"十三五"普通高等教育本科规划教材

材料力学教程

苑学众　主　编
孙雅珍　马丽珠　副主编

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

"十三五"普通高等教育本科规划教材

材料力学教程

主　编　苑学众
副主编　孙雅珍　马丽珠
编　写　洪　媛　杨　楠　赵春阳　傅柏权　齐宝歆

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书内容包括材料力学的基本概念、轴向拉伸和压缩、剪切和扭转、弯曲内力、截面几何性质、弯曲应力、弯曲变形、应力状态、强度理论与弯曲和扭转的组合、压杆稳定和能量法。各章附有习题。书末附有型钢表和习题参考答案。

本书可用于普通高等学校工科专业材料力学课程教材，适合土木类和机械类各专业学生使用，也可作为同类专业的教材和参考书。

图书在版编目（CIP）数据

材料力学教程/苑学众主编．—北京：中国电力出版社，2019.2
“十三五”普通高等教育本科规划教材
ISBN 978-7-5198-2819-6

Ⅰ.①材… Ⅱ.①苑… Ⅲ.①材料力学—高等学校—教材 Ⅳ.①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 294817 号

出版发行：中国电力出版社
地　　址：北京市东城区北京站西街 19 号（邮政编码 100005）
网　　址：http://www.cepp.sgcc.com.cn
责任编辑：熊荣华（010-63412543）
责任校对：黄　蓓　王海南
装帧设计：张俊霞　郝晓燕
责任印制：钱兴根

印　　刷：北京天宇星印刷厂
版　　次：2019 年 2 月第一版
印　　次：2019 年 2 月北京第一次印刷
开　　本：787 毫米×1092 毫米　16 开本
印　　张：13.25
字　　数：323 千字
定　　价：40.00 元

前　言

本书按照普通高等学校工科专业材料力学课程的基本要求编写，可作为工程院校材料力学教材，适合土木、工程管理、房地产、造价、无机、材料、高分子、机械、交通和物流等土建类和机械类专业学生使用，也可作为同类专业的教材和参考书。本书满足材料力学教学的基本要求（40～72 学时）。

本书内容循序渐进，在保证基本教学要求的条件下，为适应教学的需要，注意内容上的精简。在材料的力学性能部分修正了以往教材中关于低碳钢试样滑移的叙述。在弯曲变形位移计算中引入了主编提出的“悬臂梁法”。在弯曲内力和弯曲变形中采用的坐标系为土建类常用的向下为正的坐标系。

本书内容共分为 11 章，分别为：材料力学的基本概念、轴向拉伸和压缩、剪切和扭转、弯曲内力、截面几何性质、弯曲应力、弯曲变形、应力状态、强度理论与弯曲和扭转的组合、压杆稳定和能量法。书末附有型钢表和大多数习题的答案。公式按“章 - 序号”编写，但推导过程中的表达式在每节中按小写拉丁字母排序。本书采用国际单位制，为简洁起见，在例题求解过程中不标注单位。

本书主编为苑学众，副主编为孙雅珍和马丽珠，其他编者有洪媛、杨楠、赵春阳、傅柏权和齐宝欣。由于编者水平有限，书中不足之处和错误在所难免，希望读者批评指正。

编者

2018 年 9 月

目 录

第 1 章　材料力学的基本概念

1.1　材料力学的任务与研究对象

在工程实际中，各种机械与结构得到广泛应用。组成机械与结构基本单位，称为构件。构件受到外力作用，同时，其尺寸与形状也发生改变。构件尺寸与形状的变化称为变形。

构件的变形分为两类：一类为外力解除后能消失的变形，称为**弹性变形**；另一类为外力解除后不能消失的变形，称为**塑性变形**或**残余变形**。

1.1.1　材料力学的研究对象

实际工程中的构件是多种多样的，根据其几何形状的特征，主要可分为杆件、板件与块件。

一个方向的尺寸远大于其他两个方向尺寸的构件，称为**杆件**或**杆**。杆是工程中最常见、最基本的构件。一根杆件的形状与尺寸由其轴线与横截面确定。轴线与杆的长度方向一致，垂直于轴线的截面称为横截面。

杆件根据轴线特征可分为直杆和曲杆，根据截面特征可分为等截面杆和变截面杆。等截面直杆的分析计算原理，一般也可近似地用于曲率较小的曲杆与截面无显著变化的变截面杆（图 1-1）。

