超导体， $T_c=5.4\text{K}$ ^[3]；但是良导体如 Cu、Ag 和 Au 等，即使温度降低到极低温，也不出现超导电性。典型的具有超导电性的纯金属元素如表 1.2.1 所示^[4]。

表 1.2.1 具有超导电性的纯金属元素 T_c 值

材料的类型	临界温度 T_c/K	材料的类型	临界温度 T_c/K
Zn	0.9	Hg	4.2
Al	1.2	Ta	4.5
In	3.4	Pb	7.2
Sn	3.7	Nb	9.2

已发现的超导体包含 28 种元素、几千种合金和化合物。通常将这些金属或金属合金的超导体称为常规超导体。几种常见的合金和化合物的 T_c 值列于表 1.2.2^[3]中。

表 1.2.2 常用的合金和化合物的 T_c 值

名称		T_c/K	名称		T_c/K
合金	Nb-Ti	~9.5	化合物	$\text{Nb}_3(\text{Al}_{0.75}\text{Ge}_{0.25})$	20.8
	Nb-Zr	~10		Nb_3Ge	23.2
	Nb-Zr-Ti	~9.8		NbN	15.6

续表					
名称		T_c/K	名称		T_c/K
化合物	Nb ₃ Sn	18.05	化合物	Pb _{1.0} Mo _{5.1} S ₆	14.4
	V ₃ Si	18		Li _{0.8} Ti _{1.1} S ₂	13
	Nb ₃ Ga	20.3		(YTh) ₂ C ₈	17

科学家经过近 60 年的努力去寻找临界温度较高的超导材料,但都没有突破性的进展。1973 年英美科学家发现 23K 超导转变温度的铌锆合金,而此后的 10 多年没有更多的进展。直到 1986 年,贝德诺茨和米勒总结他人失败的教训,摒弃了在金属和合金中寻找超导材料的旧观念,发现了临界温度为 35K 的镧钡铜氧陶瓷氧化物(La-Ba-Cu-O)。

在此后的 1987 年,科学家又相继发现了临界温度为 78.5K 和 98K 的钇钡铜氧(Y-Ba-Cu-O)系高温超导材料。1988 年,发现临界温度为 110K 的铋锶钙铜氧(Bi-Sr-Ca-Cu-O)系高温超导合金和临界温度为 125K 左右的铊钡钙铜氧(Tl-Ba-Ca-Cu-O)系材料。之后,1993 年发现的汞钡钙铜氧(Hg-Ba-Ca-Cu-O)超导体又将临界温度提高到 135K。一些常用高温超导材料的组成和临界温度列于表 1.2.3 中^[4]。

表 1.2.3 常用高温超导体的组成和 T_c 值

组成	T_c/K	组成	T_c/K
Hg _{0.8} Ti _{0.2} Ba ₂ Ca ₂ Cu ₃ O _{8.33}	138	Y ₂ Ba ₄ Cu ₇ O ₁₅	95
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₈	133~135	YbBa ₂ Cu ₃ O ₇	89
HgBa ₂ Ca _{1-x} Sr _x Cu ₂ O ₆₊	123~125	(Ba,Sr)CuO ₂	90
HgBa ₂ CuO ₄₊	94~98	La ₂ Ba ₂ CaCu ₅ O ₉₊	79
TlBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₉₊	133	Pb ₂ Sr ₂ (Y,Ca)Cu ₃ O ₈	70
Tl _{1.6} Hg _{0.4} Ba ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀₊	126	GaSr ₂ (Y,Ca)Cu ₂ O ₇	70
Tl _{0.5} Pb _{0.5} Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₉	118~120	(In _{0.3} Pb _{0.7})Sr ₂ (Ca _{0.8} Y _{0.2})Cu ₂ O _x	60
Tl ₂ Ba ₂ CuO ₆	95	(La,Sr,Ca) ₃ Cu ₂ O ₆	58
Bi _{1.6} Pb _{0.6} Sr ₂ Ca ₂ Sb _{0.1} Cu ₃ O _y	115 (薄膜)	La ₂ CaCu ₂ O ₆₊	45
Bi ₂ Sr ₂ CaCu ₂ O ₉	110	SrNdCuO	40
Sn ₂ Ba ₂ (Ca _{0.5} Tm _{0.5})Cu ₃ O _x	~115	(La,Ba) ₂ CuO ₄	35~38
Sn ₂ Ba ₂ (Sr _{0.5} Y _{0.5})Cu ₃ O ₈	86	(Nd,Sr,Ce) ₂ CuO ₄	35
Ca _{1-x} Sr _x CuO ₂	110	Pb ₂ (Sr,La) ₂ Cu ₂ O ₆	32
AuBa ₂ Ca ₃ Cu ₄ O ₁₁	99	(La _{1.85} Ba _{0.15})CuO ₄	30
AuBa ₂ (Y,Ca)Cu ₂ O ₇	82	MgB ₂	39
AuBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₉	30	Ba _{0.6} K _{0.4} BiO ₃	30

