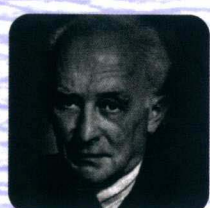
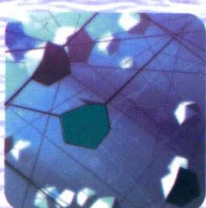
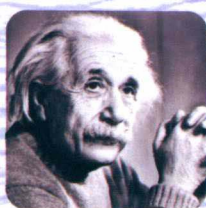
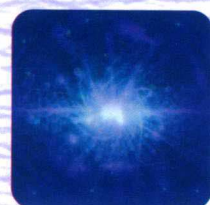


量子力学

Quantum Mechanics

宋建军 杨雯 编著



量子力学

宋建军 杨 雯 编著



西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书主要介绍了量子力学的基本原理及其在微电子专业本科学习过程中的典型应用。全书共四章，第一章为微粒二象性与状态描述，第二章为薛定谔方程的简单应用，第三章为力学量的算符表示与表象理论，第四章为微扰理论及其应用。

本书不仅注重基础知识的介绍，还与量子力学课堂教学紧密结合起来，以激发学生兴趣为主，引导读者快速地进入量子世界。本书可作为微电子专业本科生的入门教材，也可作为其他专业本科生及研究生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学/宋建军, 杨雯编著. —西安: 西安电子科技大学出版社, 2018.12

ISBN 978-7-5606-5120-0

I. ① 量… II. ① 宋… ② 杨… III. ① 量子力学 IV. ① O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 238689 号

策划编辑 威文艳

责任编辑 张 倩

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com

电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西天意印务有限责任公司

版 次 2019年1月第1版 2019年1月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 7.75

字 数 175千字

印 数 1~3000册

定 价 18.00元

ISBN 978-7-5606-5120-0/O

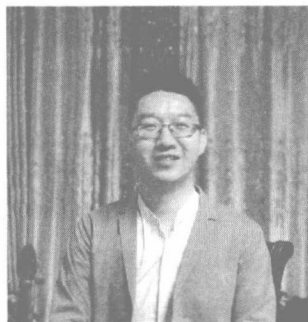
XDUP 5422001-1

*** 如有印装问题可调换 ***

作者简介

宋建军

山西大同人，1979 年 8 月生。2001 年 9 月毕业于太原理工大学，获无机非金属材料专业学士学位。2002 年 9 月 师从西安电子科技大学曹全喜教授，研习 ZnO 压敏变阻器制备技术，并于 2005 年 3 月获得电子元器件专业硕士学位。同年 9 月，师从西安电子科技大学张鹤鸣教授，攻读微电子学与固体电子学专业博士学位。2008 年 12 月博士毕业后留校任教至今，主讲“量子力学”课程，并从事 Si 基应变材料与器件以及 Si 基同层单片光电集成技术的研究工作。2015 年 9 月—2016 年 9 月，在国家留学基金委的资助下，在澳大利亚新南威尔士大学 Martin Green 先生团队访学一年，主要开展 Si 基 Ge 虚衬底激光再晶化技术的研究工作。目前，个人教研兴趣涉及量子器件物理、高等量子力学、量子通信、量子计算等方面，科研方向主要集中于激光再晶化技术与无线能量传输技术两个方面。



杨雯

一个来自新疆伊犁的 95 后姑娘。本科毕业于西安电子科技大学微电子学院，同年录取为该院 2017 届研究生，师从宋建军老师。研究方向为新型半导体器件与集成电路设计，同时对量子力学的学习有着浓厚的兴趣。



前 言

量子力学是描述微观物质的理论，与相对论一起被认为是现代物理学的两大基本支柱。这一理论的发展不仅革命化地改变了人们对物质结构及其相互作用的理解，还科学地揭示了许多奇怪的变化规律，甚至准确预言了很多无法用直觉想象出来的现象。“量子力学”是微电子专业学生学习“固体物理”、“半导体物理”等课程的基础，也是从事量子器件研究的基础。因此，教师后续专业课程能否顺利开展与学生对该课程的掌握程度密切相关。基于作者长期从事微电子专业“量子力学”课程教学的课堂经验，我们编写了这本适合微电子专业学生课堂学习或研究参考的书籍。