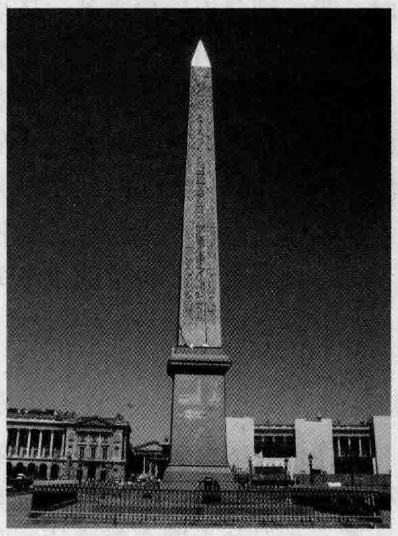


图 1-1　变截面杆

一个方向的尺寸远小于其他两个方向尺寸的构件，称为**板件**或**板**。板的中面为平面的板件称为平板，中面为曲面的板件称为**壳**（图 1-2）。

三个方向的尺寸都不能忽略的构件，称为块件或体。块体在工程机械和结构中多为连接体或基础，在计算精度要求不高的情况下，有时体可近似作为杆件来处理。

图 1-2　壳

材料力学的主要研究对象是杆件，以及由若干杆件组成的简单杆系，同时也研究一些形状与受力均比较简单的板与壳。至于一般较复杂的杆系与板壳问题，则属于结构力学与弹性力学等的研究范畴。工程实际中的构件，有许多属于杆件，而且杆件问题的分析原理与方法，也是分析其他形式构件的基础。

1.1.2 强度、刚度与稳定性

承力构件要保证正常工作，显然不能发生意外断裂或显著塑性变形。对于许多构件，工作时变形过大也是不允许的。这就要求构件具有足够的**强度**（即抵抗破坏的能力），以保证在规定的使用条件下不发生意外断裂或显著塑性变形；还要求构件具有足够的**刚度**（即抵抗变形的能力），以保证在规定的使用条件下不产生过大变形。

除此之外，还要求构件具备足够的**稳定性**（即保持原有平衡状态的能力），以保证在规定的使用条件下不失稳。对于杆件，**失稳**指的当杆的压力超过某一临界值时，突然从原来的小变形状态转变为大变形弯曲非平衡状态的现象。失稳通常会造成较严重的经济损失，所以构件工作时发生失稳也是严格禁止的。

构件具有足够的强度、刚度和稳定性是保证构件正常或安全工作的基本要求。在设计构件时，除应满足上述要求外，还应尽可能地合理选用材料与节省材料，以便减轻构件重量并降低制造成本。另外，为了构件的安全，通常希望选用优质材料并且较大尺寸的截面，但是这样又导致了材料浪费与结构笨重。可见，安全与经济以及安全与重量之间是存在矛盾的。因此，如何合理地选择材料，如何恰当地确定构件的截面形状和尺寸是构件设计中十分重要的问题。

综上所述，材料力学的主要任务就是研究构件在外力作用下的变形，受力与破坏或失效的规律，为合理设计构件提供有关强度、刚度与稳定性分析的基本理论和方法。

1.2 材料力学的基本假设

制作构件的材料各种各样，随着材料科学的发展，新材料更是层出不穷。材料通常是由多种化学成分组成，有些材料还是由多种组分形成的，如建筑上广泛使用的混凝土就是由砂、石、水泥加水混合而成的。因此从材料的微观结构出发研究构件的宏观行为，如强度、刚度和稳定性，是极其困难的，但从材料的宏观行为出发却能提炼出材料的共性。为了便于对构件的强度、刚度和稳定性进行理论分析，需要对工程材料的主要宏观力学行为作出假设。材料力学的基本假设是连续性假设、均匀性假设、各向同性假设。

1.2.1 连续性假设

假设在构件的内部毫无空隙地充满了物质，即认为是密实的。基于此假设，构件中的一些力学量，如各质点的位移，即可用坐标的连续函数表示，并可采用微积分的分析方法，给理论分析带来了极大的方便。

连续性假设不仅适用于构件变形前，而且也适用于变形后，即构件内变形前相邻近的质点变形后仍保持邻近，既不产生新的空隙或孔洞，也不出现重叠现象。

1.2.2 均匀性假设

材料在外力作用下所表现的性能，称为材料的**力学性能**或**机械性能**。在材料力学中，假设材料的力学性能与其在构件中的位置无关，即认为是均匀的。基于此假设，由构件中的任