2001 年,临界温度为 39K 的二硼化镁超导材料被发现。7 年后,日本科学家发现铁砷化物体系具有 26K 的超导电性^[5]。此后,经过中国科学家的努力,铁砷化物体系的超导临界温度迅速突破了 40K,在块体材料中更是将临界温度提升至 55K^[6]。

具有大的临界电流密度、高的上临界场，以及小的各项异性等优点的铁基超导体就此被发现，未来具有较好的应用前景。国际电工委员会 (International Electrotechnical Commission, IEC) 定义临界温度在 25K 以上的材料为高温超导体，25K 以下的材料称为低温超导体。当前发现仅有的两大高温超导家族就是上述的铜氧化物和铁基超导体。

2015 年，德国马克斯·普朗克化学研究所和德国美因茨·约翰内斯·古腾堡大学的研究人员发现 203K(零下 70 摄氏度) 的温度下，当硫化氢被放置在约 150 万倍标准大气压的压力下，硫化氢呈现超导电性^[7]，为进一步提高临界温度开辟了新的途径。

1.2.2 临界磁场

昂内斯在 1913 年尝试用超导铅线制作超导磁体，一旦线中的电流大于某一个值的时候，超导线就失去超导性而转变成正常态。次年，他发现在实验中处于临界温度以下的超导体，在外加磁场超过某一值的时候超导电性会遭到破坏，则把能够破坏超导态所需的最小磁场强度定义为临界磁场 $H_c(T)$ 。

图 1.2.1 为超导体相图， $H_c(T)$ 曲线把 H - T 平面分成两个区域。 $H_c(T)$ 曲线称为相变曲线，曲线下面金属处于超导态，曲线上金属转变为正常态^[3]。温度一定的情况下，增大磁场可以破坏超导电性；磁场强度一定的情况下，提高温度也可达到同样的效果^[1]。

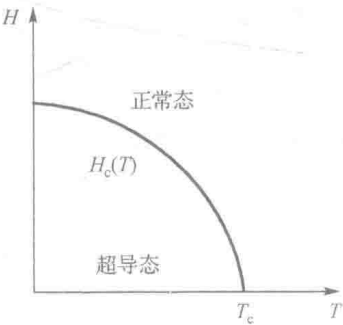


图 1.2.1 超导体相图

临界磁场是标志超导体性质的重要物理量之一。各种不同的超导体的 H_c - T 曲线可近似地用下列公式表示：

$$H_c(T) = H_c(0)[1 - (T/T_c)^2] \tag{1.2.1}$$

式中， $H_c(0)$ 代表了 $T = 0K$ 时超导体的临界磁场，常写成 H_0 。式 (1.2.1) 和实验值的偏差上限为 5%。若要与实验值符合得很好，则需要用多项式表示 $H_c(T)$ 。从式 (1.2.1) 可以看出，若已知 H_0 与 T_c 两个参量，就可求出在其他温度 ($T < T_c$) 下的临界磁场。表 1.2.4 列出了一些超导元素的 H_0 ^[1]。

表 1.2.4 部分超导元素的 H_0

元素	临界温度 (T_c/K)	临界磁场 (H_0/mT)	元素	临界温度 (T_c/K)	临界磁场 (H_0/mT)
Be	0.026	—	Sn	3.722	30.9
Al	1.140	10.5	La	6.00	110.0
Ti	0.39	10.0	Ta	4.483	83.0
V	5.38	142.0	W	0.012	0.107
Zn	0.875	5.3	Re	1.4	19.8
Ga	1.091	5.1	Os	0.655	6.5
Zr	0.546	4.7	Ir	0.14	1.9
Nb	9.2	198.0	Hg	4.153	41.2
Mo	0.92	9.5	Tl	2.39	17.1
Rh	0.0003	0.0049	Pb	7.193	80.3
Cd	0.56	3.0	Th	1.368	0.162
In	3.4035	29.3	Pa	1.4	—