“教师难讲、学生难学”是该课程长期存在的教学问题究其原因，作者认为可归纳为以下几点：

(1) 学习量子力学需先修多门数学课程，且有的内容必须达到熟练应用的程度。而实际情况是，学生知道其内容而不能熟练应用，这造成了量子力学中因数学问题而产生的教学难点。

(2) 量子力学中许多概念抽象、难于理解，如位置与动量为何不能同时测定、表象理论如何理解、本征值问题的求解等。因此，老师与学生之间的互动、学生之间的讨论、课后学生的独立思考这些环节愈发重要。特别是课后学生独立思考这一环节，对教材提出了非常高的要求。

(3) 学以致用是学习的最终目标；反过来，应用也可以使所学内容更加扎实、深刻。例如，基于量子力学中的简并、非简并微扰理论及与时间相关的微扰理论(含时微扰理论)，可分别推导获得半导体物理中晶体 Si 价带顶、导带底 $E-k$ 关系及载流子散射概率这三个重要的物理概念。而遗憾的是，常见量子力学和半导体物理均未对其予以细致推导，间接限制了学生对这些重要理论及其应用的深刻理解。

为此，本书针对目前量子力学教学面临的问题，拟重点突破量子力学因数学问题而产生的教学难点，解决量子力学抽象概念具体化的学习难点，补充量子力学面向微电子应用的相关内容，旨在为微电子专业学生深刻理解量子力学的主要理论及其应用提供重要的参考。

全书共四章，第一章为微粒二象性与状态描述，揭示了微观粒子的波粒二象性，建立了描述微观粒子状态随时间变化的薛定谔方程；第二章为薛定谔方程的简单应用，以一维无限深势阱、线性谐振子和氢原子问题为例，重点介绍了定态薛定谔方程的求解过程；第三章为力学量的算符表示与表象理论，重点讨论了量子力学的力学量与算符及其对应本征值的本征函数的特点，以及如何将薛定谔波动力学微分方程转化为海森堡矩阵力学形式；第四章为微扰理论及其应用，包括非简并/简并微扰理论、含时微扰理论，以及半导体物理中晶体 Si 导带、价带结论和载流子散射概率解算中的应用。

仍要补充说明的是，本书面向微电子专业学生，以引导学生量子力学入门、激发兴趣为主。以工程思维解决理科问题，难免出现一些不严谨之处，例如本征值讨论过程中未考虑连续谱的情况，读者可以在日后高等量子力学的学习中补充强化。

最后，感谢为本书的出版做出贡献的老师 and 学生们。感谢赵新燕、包文涛、魏青、陈航宇、张洁对于本书的帮助，感谢课题组其他同学对于本书出版所做的努力。感谢西安电子科技大学出版社对本书出版的大力协助，我们十分高兴和戚文艳编辑、张倩编辑一起工作，在此一并深表谢意。

宋建军

2018 年 10 月 5 日

目 录

第一章 微粒二象性与状态描述	1
1.1 量子力学的形成与应用	1
1.1.1 旧量子论	1
1.1.2 微观粒子的波粒二象性	7
1.1.3 量子力学的应用	8
1.2 状态与波函数	10
1.2.1 r 与 p 方案不再适用	11
1.2.2 波函数的引进	12
1.2.3 归一化波函数	14
1.3 薛定谔方程	15
1.3.1 自由粒子的波动方程	16
1.3.2 势场中粒子波函数所满足的方程	17
1.3.3 定态薛定谔方程	17
本章小结	18
习题	19
第二章 薛定谔方程的简单应用	21
2.1 一维无限深势阱	21
2.1.1 方程求解	21
2.1.2 结果与讨论	23
2.2 数理方程的特殊函数	24
2.2.1 正交性和归一性	24
2.2.2 用正交归一函数组展开	26
2.2.3 傅利叶级数	28
2.2.4 构造正交归一函数	30
2.2.5 勒让德多项式和其他特殊函数	34
2.3 线性谐振子	39
2.4 氢原子	40