何部位切取的无限小的长方体（即**微体**）的力学性质都可以代表构件的力学性质。显然由试件测得的力学性能，同样适用于构件内的任何部位。

对于实际材料，其基本组成部分的力学性能往往存在不同程度的差异，所以通过微体测量材料的力学性能时，对于微观上十分均匀的材料（如玻璃），微体可取得很小，而对于微观上不均匀的材料（如混凝土），微体取得要相对大，一般应不小于组分中的最大颗粒骨料（如石块）的最大尺寸的 3 倍，这样按照统计学观点，仍可将材料看成是均匀的。

1.2.3　各向同性假设

假设材料沿任何方向的力学性能都相同，即认为是各向同性的。沿各个方向力学性能相同的材料称为**各向同性材料**，沿各个方向力学性能不相同的材料称为**各向异性材料**。

玻璃是典型的各向同性材料，金属材料从微观上看属于各向异性材料，因为组成金属的微观结构晶体是各向异性的，但由于金属构件所含晶体极多（$1mm^3$ 的钢材中就包含了数万甚至数十万个晶体），而且在构件内晶体的排列又是随机的，因此，宏观上仍可将金属材料认为是各向同性材料。纤维增强的复合材料沿纤维方向的承载能力远大于垂直于纤维方向的承载能力，这说明纤维增强的复合材料在不同方向的力学性能也不同，属于典型的各向异性材料。

综上所述，在材料力学中，一般将实际材料看作是连续、均匀与各向同性的可变形固体。实践证明，在此基础上建立的理论与分析计算结果，能满足工程要求。当然随着科学技术的进步，纳米材料已经被成功研制出来，微观机械将获得越来越多的应用。在可变形固体力学理论的基础上，建立更精确的适用于微观构件的力学理论具有十分重要的现实意义。

1.3　外力和内力

1.3.1　外力

对于受力构件而言，其他构件与物体作用在其上的力均为外力，包括主动力，即**载荷**，和**约束力**。

由于外力的作用方式不同，可将其分为表面力和体积力。顾名思义，作用于构件表面的外力，称为**表面力**。例如，作用于压力容器内壁的气体或液体压力就是表面力，两个物体之间的接触压力也是表面力。作用在构件各质点上的外力，称为**体积力**，例如构件的自重和由于加速运动而产生的惯性力等。

按照表面力在构件表面的分布情况，又可将其分为分布力和集中力。连续作用在构件表面某一范围的力，称为**面分布力**，单位面积上所受的表面力称为**面力的集度**。各点集度大小不变的表面力称为**面均布力**。如果表面力的作用长度比宽度大很多，则把这样的表面力抽象为线作用力，称为**线载荷**。如果分布力的作用面积远小于构件的表面面积，或沿杆件轴线的分布范围远小于杆件长度，则可将这样的分布力抽象为作用于一点处的力，称为**集中力**。在图 1-3 中，屋顶上所受的雪载荷即为面分布力的实例，而支撑屋顶的立柱所受来自于屋顶的压力则可简化为集中力。

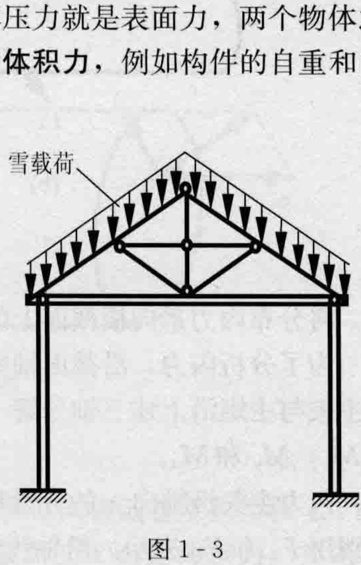


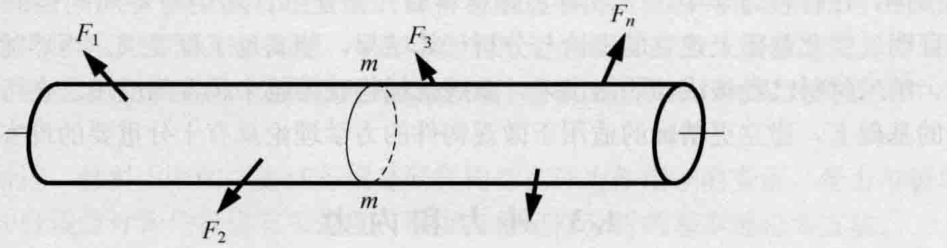
图 1-3

按照载荷随时间变化的情况，又可将其分为静载荷和动载荷。将缓慢施加达到某一数值后保持恒定或变化很小的载荷，称为**静载荷**。其特征是在加载的过程中，构件的加速度很小，以至于可以忽略不计。随时间明显变化的载荷，称为**动载荷**，例如当构件受到冲击时所受的载荷。