1.2.3 临界电流

其实在发现外加磁场能破坏超导体的超导电性之前，昂内斯就已经发现当流过超导线的电流超过一临界值 I_c 后，超导体将转变为正常态，定义这个临界值 I_c 为超导体的临界电流。

临界电流随温度变化的关系有

$$I_c = I_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$

(1.2.2)

式中， $I_c(0)$ 代表在 $T = 0\text{K}$ 时超导体的临界电流。

超导体只有处在这些临界值以下的状态时才具有超导态，三者缺一不可，三者关系可用图 1.2.2 表示。超导材料的三个临界值越高，实用性就越强，应用价值就越高。

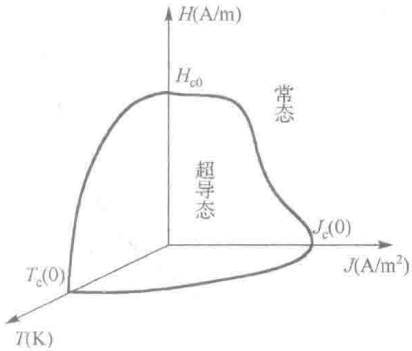


图 1.2.2 超导体临界特性参数三维示意图

1.3 迈斯纳效应

零电阻现象发现以来的 20 多年，人们一直将超导体和完全导体(无电阻导体)

完全等同起来，认为它的磁性质可以通过零电阻现象和麦克斯韦方程得到。那两者的磁性质是否相同呢？

图 1.3.1 中，从图 1.3.1(a) 到图 1.3.1(b) 表示在无外加磁场的情况下经冷却使样品变为完全导体，然后在图 1.3.1(b) 的条件下加上外磁场变成图 1.3.1(c)。由于在完全导体中电场为零，即在完全导体中不可能有随时间变化的磁感应强度，所以磁通线像图 1.3.1(c) 一样没有穿过完全导体。在图 1.3.1(d) 时将外磁场撤离，完全导体依旧没有磁通线穿过。在另一情况下，把图 1.3.1(e) 的正常导体加外磁场变成图 1.3.1(f)，磁通线穿过正常导体内部。图 1.3.1(f) 降温冷却后该样品已经变为图 1.3.1(g) 的完全导体，去掉外磁场后转变成图 1.3.1(h)。完全导体的磁性质使导体表面感生出无阻电流，这个电流产生的磁场与外加磁场变化在样品内部的磁通分布处处相等而方向相反，使样品磁感应强度没有变化，即样品内部的磁通分布不变，可以认为磁通分布被“冻结”在完全导体中，完全导体还保持着穿过其体内的磁通线。可见，在给定不同温度和外磁场顺序下，完全导体的状态并不是唯一的，而与其历史(途径)有关^[1,8]。完全导体的上述磁性质必然产生滞后效应。完全导体在磁场中的行为是不可逆的^[1]。