2.4.1	方程求解	41
2.4.2	结果与讨论	45
本章小结		47
习题		48
第三章	力学量的算符表示与表象理论	50
3.1	力学量与算符的关系	50
3.1.1	算符数学知识	50
3.1.2	力学量与算符	53
3.2	算符对易关系与测不准原理	57
3.2.1	算符对易关系	57
3.2.2	测不准原理	58
3.3	表象理论	60
3.3.1	表象理论的数学基础	60
3.3.2	态与力学量的表象	67
本章小结		75
习题		76
第四章	微扰理论及其应用	78
4.1	定态微扰理论	78
4.1.1	非简并微扰理论	79
4.1.2	简并微扰理论	80
4.2	固体能带理论基础	82
4.2.1	允带与禁带	82
4.2.2	晶体中电的传导	89
4.3	定态微扰理论的应用	94
4.3.1	晶体 Si 导带的 $E-k$ 关系	94
4.3.2	晶体 Si 价带的 $E-k$ 关系	97
4.4	与时间相关的微扰理论	104
4.5	晶体 Si 载流子散射模型	108
本章小结		113
习题		113
参考文献		115

第一章 微粒二象性与状态描述

量子力学是反映微观粒子(分子、原子、原子核、基本粒子等)运动规律的理论,它是微电子专业同学今后学习固体物理和半导体物理的基础理论之一。

本章将以旧量子论中经典的光电效应和原子结构的玻尔理论为引例,简要介绍量子力学的诞生过程,重点揭示微观粒子的波粒二象性(简称微粒二象性)。在同学们脑海中构建了微粒二象性的理念后,本章将进一步讨论量子力学理论中是如何描述这种具有波粒二象性的微观粒子的状态的,并建立描述微观粒子状态随时间变化的薛定谔方程。

1.1 量子力学的形成与应用

1.1.1 旧量子论

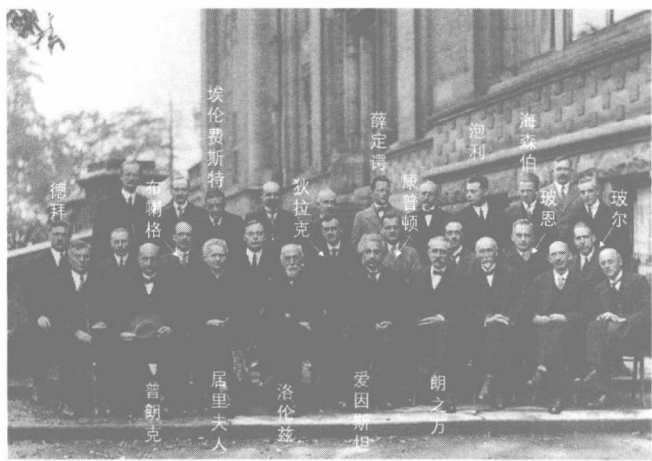
论述量子力学的诞生过程,通常从经典物理学(包括牛顿力学、麦克斯韦电磁理论、热力学、统计物理学等)遇到的困难出发。即,在量子力学诞生之前,出现了一些使用经典物理理论无法解释的实验现象,而这也预示着一个新的理论即将诞生。

本书将以同学们相对熟悉的光电效应和原子结构的玻尔理论为例,说明经典物理学为何无法解释这些实验现象,并为解释这些物理现象,介绍了科学家们提出的一些假说,也即旧量子论。



知识扩展

1927年,第五届索尔维会议在比利时布鲁塞尔召开。因为发轫于这次会议的阿尔伯特·爱因斯坦与尼尔斯·玻尔两人的大辩论,这次索尔维会议被冠之以“最著名”的称号。虽然已经过去将近一百年,但是至今没有第二张照片能集中如此之多的人类精英。



索尔维会议照片

1. 光电效应

在高于某特定频率的电磁波照射下，某些物质内部的电子会被光子激发出来而形成电流，即光生电。光电现象由德国物理学家赫兹于 1887 年发现，而正确的解释为爱因斯坦所提出。图 1-1 所示为光电效应实验图。