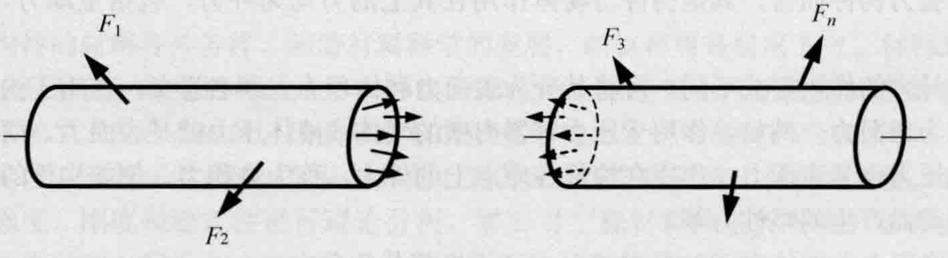
1.3.2 内力和截面法

构件未受外力作用时，材料的原子之间的相互作用力是内力。构件受外力作用时，材料的原子之间由于外力，使固体内部各质点之间相对位置发生变化，从而引起相互作用力的变化，也即产生了种由外力引起的构件内部相连部分之间的相互作用力，称为**附加内力**，简称**内力**。构件的强度、刚度及稳定性，与内力的大小及其在构件内的分布情况密切相关，因此，内力分析是解决构件强度、刚度与稳定性问题的基础。

由刚体静力学可知，为了分析两物体之间的相互作用力，应将该二物体分离。如图 1-4 (a) 所示构件在外力作用下处于平衡状态。为了研究 m-m 横截面上的内力，假想地沿该截面将杆件切分为两部分，在切开截面上，构件左右两部分相互作用的内力显示出来。如图 1-4 (b) 所示，它们是作用力与反作用力，其大小相等、方向相反。根据连续性假设，内力在切开的截面上是连续分布力系。



(a)



(b) (c)

图 1-4

将分布内力系向横截面上的一点例如形心 C 简化，得主矢 F_R 和主矩 M [图 1-5 (a)]。

为了分析内力，沿截面轴线方向建立坐标轴 x，在所切横截面内建立坐标轴 y 和 z，并将主矢与主矩沿上述三轴分解 [图 1-5 (b)]，得内力分量 F_N，F_{Sy} 和 F_{Sz}，以及内力偶矩分量 M_x，M_y 和 M_z。

内力主矢沿轴向 x 的分量称为**轴力**，用 F_N 表示。沿横截面的两个内力分量称为**剪力**，分别用 F_{Sy} 和 F_{Sz} 表示。沿轴线的内力偶矩分量称为**扭矩**，用 T 表示；沿横截面的内力偶矩

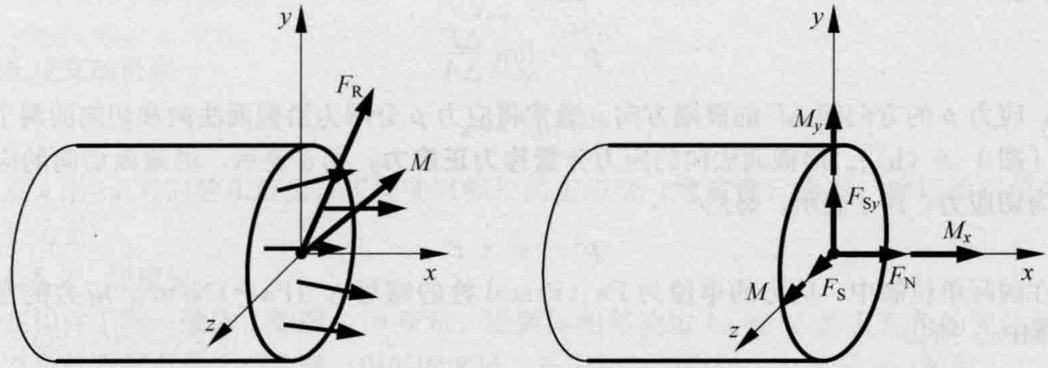


图 1 - 5

分量称为**弯矩**，分别用 M_y 和 M_z 表示。上述内力及内力偶矩分量与作用在切开杆段上的外力保持平衡，因此，由平衡方程

$$\sum F_x = 0,\ \sum F_y = 0,\ \sum F_z = 0$$
$$\sum M_x = 0,\ \sum M_y = 0,\ \sum M_z = 0$$