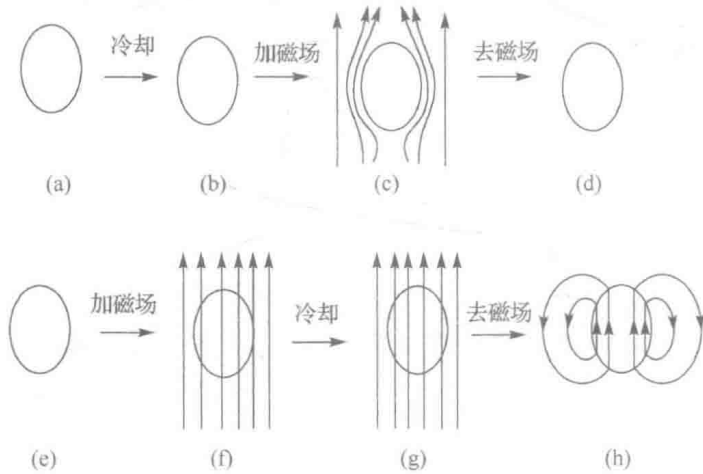


图 1.3.1 完全导体的磁性质

1933 年，迈斯纳和奥克森菲尔德测量了铅和锡圆柱材料在垂直其轴向外加磁场下，圆柱外部磁场的分布情况。当超导体从正常态转变为超导态后，穿透进入样品的磁通量完全被排除到样品外，样品外的磁通密度同时增大，具体过程参见图 1.3.2(e)～图 1.3.2(f)。这表明，超导体与完全导体的磁性质是不同的，超导体在磁场中的行为是可逆的。在临界温度以下的超导体，其内部磁场总是 0，与其在正常态时是否有外加磁场无关。把这种样品在施加外磁场时内部不出现净磁通密度的特性称为完全抗磁性，定义为迈斯纳效应。

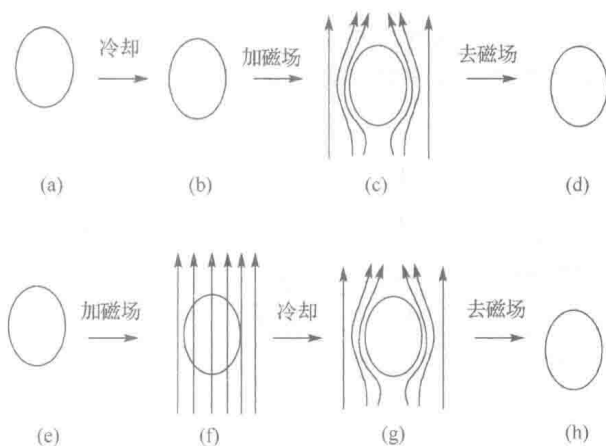


图 1.3.2 超导体的磁性质

利用迈斯纳效应产生的超导磁悬浮可描述为：外加磁场无法穿透超导体，在超导体表面产生感应电流，感应电流产生的磁场与外加磁场大小相等方向相反，表现出斥力，这种斥力就是超导磁悬浮力。高精度超导磁悬浮地球物理仪器的物理基础正是迈斯纳效应。

1.4 约瑟夫森效应

迈斯纳效应发现后的近 30 年里都没有发现新的超导特性，直至 1962 年约瑟夫森发现超导量子隧道效应。约瑟夫森首次预测了超导状态下库珀电子对的隧穿现象，在他的预测以前，人们只知道处于非超导状态的电子可以借量子隧穿效应流过绝缘层。

约瑟夫森理论研究了两块超导体中夹着的一层非常薄的绝缘层的物理模型。当两块超导体之间电位差为零时，允许通过一个零电压直流电流；当有直流电位差在两块超导体之间时，可以通过一个特定频率的交流电流。约瑟夫森的这些理论研究很快都被实验所证实，因此，人们把它们称为直流约瑟夫森效应和交流约瑟夫森效应。约瑟夫森效应在电子学领域获得了重要应用，形成了超导电子学这门新的分支学科。

将绝缘介质或非超导体放在两块超导体之间，形成一个“弱连接”，库珀电子对可以从一个超导体通过隧道效应转移到另一个超导体，绝缘层也将是一个超导体，只不过它的超导电性与两侧的超导体不同，它是一个弱连接的超导体。在一定的外界条件下，两块超导体之间会形成宏观量子位相差。约瑟夫森效应是宏观量子效应的一种体现。具有这一类特殊结构的弱连接超导体称为“超导结”，又称为约瑟夫森结。

隧道结是具有典型约瑟夫森效应的超导结。结的制作首先是在一层超导膜上生成一种厚度在 $1 \sim 3\text{nm}$ 之间的氧化物绝缘层，然后再叠上一层超导膜而成，结的室温隧道电阻范围从毫欧到几十欧姆不等。当氧化层的厚度继续增加时，则可能变为单电子隧道结。