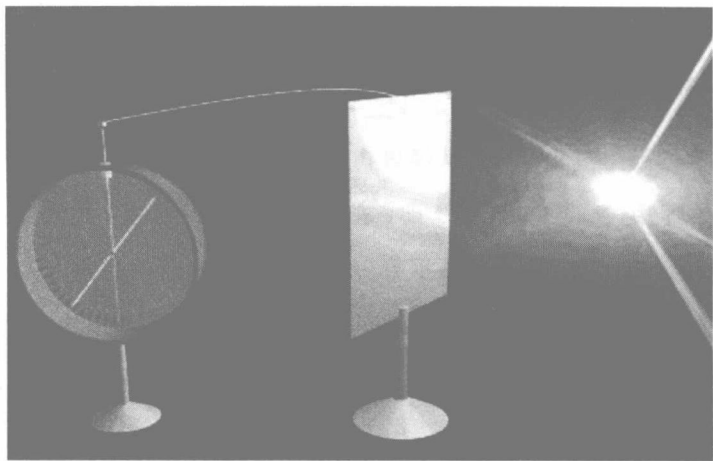


图 1-1 光电效应实验图

1) 实验现象

- (1) 由一定金属材料制成的、表面光洁的电极都有一个确定的临界频率 ν_0 。当照射光频率 $\nu < \nu_0$ 时，无论光的强度多大，照射时间多长，都不会观测到光电子从电极上逸出。
- (2) 每个光电子的能量只与照射光的频率 ν 有关，而与光的强度无关。光的频率越高，光电子的能量就越大，而光强只影响光电流的强度，即单位时间从金属电极单位面积上逸出的光电子的数目。
- (3) 当入射光的频率 $\nu > \nu_0$ 时，不管光多微弱，只要光一照上，几乎立刻 (10^{-9} s) 便可观测到光电子，这与经典电磁理论的计算结果很不一致。

2) 实验讨论

经典电磁理论不能对以上实验现象作出圆满解释,原因如下(这里只讲一条,重在帮助大家理解经典电磁理论的困难之处):按光的电磁理论,光的能量正比于光的强度(波幅的平方),因此任何频率的光,只要有足够大的强度,且照射时间足够长,都能使电子获得足够的能量而逸出金属表面,这与光电效应的第一个现象矛盾。

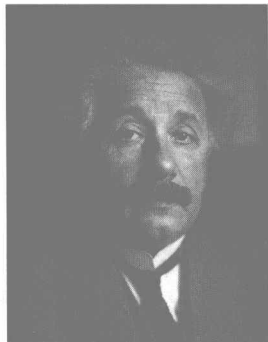
3) 光子假说

经典理论认为,光只具有波动性。爱因斯坦是第一个完全肯定光具有波粒二象性的人,他引入光子(粒子性)的概念,成功解释了光电效应,并因此获得 1921 年的诺贝尔物理学奖。



知识扩展

阿尔伯特·爱因斯坦(Albert Einstein, 1879 年 3 月 14 日—1955 年 4 月 18 日),出生于德国符腾堡王国乌尔姆市,毕业于苏黎世大学,犹太裔物理学家。在 1927 年的索尔维会议上,同哥本哈根学派就量子力学的解释问题进行了激烈论战。爱因斯坦为核能开发奠定了理论基础,开创了现代科学新纪元,被公认为是继伽利略、牛顿以来最伟大的物理学家。



爱因斯坦

爱因斯坦认为,当光照射到金属表面时,能量为 $h\nu$ 的光子被电子所吸收。电子把能量的一部分用来克服金属表面对它的束缚,另一部分就是电子离开金属表面后的动能。

注:电磁波的发射和吸收不是连续的,而是一份一份的。这样的一份能量叫做能量子,每一份能量子等于 $h\nu$, ν 为辐射电磁波的频率, h 为一常量,即普朗克常数。

能量关系为

$$\frac{1}{2}\mu v_m^2 = h\nu - W_0 \quad (1-1)$$

光子不但具有确定的能量 $E = h\nu$, 而且具有动量。由相对论知,以速度 v_m 运动的粒子的能量是

$$E = \frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1 - v_m^2/c^2}} \rightarrow \mu_0 = \frac{E}{c^2} \sqrt{1 - \frac{v_m^2}{c^2}} \quad (1-2)$$

由相对论的能量-动量关系式

$$E^2 = \mu_0^2 c^4 + c^2 p^2 \quad (1-3)$$

得到光子能量 E 和动量 p 的关系为

$$E = cp \quad (1-4)$$

即

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1-5)$$

所以光子的能量和动量分别为

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad p = \frac{h}{\lambda}n = \hbar k \quad (1-6)$$