即可建立内力与外力间的关系，或由外力确定内力。为了叙述简单，以后将这些内力及内力偶矩分量统称为内力（分量）。上述分析内力的方法称为**截面法**。这些内力将在后续各章详细分析。

1.4　应　　力

1.4.1　正应力与切应力

为了描述截面上内力分布情况，需要引入内力集度即应力的概念。为考虑截面上任一点 k 的内力集度，取一小面积 ΔA，如图 1 - 6（a）所示，并设作用在该面积上的内力合力为 ΔF，定义**平均应力**为

$$p_{avg} = \frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{1 - 1}$$

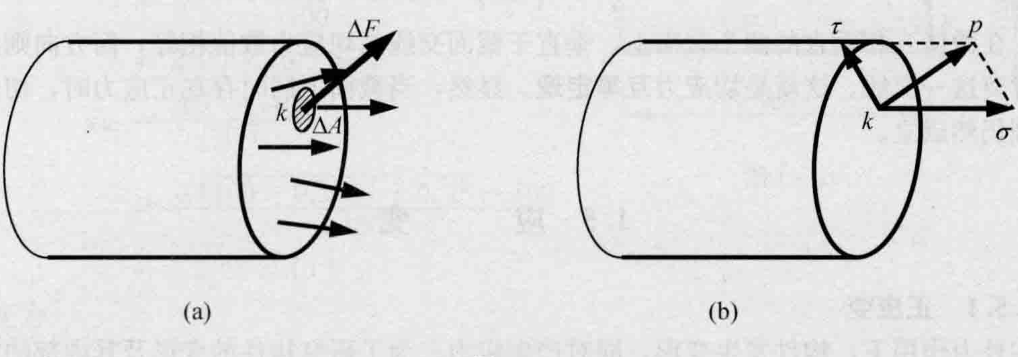


图 1 - 6

一般情况下，内力沿截面并非均匀分布，平均应力的大小和方向将随着所取面积 ΔA 的大小而异。ΔA 趋近于零时（点 k）平均应力的极限值，称为截面上 k 点处的**应力**，并用 p

表示，即

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{1-2}$$

显然，应力 p 的方向即 ΔF 的极限方向。通常将应力 p 分解为沿截面法向和切向的两个应力分量［图 1-6（b）］。沿截面法向的应力分量称为**正应力**，用 σ 表示，沿截面切向的应力分量称为**切应力**，用 τ 表示。显然

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \tag{1-3}$$

在国际单位制中，应力的单位为 Pa（Pascal 姓的缩写），$1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$，应力的常用单位为 MPa，所以

$$1\text{MPa} = 10^6\,\text{Pa}$$

1.4.2 单向应力、纯剪切和切应力互等定理

为了全面研究一点处的应力，可围绕该点一微体进行研究。显然，在微体不同方位的截面上，应力一般也不相同。

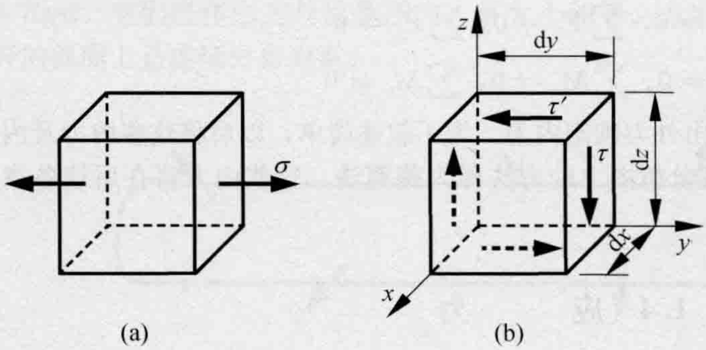


图 1-7

微体受力最基本、最简单的形式有两种，一种是**单向受力**或**单向应力**状态［图 1-7（a）］，另一种是**纯剪切**应力状态［1-6（b）］。在单向受力状态下，设微体右侧面的正应力为 σ，根据微体的平衡条件，左侧面的正应力也为 σ。对于图 1-7（b）所示微体，左右侧面的切应力必然相等，设其大小为 τ。为保持微体平衡，在上下侧面就必然有等值反向的切应力，设其大小为 τ'，方向如图所示。由平衡方程

$$\sum M_x = 0,\ \tau' \mathrm{d}x\mathrm{d}y \cdot \mathrm{d}z - \tau \mathrm{d}x\mathrm{d}z \cdot \mathrm{d}y = 0$$