超导结具有不同于整块超导体的特殊现象和性质，电子对在超导结中以超导电流的形式从一个超导体流向另一个超导体。超导电流与两块超导体之间的宏观量子位相差有如下关系^[3]：

$$j_s = j_c \sin \varphi \tag{1.4.1}$$

式中， j_s 为超导电流密度； j_c 为临界电流密度(超导隧道结能承受的最大电流密度)； φ 为两块超导体之间的宏观量子位相差。

若超导结处于一个强度为 B 的恒定外磁场中，并且磁场方向与结平面平行，如图 1.4.1 所示，那么由超导体的宏观理论可以推断位相差 φ 与外磁场 B 的函数关系：

$$\frac{\varphi}{z} = \frac{2ed}{\hbar} B \tag{1.4.2}$$

式中， e 为电子常数； $\hbar$ 为普朗克常数 $h/2\pi$ ； d 为磁场在结区附近的透入深度，它是超导体的穿透深度 2λ 与绝缘层厚度 l 之和； z 为坐标参量。

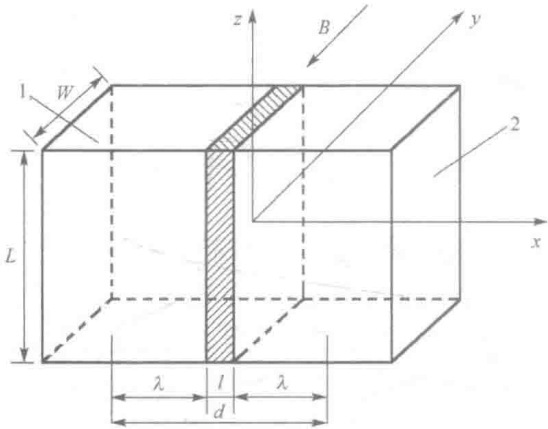


图 1.4.1 结截面示意图^[3]

1 为超导体 1；2 为超导体 2； l 为绝缘层厚； λ 为穿透深度； L 为 z 方向结边长； W 为 y 方向结边长

由超导体的宏观理论还可以导出位相差 φ 与结两端电压 U 之间的关系：

$$\frac{\varphi}{t} = \frac{2e}{\hbar} U \tag{1.4.3}$$

式中， t 为时间。

式(1.4.1)、式(1.4.2)和式(1.4.3)就是约瑟夫森效应的基本关系式。这些基本关系式是了解直流约瑟夫森效应和交流约瑟夫森效应的基础。

1.4.1 直流约瑟夫森效应

由于库珀对的隧道效应，当约瑟夫森结两端不存在电压时，可能有超导电流存在于结中。如果这个电流小于某一临界电流 I_c ，那么这种零电压状态将会保持，这

个电流 I_c 称为约瑟夫森临界电流。平行于结平面施加恒定外磁场时，结中的隧道电流密度在结平面的法线方向上产生不均匀的空间分布。如果此时改变外磁场，结中的超导电流跟随外磁场的增加而周期性地变化，描出与光学中的夫琅和费单缝衍射分布曲线相似的曲线，称为超导隧道结的量子衍射现象。

(1) 不施加外磁场情况下，超导结的 I - U 特性^[3]。

如果结的两端不加电压，即 $U=0$ ，那么由式(1.4.3)积分，得 $\varphi = \varphi_0$ (常数)，代入式(1.4.1)，求得

$$J_s = J_c \sin \varphi_0 \quad (1.4.4)$$

直流约瑟夫森效应的含义：由于库珀对的隧道效应，以一定的电流加于超导结时，结与没有绝缘层的整块超导体的行为相同，可以通过超导电流(又称约瑟夫森电流)但结两端没有电位差，其条件为 $J_s \leq J_c$ 。

如果超导结流过的电流超过结的临界电流，超导结两端会出现电位差。那么结从库珀电子对隧道状态转变成单电子隧道状态。Pb-PbO_x-Pb 结的典型直流约瑟夫森效应如图 1.4.2 所示。

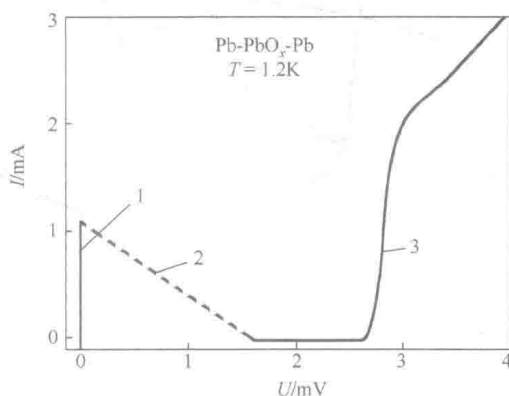


图 1.4.2 Pb-PbO_x-Pb 隧道结的直流约瑟夫森效应^[3]