其中, $\hbar = h/2\pi = 1.0545 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 称为约化普朗克常数; ω 表示角频率, 与频率 ν 的关系为 $\omega = 2\pi\nu$; n 为光子运动方向的单位矢量, $k = \frac{2\pi\nu}{c}n = \frac{2\pi}{\lambda}n$ 为波矢。

可见, 关系式(1-6)把光的二重性——波动性和粒子性联系起来。等式左边的动量和能量是描写粒子性的, 而等式右边的频率和波长则是波的特性。

注: 等号表明了光的波动性与粒子性的内在统一, 并非单纯的相等。

光子假说揭示了光的粒子性, 但这并不否定光的波动性, 因为光的波动理论早被光的干涉、衍射等现象所完全证实。这样, 光便具有粒子性和波动性的双重性, 这种性质称为光的波粒二象性。

2. 原子结构的玻尔理论

氢原子光谱(Atomic Spectrum of Hydrogen)是最简单的原子光谱。氢原子光谱首先由 A. 埃斯特朗从氢放电管中获得, 后来, W. 哈根斯和 H. 沃格耳等在拍摄恒星光谱中也发现了氢原子光谱。玻尔描述的氢原子光谱如图 1-2 所示。

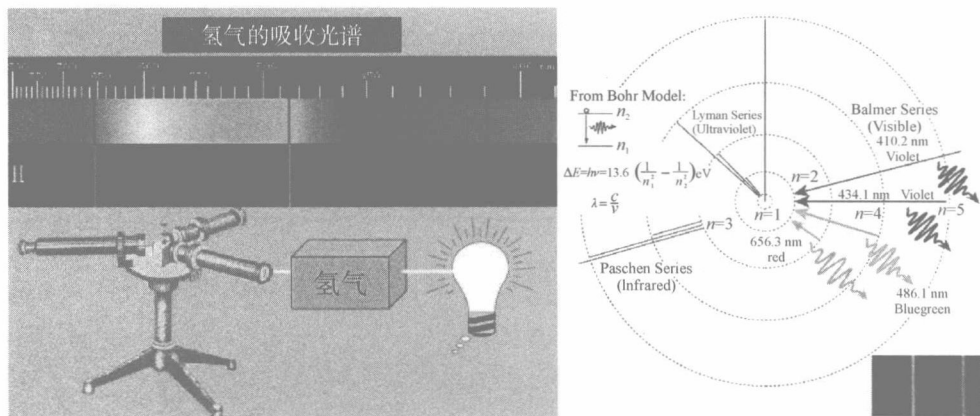


图 1-2 玻尔描述的氢原子光谱

1) 实验现象

经典理论在原子结构问题上也遇到了不可克服的困难。汤姆逊发现电子后, α 粒子散射实验证实了大核的存在, 卢瑟福提出了“大核+轨道”的原子模型结构。在当时的条件下, 原子光谱是了解原子的唯一途径。实验表明, 氢原子光谱是由许多分立的谱线组成的。

2) 实验讨论

经典理论无法从氢原子的结构来解释氢原子光谱的这些规律性, 其原因在于经典理论不能建立一个稳定的原子模型。

根据经典动力学可知, 电子环绕原子核的运动(见图 1-3)是加速运动, 它会以辐射的方式不断发射出能量, 从而使得电子运动轨道的曲率半径不断减小, 最后电子将落到原子核中去。