得

$$\tau = \tau' \tag{1-4}$$

所以，在微体互相垂直的两个截面上，垂直于截面交线的切应力数值相等，而方向则共同指向或背离这一交线。这就是**切应力互等定理**。显然，当截面上同时存在正应力时，切应力互等定理仍然成立。

1.5 应　　变

1.5.1 正应变

在外力作用下，构件发生变形，同时产生应力。为了研究构件的变形及其内部的应力分布，需要了解构件内部各点处的变形。为此，在任一点取一单元体（各棱边长度非常小的长方体）（图 1-8），设单元体一侧边 ka 的原长为 Δs，变形后，长度增加了 Δu。Δu 与 Δs 的比值称为 ka 方向的**平均正应变**，即

$$\varepsilon_{avg} = \frac{\Delta u}{\Delta s}$$

平均正应变的极限

$$\varepsilon = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta s} \tag{1-5}$$

称为点 k 沿 ka 方向的**正应变**。正应变以伸长的正应变（**拉应变**）为正，缩短的正应变（**压应变**）为负。

1.5.2　切应变

在构件中取一微体，如图 1-9 所示。设微体相邻棱边 ka 和 kb 所夹直角的变化量为 γ，这一直角的变化量称为**切应变**，用弧度度量。正应变与切应变均为量纲为一的量。

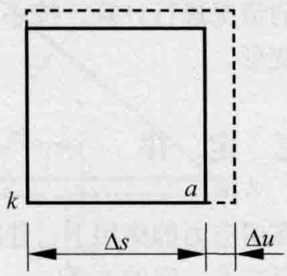


图 1-8

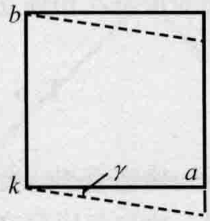


图 1-9

例 1-1　图 1-10 表示正方形 $ABCD$ 的变形情况。确定棱边 AB 和 AD 的平均正应变和点 A 处直角 BAD 的切应变。

解：$ABCD$ 由于大小和形状发生了改变，是拉压变形和剪切变形的叠加。下面根据定义和小变形假设两种情况分别计算。

根据平均正应变的定义，有

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\overline{AB'} - \overline{AB}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{100^2 + 0.02^2} - 100}{100} = 2.00 \times 10^{-8} \approx 0$$

$$\varepsilon_{AD} = \frac{\overline{AD'} - \overline{AD}}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{(100 - 0.05)^2 + 0.1^2} - 100}{100} = -5.00 \times 10^{-4}$$

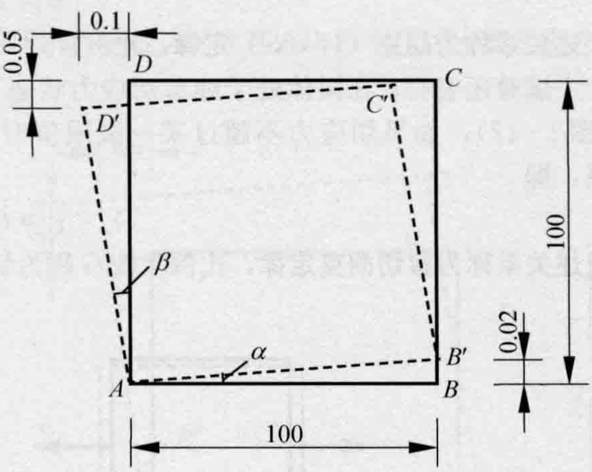


图 1-10

切应变为

$$\gamma = \beta - \alpha$$

$$\tan\beta = \frac{0.1}{100 - 0.05} = 1.00 \times 10^{-3}，\tan\alpha = \frac{0.02}{100} = 2.00 \times 10^{-4}$$