1 为直流约瑟夫森电流；2 为负载线；3 为准粒子隧道

(2) 磁场对超导结中电流的影响^[3]。

直流约瑟夫森效应最显著的特点是超导隧道电流对磁场十分敏感。该特点的证明如下，将式(1.4.2)积分，得

$$\varphi = \frac{2ed}{\hbar} Bz + \varphi_0 \quad (1.4.5)$$

式中， φ_0 为积分常数，代表中心点 $z=0$ 处的宏观量子位相差。将式(1.4.5)代入式(1.4.1)，求得通过绝缘层的超导电流密度：

$$J_s = J_c \sin \left(\frac{2ed}{\hbar} Bz + \varphi_0 \right) \quad (1.4.6)$$

假设超导结结平面的几何尺寸 W 表示 y 方向边长, L 表示 z 方向边长, 如图 1.4.1 所示, 那么通过介质层的总电流 $I(B)$ 应该取 J_s 在结平面上的积分。于是,

$$I(B) = \iint J_s dydz = W \int_{-L/2}^{L/2} J_s dz = I_c(0) \frac{\sin \frac{LdB}{\Phi_0} \pi}{\frac{LdB}{\Phi_0} \pi} \sin \varphi_0 \tag{1.4.7}$$

式中, $I_c(0) = J_c WL$ 为无外磁场时结的临界电流; Φ_0 为磁通量子。

由式 (1.4.7) 可见, 在外磁场下超导结允许通过的最大超导电流:

$$I_{\max}(B) = I_c(0) \left| \frac{\sin \frac{LdB}{\Phi_0} \pi}{\frac{LdB}{\Phi_0} \pi} \right| \tag{1.4.8}$$

式 (1.4.8) 表明通过超导结的最大超导电流是磁场 B 的周期函数。外磁场的存在导致超导结的临界电流变小, 甚至降为零。图 1.4.3 所示为 Sn-SnO_x-Sn 超导结最大超导电流与外磁场关系的实验结果, 该曲线与理论计算值相吻合。

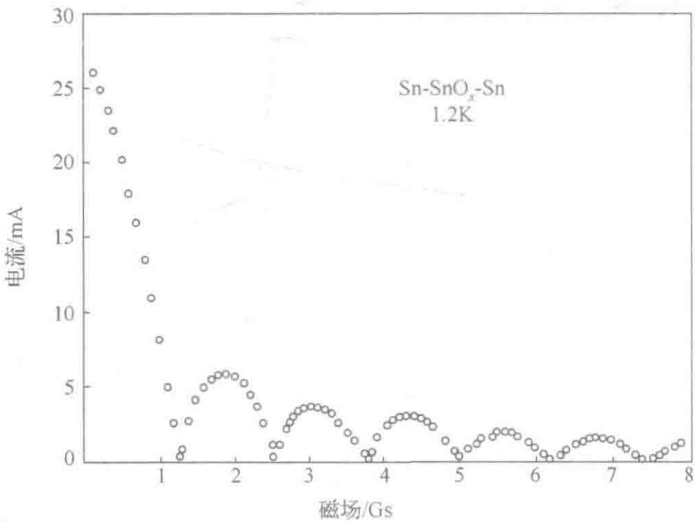


图 1.4.3 Sn-SnO_x-Sn 结最大超导电流与外磁场的关系^[3]

由图 1.4.3 可知, 通过结的最大超导电流随外磁场变化出现周期性起伏现象, 这似乎可以用来测量磁场, 但是, 依据前面的计算可知, 外磁场在超导结上的透入截面积应为 $d \times L$ 。假定某种材料的薄膜结, 其 $L = 0.1 \text{ mm}$, 外磁场的穿透深度 $\lambda = 500 \text{ \AA}$, 那么 $d \times L \approx 2\lambda \times L = 1 \times 10^{-7} \text{ cm}^2$, 因此结的临界电流起伏周期为 2 Gs 。对于这样的起伏周期, 即使设法正确地测准到百分之一周期, 那么灵敏度也只能达到 0.02 Gs 。若产生如图 1.4.3 所示的 $I-B$ 曲线的结, 其 $L = 0.25 \text{ mm}$, 则临界电流的起伏周期为 1.25 Gs 。