此外，加速电子所产生的辐射，其频率是连续分布的，这与原子光谱是分立的谱线不符。

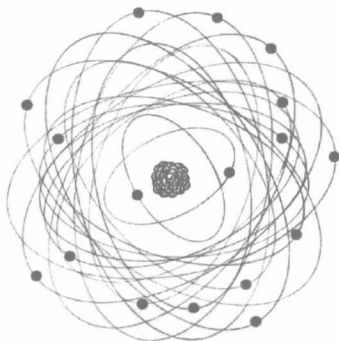


图 1-3 电子环绕原子核的运动

波长的倒数称为波数，单位是 m^{-1} 。氢原子光谱(见图 1-4)的各谱线系的波数可用一个普遍公式表示：

$$\sigma = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

式中， R_H 称为氢原子里德伯常数，该式也称为广义巴耳末系公式。



图 1-4 氢原子光谱图

氢原子光谱现已命名的六个线系(见图 1-5，图中并未显示汉弗莱系)如下：

莱曼系 $n=1, m=2, 3, 4, \dots$ 紫外区

巴耳末系 $n=2, m=3, 4, 5, \dots$ 可见光区

帕邢系 $n=3, m=4, 5, 6, \dots$ 红外区

布拉开系 $n=4, m=5, 6, 7, \dots$ 近红外区

普丰特系 $n=5, m=6, 7, 8, \dots$ 远红外区

汉弗莱系 $n=6, m=7, 8, 9, \dots$ 远红外区

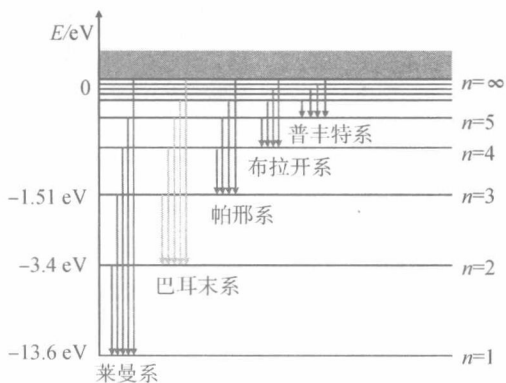


图 1-5 氢原子光谱的各谱线系图

3) 玻尔假说

为了解释氢原子结构问题,玻尔将量子化条件应用于原子结构,提出了玻尔假说——“定态假设(粒子性)和跃迁假设(波动性)”,即电子在原子中不可能沿着经典理论所允许的每一个轨道运动,而只能沿着其中一组特殊的轨道运动。

当第 1 能级已经包含了 2 个电子时,其他多余的电子就必须进入到第 2 能级,第 2 能级可以容纳 8 个电子。电子总是会尽可能地跃迁到最低能级,但是它们不会在能级之间陷落。这就是所有的电子都不会坍塌到原子核附近的原因,因为它们根本做不到。原子核内部示意图如图 1-6 所示。

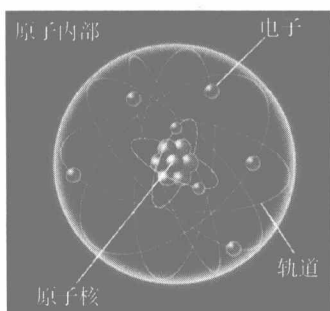


图 1-6 原子核内部示意图

目前,比较先进的可视化技术对氢原子各个电子轨道模拟的可视效果图如图 1-7 所示。

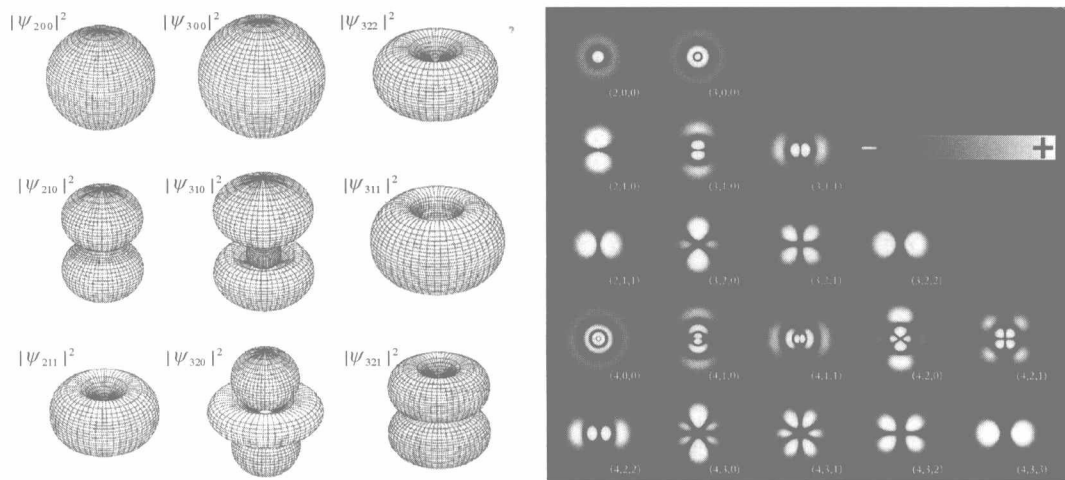


图 1-7 氢原子各个电子轨道模拟的可视效果图

玻尔假设沿这一组特殊的轨道运动的电子处于稳定状态(简称定态),当电子保持在这种状态时,它们不吸收也不发射,只有当电子由一个定态跃迁到另一个定态时,才产生辐射的吸收或发射现象。电子由能量为 E_m 的定态跃迁到能量为 E_n 的定态所吸收或发射的辐射的频率 ν 满足下面的关系:

$$\nu = \frac{|E_n - E_m|}{h} \quad (1-7)$$

由于光子假说、玻尔理论等仅适用于某一个相对应的实验现象(经典理论无法解释),尚未形成对整个微观粒子运动规律的相关理论,因此称为旧量子论。直到1924年,德布罗意揭示出微观粒子具有根本不同于宏观质点的性质——波粒二象性后,一个较完整的描述微观粒子运动规律的理论——量子力学才逐步建立起来。

1.1.2 微观粒子的波粒二象性



知识扩展



德布罗意

路易·维克多·德布罗意(Louis Victor Duc de Broglie, 1892年08月15日—1987年03月19日)出生于迪耶普,法国理论物理学家,波动力学的创始人,物质波理论的创立者,量子力学的奠基人之一。1929年德布罗意获诺贝尔物理学奖,1932年任巴黎大学理论物理学教授,1933年被选为法国科学院院士。

玻尔理论所遇到的困难说明了探索微观粒子运动规律的迫切性。为了达到这个目的,在光的波粒二象性的启发下,科学家德布罗意认为:对光的研究重视了光的波动性而忽略了光的微粒性;在对实体的研究,过分重视实体的粒子性而忽略了实体的波动性,但所有微观粒子应该是均具有波粒二象性的。

据此,德布罗意提出了微观粒子也具有波动性的假说,标志着量子理论的诞生。德布罗意把粒子和波通过下面的数学关系式联系起来,说明粒子的能量 E 和动量 p 与波的频率 ν 和波长 λ 之间的关系,正像光子和光波的关系一样。

$$\begin{cases} E = h\nu = \hbar\omega \\ p = \frac{h}{\lambda} n = \hbar k \end{cases} \quad (1-8)$$

这个公式称为德布罗意公式,或德布罗意关系。

下面我们讨论微观粒子中“最简单”的自由粒子,通过自由粒子波的计算实例,看看会有什么发现。

设自由粒子的动能为 E , 粒子的速度远小于光速,则 $E = p^2/2\mu$ 。由式(1-8)可知,自由粒子相应的波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2\mu E}} \quad (1-9)$$

如果电子被电势差 U 加速,则 $E = eU$, e 是电子电荷的大小。将 h 、 μ 、 e 的数值代入可得

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\mu e U}} \approx \frac{12.25}{\sqrt{U}} \text{ \AA} \quad (1-10)$$

由此可知, 用 150 V 的电势差所加速的电子, 其波长为 $1 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$), 而当 $U = 10\,000 \text{ V}$ 时, $\lambda = 0.122 \text{ \AA}$, 所以自由粒子的波长在数量级上相当于(或略小于)晶体中的原子间距, 它比宏观线度要短得多, 这可用来说明电子波动性长期未被发现的原因。

同样, 当物体的特征线度远大于它的波长时, 可忽略粒子的波动性。例如, 质量为 100 g 的一块石头以 100 cm/s 的速度飞行, 其波长是

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\mu E}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{100 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-2}} = 6.6 \times 10^{-23} \text{ \AA}$$

由此可见, 对于一般的宏观物体, 其物质波的波长是很小的, 很难显示波动性。

进一步, 我们基于德布罗意关系, 讨论自由粒子波函数的数学表达式。顾名思义, 自由粒子的能量和动量应都是常量, 所以由德布罗意关系式可知, 与自由粒子联系的波, 它的频率 ν 和波长 λ 都是不变的(即平面波)。

频率为 ν , 波长为 λ , 沿 x 方向传播的平面波可用式(1-11)表示:

$$\Psi = A \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right) \right] \quad (1-11)$$