$$\beta - \alpha = 0.057° - 0.011° = 0.05°$$

$$\gamma = 0.05^\circ = 8.01 \times 10^{-4}\,(\text{rad})$$

一般构件的变形都很小，在这种情况下，由于切应变 γ 很小，AB 棱边的平均正应变为 AB 棱边变形后的长度在 AB 方向的投影的正应变，显然，有

$$\varepsilon_{AB} = 0$$

同理，AD 棱边的平均正应变为

$$\varepsilon_{AD} = \frac{\overline{AD'} - \overline{AD}}{\overline{AD}} = \frac{-0.05}{100} = -5 \times 10^{-4}$$

$$\gamma = \frac{0.1}{100} - \frac{0.02}{100} = 8 \times 10^{-4}\,(\text{rad})$$

比较两种解法所得的结果，可见按小变形计算的结果与按定义计算的结果是十分接近的，所以在没有指明的情况下，总是按小变形的情况进行计算。按小变形计算时，实际上就是认为拉压变形和剪切变形是互相独立的两种变形。

1.6 胡 克 定 律

在正应力的作用下，伴随着正应变产生；在切应力的作用下，伴随着切应变的产生，显然，对于一种具体材料，应力与应变之间必然存在着一定的关系。

试验表明，微体处于单向应力时（图 1-11），在正应力 σ 的作用下，设材料沿着正应力的作用方向发生的正应变为 ε，当正应力不超过某一极限值时，正应力 σ 与正应变 ε 之间存在着线性关系，即

$$\sigma = E\varepsilon \tag{1-6}$$

上述关系称为**胡克**（Hooke）**定律**，比例常数 E 称为**弹性模量**。

试验还表明，在微体处于纯剪切应力状态下，在切应力 τ 作用下，材料发生切应变 γ（图 1-12），如果切应力不超过某一极限值时，则切应力与切应变之间也存在着线性关系，即

$$\tau = G\gamma \tag{1-7}$$

上述关系称为**剪切胡克定律**，比例常数 G 称为**切变模量**。

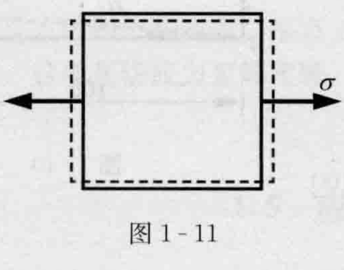


图 1-11

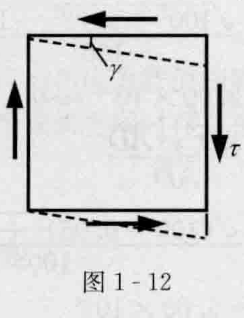


图 1-12

对于工程中绝大多数材料，在一定应力范围内，均符合或近似符合胡克定律与剪切胡克定律，因此，胡克定律与剪切胡克定律是一个普遍适用的重要定律。弹性模量、切变模量与应力具有相同的量纲。在国际单位制中，弹性模量与切变模量的常用单位为 GPa，$1\text{GPa}=10^9\,\text{Pa}$。

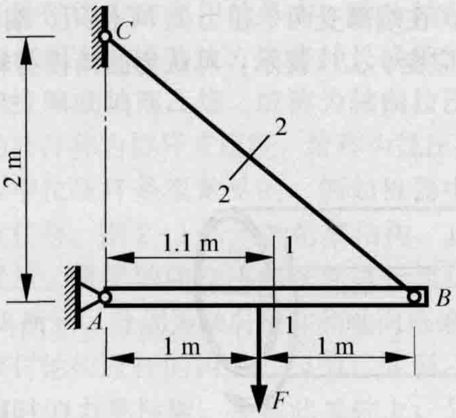
弹性模量与切变模量均属于材料的力学性能，不同材料的力学性能不同，弹性模量与切变模量值自然不同，但均可由试验测定。例如，钢与合金钢的弹性模量 $E=200\sim220\text{GPa}$，切变

模量 G=75～80GPa。铝与铝合金的弹性模量 E=70～72GPa，切变模量 G=26～30GPa。

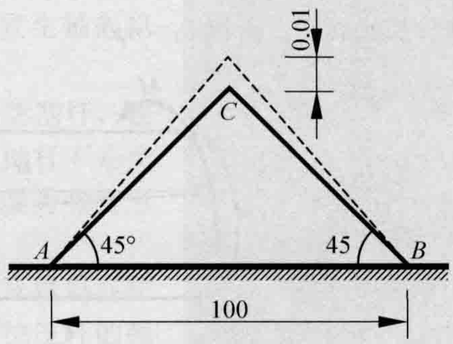
习　题

1-1　结构受集中力 F 作用，求 1-1 截面和 2-2 截面上的内力。

1-2　等腰三角形薄板因受外力作用而变形，点 C 垂直向上的位移为 0.01mm，但杆 AB 和 BC 仍保持为直线。求 AB 和 BC 两边在点 B 的角度改变。



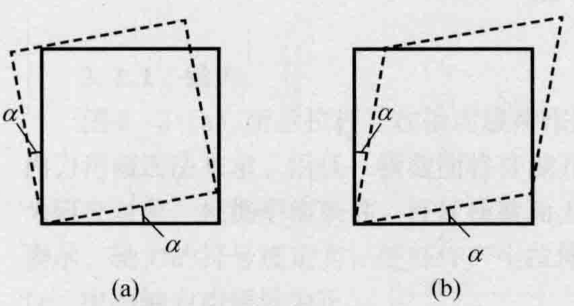
题 1-1 图



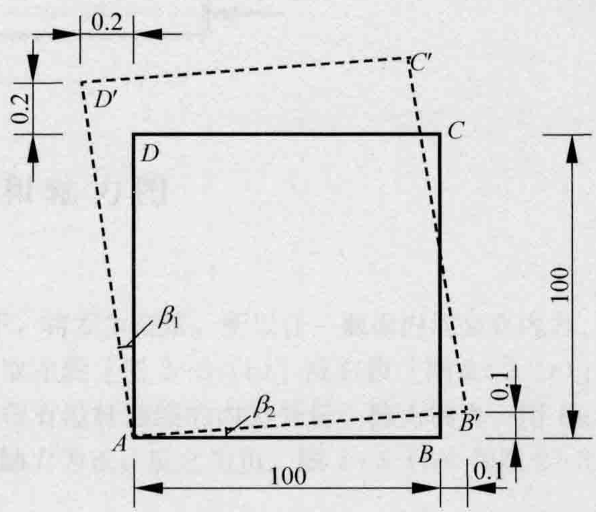
题 1-2 图

1-3　图（a）和（b）中两个矩形微体，虚线表示变形后的情况，求二微体在 A 处的切应变和。

1-4　方形薄板 $ABCD$ 的变形如图中虚线所示，求棱边 AB 和 AD 的平均正应变及点 A 处直角 BAD 的切应变。

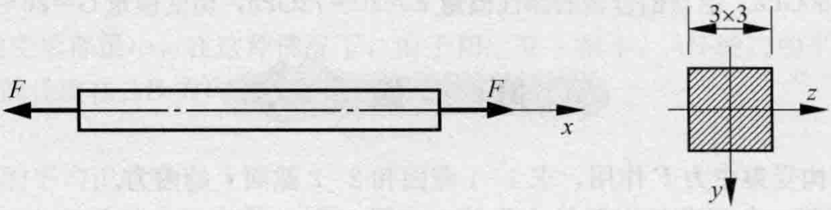


题 1-3 图



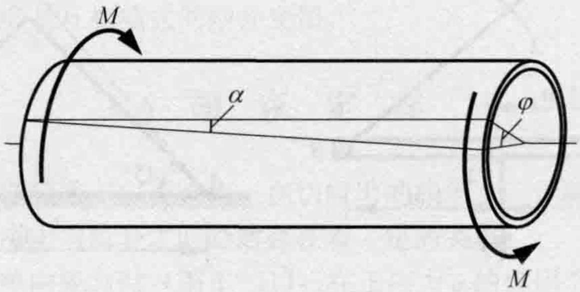
题 1-4 图

1-5　方截面直杆在端部受合力为 F 的均布力作用，如果杆的伸长为 2mm，并假设杆的体积不变化，求轴向正应变 ε_x 和横向正应变 ε_y，ε_z。（提示：因为体积不变，变形前的体积=变形后的体积）



题 1-5 图

1-6　薄壁圆筒长 $l=10\text{m}$，外半径 $r=1\text{m}$，在端部受两个扭力偶 M 作用。端 B 相对于端 A 的转角 $\varphi=15°$。求圆筒表面上一点 k 的切应变 γ_{xy}。（提示：可认为圆筒没有轴向变形，仅绕轴线作微小转动，所以 $l\alpha=r\varphi$）



题 1-6 图

1-7　长为 1m，直径为 10mm 的圆截面在端部受合力为 $F=78.5\text{kN}$ 的均布力作用，测得杆的伸长为 2mm。已知杆的材料满足胡克定律，求（1）杆沿长度方向的平均正应变 ε_x；（2）材料的弹性模量 E。