如果波沿单位矢量 $\mathbf{n}$ 的方向传播, 则

$$\Psi = A \cos \left[2\pi \left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{\lambda} - \nu t \right) \right] = A \cos [\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t] \quad (1-12)$$

最后一步推导用了 $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ 和 $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n}$ 。

把式(1-12)改写成复数形式, 并将式(1-8)代入可得

$$\Psi = A e^{\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)} \quad (1-13)$$

该表达式即为自由粒子的波函数, 这种波也被称为德布罗意波。

最后要说明的是, 德布罗意假说的正确性, 在 1927 年被 Davisson 和 Germer 所做的电子衍射实验证实, 该实验直观地表明电子具有波粒二象性。电子衍射花纹图案如图 1-8 所示。

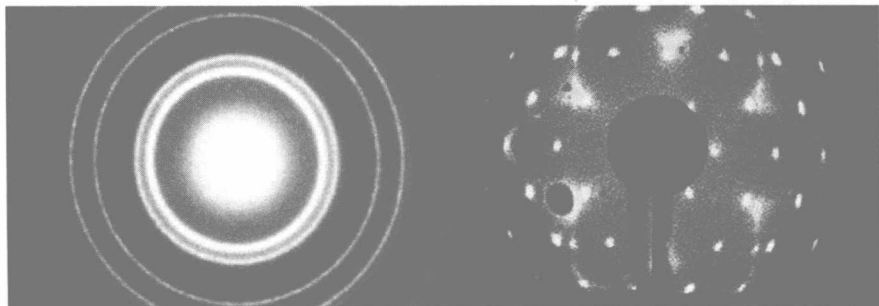


图 1-8 电子衍射花纹图案

1.1.3 量子力学的应用

量子力学是对经典物理学在微观领域中的一次革命。它有很多基本特征, 如不确定性、波粒二象性等, 且这些基本特性在原子和亚原子的微观尺度上将变得极为显著。量子力学

是现代物理学基础之一，在低速、微观的现象范围内具有普遍适用的意义。量子力学有很多不能解决的事，但都不是量子力学本身理论缺陷问题，而是怎样使用量子力学的问题，或是怎样将量子力学与其他物理分支统一起来的问题。与量子力学有关的前沿研究领域十分广泛，例如量子计算、量子通信等。

1. 量子计算

量子力学态叠加原理使得量子信息单元可以处于多种可能性的叠加状态，从而导致量子信息处理在效率上相比于经典信息处理具有更大潜力。普通计算机中的 2 位寄存器在某一时间内仅能存储 4 个二进制数(00、01、10、11)中的一个，而量子计算机中的 2 位量子位(qubit)寄存器可同时存储这 4 种状态的叠加状态。随着量子比特数目的增加，对于 n 个量子比特而言，量子信息可以处于 2 种可能状态的叠加，配合量子力学演化的并行性，可以展现比传统计算机更快的处理速度。2017 年 1 月，D-Wave 公司推出 D-Wave 2000Q，他们声称该系统由 2000 个 qubit 构成，可以用于求解最优化、网络安全、机器学习和采样等问题。对于一些基准问题，如最优化问题和基于机器学习的采样问题测试，D-Wave 2000Q 胜过当前高度专业化的算法 1000~10 000 倍。

2. 量子通信

量子通信是指利用量子纠缠效应进行信息传递的一种新型通信方式。量子通信是近二十年发展起来的新型交叉学科，是量子论和信息论相结合的新研究领域。量子通信主要涉及：量子密码通信、量子远程传态和量子密集编码等，近来这门学科已逐步从理论走向实验，并向实用化方向发展。高效安全的信息传输日益受到人们的关注，基于量子力学的基本原理也已成为国际上量子物理和信息科学的研究热点。随着量子通信技术的成熟，其应用范围将不断扩大。据前瞻产业研究院提供的《量子通信行业发展前景与投资战略规划分析报告》预计，到 2021 年，量子通信在政府服务领域应用占比将达到 30%；金融领域应用次之，占比为 22%；商业领域、国防军事紧随其后，占比分别为 20%、16%。另外，短期来看，国内量子通信市场规模为 100~130 亿元；长期来看，市场规模将超过千亿，可想象空间巨大。图 1-9 为墨子号与天地一体化量子保密通信网络。



图 1-9 墨子号与天地一体化量子保密通信网络